

А. Г. Мерзляк
В. Б. Полонский
Е. М. Рабинович
М. С. Якир

10

АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА

**СБОРНИК ЗАДАЧ
И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ**



*«Схвалено Міністерством освіти і науки України
для використання у загальноосвітніх навчальних закладах»
(Письмо № 1.4/18-Г-477 от 06.07.2010 г.)*

Пособие является дидактическим материалом по алгебре и началам анализа для 10 класса общеобразовательных учебных заведений. Оно входит в состав учебно-методического комплекта и соответствует учебнику по алгебре и началам анализа для 10 класса (авторы А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В. Б. Полонский, М. С. Якир). Книга содержит около 1000 задач. Первая часть «Тренировочные упражнения» разделена на три однотипных варианта по 229 задач в каждом. Вторая часть содержит контрольные работы (два варианта) для оценивания учебных достижений учащихся в соответствии с государственной программой по математике. Третья часть содержит задания для итоговых контрольных работ по материалам первого и второго семестров.

Для учителей общеобразовательных учебных заведений и учащихся 10 классов.

Мерзляк А.Г.

М52 Алгебра и начала анализа. 10 кл. : сборник задач и контрольных работ / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, Е. М. Рабинович, М. С. Якир. — Х. : Гимназия, 2010. — 144 с. : илл.

ISBN 978-966-474-107-8.

Посібник є дидактичним матеріалом з алгебри і початків аналізу для 10 класу загальноосвітніх навчальних закладів. Він є складовою навчально-методичного комплексу і відповідає підручнику з алгебри і початків аналізу для 10 класу (автори А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір). Книга містить близько 1000 задач. Першу частину «Тренувальні вправи» поділено на три однотипних варіанти по 229 задач у кожному. Друга частина містить контрольні роботи (два варіанти) для оцінювання навчальних досягнень учнів відповідно до державної програми з математики. Третя частина містить завдання для підсумкових контрольних робіт за матеріалами першого і другого семестрів.

Для вчителів загальноосвітніх навчальних закладів та учнів 10 класів.

ББК 22.1я72

ISBN 978-966-474-107-8

- © А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский,
Е. М. Рабинович, М.С. Якир, 2010
- © ООО ТОО «Гимназия», оригинал-макет,
2010

ОТ АВТОРОВ

Ученикам

Дорогие дети! В этом году вы расширите и углубите свои знания алгебры, ознакомитесь со многими новыми понятиями, фактами. Мы надеемся, что задачи, предложенные в этой книге, помогут сделать это знакомство не только полезным, но и интересным.

Учителю

Мы очень надеемся, что, приобретя эту книгу не только для себя, а и «на класс», Вы не пожалеете. Даже если Вам повезло и Вы работаете по учебнику, который нравится, все равно задач, как и денег, бывает либо мало, либо совсем мало. Мы надеемся, что это пособие поможет ликвидировать «задачный дефицит».

Первая часть — «Тренировочные упражнения» — разделена на три однотипных варианта по 229 номеров в каждом. Ко многим (наиболее сложным) задачам первого и второго вариантов приведены ответы и указания к решению. Отсутствие ответов к заданиям третьего варианта, по нашему мнению, расширяет возможности учителя при составлении самостоятельных и проверочных работ. На стр. 6-7 приведена таблица тематического распределения тренировочных упражнений.

Вторая часть пособия содержит 7 контрольных работ (два варианта). Содержимое заданий для контрольных работ разделим условно на две части. Первая соответствует начальному и среднему уровням учебных достижений учащихся. Задания этой части обозначены символом n° (n — номер задания). Вторая часть соответствует достаточному и высокому уровням. Задания каждого из этих уровней обозначены символами n^* и n^{**} соответственно. Выполнение первой части максимально оценивается в 6 баллов. Правильно решенные задачи уровня n^* добавляют еще 4 балла, то есть ученик может получить отличную оценку 10 баллов. Если ученику удалось еще решить задачу n^{**} , то он получает оценку 12 баллов.

В третьей части пособия приведены две итоговые контрольные работы (четыре варианта) по учебному материалу первого и второго семестров. Эти контрольные работы не являются обязательными. Они могут быть проведены и как зачетные, и как тренировочные. Продолжительность их проведения в зависимости от особенностей класса может быть от 45 мин до 60 мин.

Каждый вариант итоговой контрольной работы состоит из трех частей, отличающихся по сложности и форме тестовых заданий.

В *первой части* контрольной работы предложено 16 заданий с выбором одного правильного ответа. Для каждого тестового задания с выбором ответа предоставлено четыре варианта ответов, из которых только один правильный. Задание с выбором ответа считается выполненным правильно, если в бланке ответов указана только одна буква, которой обозначен правильный ответ (образец бланка и правила его заполнения приведены в конце пособия). При этом учащийся не должен приводить какие-либо соображения, поясняющие его выбор.

Правильное решение каждого задания этого блока №№ 1–16 оценивается одним баллом.

Вторая часть контрольной работы состоит из 4 заданий в открытой форме с кратким ответом. Такое задание считается выполненным правильно, если в бланке ответов записан правильный ответ (например, число, выражение, корни уравнения и т.п.). Все необходимые вычисления, преобразования и т.д. учащиеся выполняют в черновиках.

Правильное решение каждого из заданий №№ 17–20 этого блока оценивается двумя баллами.

Третья часть контрольной работы состоит из 2 заданий в открытой форме с развернутым ответом. Задания третьей части считаются выполненными правильно, если учащийся привел развернутую запись решения задания с обоснованием каждого этапа и дал правильный ответ. Правильное решение каждого из заданий №№ 21; 22 этого блока оценивается **четырьмя баллами**.

Сумма баллов, начисленных за правильно выполненные учащимся задания, переводится в школьную оценку по специальной шкале.

Система начисления баллов за правильно выполненные задания для оценивания работ учащихся приведена в таблице 1.

Таблица 1.

Номера заданий	Количество баллов	Всего
1 – 16	по 1 баллу	16 баллов
17 – 20	по 2 балла	8 баллов
21; 22	по 4 балла	8 баллов
Всего баллов		32 балла

Соответствие количества набранных учащимся баллов оценке по 12-балльной системе оценивания учебных достижений учащихся приведено в таблице 2.

Таблица 2.

Количество набранных баллов	Оценка по 12-балльной системе оценивания учебных достижений учащихся
1 – 2	1
3 – 4	2
5 – 7	3
8 – 10	4
11 – 13	5
14 – 16	6
17 – 19	7
20 – 22	8
23 – 26	9
27 – 28	10
29 – 30	11
31 – 32	12

Желаем вам творческого энтузиазма и терпения...

Тематическое распределение тренировочных упражнений

Тема	Номера упражнений
Множества. Операции над множествами	1 – 10
Функция и ее основные свойства	11 – 21
Четные и нечетные функции	22 – 25
Построение графиков функций с помощью геометрических преобразований	26 – 29
Построение графиков функций $y = f(x)$ и $y = f(x) $	30 – 33
Обратная функция	34 – 37
Метод интервалов	38 – 45
Степенная функция с натуральным показателем	46 – 54
Степенная функция с целым показателем	55 – 61
Определение корня n -й степени	62 – 69
Свойства корня n -й степени	70 – 76
Тождественные преобразования выражений, содержащих корни n -й степени	77 – 87
Функция $y = \sqrt[n]{x}$	88 – 94
Определение и свойства степени с рациональным показателем	95 – 100
Преобразование выражений, содержащих степени с дробным показателем	101 – 103
Иррациональные уравнения	104 – 108
Системы иррациональных уравнений	109
Иррациональные неравенства	110 – 113

Тема	Номера упражнений
Радианное измерение углов	114 – 117
Тригонометрические функции числового аргумента	118 – 123
Знаки значений тригонометрических функций	124 – 127
Четность и нечетность тригонометрических функций	128; 129
Периодические функции	130 – 133
Построение графиков тригонометрических функций	134 – 138
Соотношение между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента	139 – 148
Формулы сложения	149 – 157
Формулы приведения	158 – 165
Формулы двойного аргумента	166 – 177
Формулы суммы и разности тригонометрических функций	178 – 184
Формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму	185; 186
Решение простейших тригонометрических уравнений	187 – 196
Функции $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \arctg x$, $y = \operatorname{arccotg} x$	197 – 208
Решение тригонометрических уравнений	209 – 223
Решение тригонометрических неравенств	224 – 227
Системы тригонометрических уравнений	228; 229

ТРЕНИРОВОЧНЫЕ УПРАЖНЕНИЯ

Вариант 1

Множества. Операции над множествами

1. Поставьте вместо звездочки знак $\in$ или $\notin$ так, чтобы получить верное утверждение:

1) $6 \in N$;	3) $-4 \in Q$;	5) $\sqrt{3} \in Q$;	7) $\sqrt{3} \in R$;
2) $1 \in Z$;	4) $-1 \in Z$;	6) $2 \in R$;	8) $-0,14 \in Q$.
2. Запишите множество корней уравнения:

1) $(x-1)(x^3-1)=0$;	2) $3x-7=0$;	3) $x^2+x+1=0$.
-----------------------	---------------	------------------
3. Задайте перечислением элементов множества:
 - 1) правильных дробей со знаменателем 5;
 - 2) букв слова «алгебра»;
 - 3) цифр числа 1 230 321.
4. Равны ли множества A и B , если:
 - 1) $A = \{2, 4\}$, $B = \{4, 2\}$;
 - 2) $A = \{(2; 4)\}$, $B = \{(4; 2)\}$;
 - 3) A — множество корней уравнения $x^2 + 5 = 0$, $B = \emptyset$;
 - 4) A — множество прямоугольных равнобедренных треугольников, B — множество прямоугольных треугольников с углом 45° ;
5. Пусть A — множество цифр числа 2342. Является ли множество цифр числа x подмножеством множества A , если:

1) $x = 43$;	2) $x = 444\,444$;	3) $x = 321$;	4) $x = 323\,245$?
---------------	---------------------	----------------	---------------------
6. Запишите все подмножества множества $\{1, 2, 3\}$.
7. Найдите пересечение множеств A и B , если:
 - 1) A — множество цифр числа 66 790, B — множество цифр числа 40 075;
 - 2) A — множество делителей числа 24, B — множество чисел, кратных числу 6;
 - 3) A — множество однозначных чисел, B — множество составных чисел;
 - 4) A — множество двузначных чисел, B — множество чисел, кратных числу 75;
 - 5) A — множество параллелограммов, B — множество прямоугольников.
8. Найдите:

1) $[-5; 9] \cap (3; 12)$;	4) $(-4; 3] \cap N$;	7) $(-1; 0) \cap [0; +\infty)$;
2) $(1; 6) \cap (3; +\infty)$;	5) $(0; 2) \cap Z$;	8) $(-3; 1) \cap R$;
3) $(-\infty; 4) \cap (6; 10]$;	6) $(-6; -2] \cap [-2; 1]$;	9) $[7; 16] \cap \emptyset$.

9. Найдите объединение множеств A и B , если:

- 1) A – множество цифр числа 7786, B – множество цифр числа 5078;
- 2) A – множество делителей числа 12, B – множество делителей числа 16;
- 3) A – множество параллелограммов, B – множество прямоугольников.

10. Найдите:

- 1) $(-3; 6] \cup (2; 8]$; 4) $(-\infty; 6] \cup [6; +\infty)$; 7) $(3; 5) \cup \mathbb{R}$;
- 2) $(-\infty; 4) \cup (-4; 4]$; 5) $(9; 12) \cup [9; +\infty)$; 8) $[14; +\infty) \cup \emptyset$.
- 3) $(-\infty; 7) \cup [-1; +\infty)$; 6) $(-1; 8) \cup [8; 10]$;

Функция и ее основные свойства

11. Функция задана формулой $f(x) = \frac{x-3}{x+4}$. Найдите:

- 1) $f(1)$; 2) $f(0)$; 3) $f(-3)$; 4) $f(t)$.

12. Дана функция $f(x) = \begin{cases} -2x+3, & \text{если } x \leq -2, \\ x^2-x+1, & \text{если } -2 < x < 3, \\ 3, & \text{если } x \geq 3. \end{cases}$

Найдите: 1) $f(-4)$; 2) $f(-2)$; 3) $f(1)$; 4) $f(3)$; 5) $f(4,9)$.

13. Найдите область определения функции:

- 1) $f(x) = 3x - 17$; 10) $f(x) = \frac{x}{|x| - 5}$;
- 2) $f(x) = \frac{5}{x+9}$; 11) $f(x) = \frac{x^2+4}{|x|+7}$;
- 3) $f(x) = \frac{x-6}{8}$; 12) $f(x) = \frac{13}{|x|-x}$;
- 4) $f(x) = \frac{x+8}{x-7}$; 13) $f(x) = \sqrt{x+4} + \sqrt{15-x}$;
- 5) $f(x) = \sqrt{x-3}$; 14) $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{1-x}$;
- 6) $f(x) = \frac{4}{\sqrt{5-x}}$; 15) $f(x) = \sqrt{x+2} + \frac{x-2}{x-5}$;
- 7) $f(x) = \frac{6}{x^2-2}$; 16) $f(x) = \sqrt{x-8} + \frac{9}{\sqrt{10-x}}$;
- 8) $f(x) = \frac{x+3}{x^2+5x-6}$; 17) $f(x) = \sqrt{x-3} + \frac{x+2}{x^2-6x}$;
- 9) $f(x) = \frac{x-4}{x^2+3x+3}$; 18) $f(x) = \frac{\sqrt{x+5}}{\sqrt{x+4}} - \frac{5x-3}{x^2-8x+7}$;

19) $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$;

21) $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{|x|-5}}$;

20) $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$;

22) $f(x) = \frac{x+2}{|x|-8} + \frac{4}{x}$.

14. Найдите область значений функции:

1) $f(x) = \sqrt{x} + 2$;

5) $g(x) = 5 + |x|$;

9) $g(x) = \sqrt{1 - x^2}$;

2) $g(x) = x^2 + 4$;

6) $f(x) = \sqrt{x^2 + 4} - 3$;

10) $h(x) = \frac{4}{x^2 + 1}$.

3) $\varphi(x) = 5 - x^2$;

7) $f(x) = \sqrt{-x^2}$;

4) $h(x) = x^2 + 4x - 7$;

8) $\varphi(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{1-x}$;

15. Найдите нули функции:

1) $f(x) = 0,5x^2 - 3x - 2$;

3) $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 4}$;

5) $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$;

2) $f(x) = \sqrt{x + 2}$;

4) $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$;

6) $f(x) = x\sqrt{x - 2}$.

16. На рисунке 1 изображен график функции $y = f(x)$, определенной на промежутке $[-3, 5]$. Пользуясь графиком, найдите:

1) $f(-2,5)$; $f(-2)$; $f(-0,5)$; $f(0)$; $f(0,5)$; $f(3)$;

2) значения x , при которых $f(x) = -2$; $f(x) = 3$; $f(x) = 1,5$;

3) нули функции;

4) наибольшее и наименьшее значения функции;

5) область значений функции;

6) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

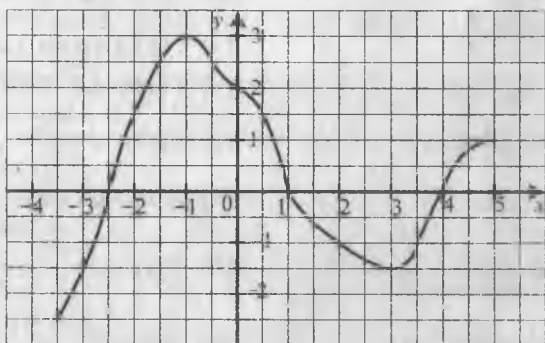
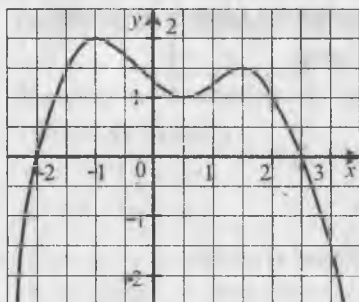
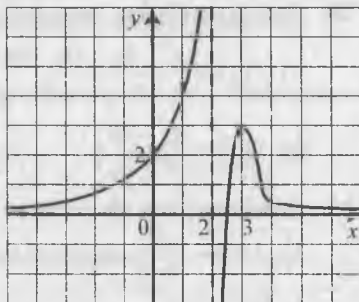
7) количество корней уравнения $f(x) = a$ в зависимости от значения a .

Рис. 1



а)



б)

Рис. 2

17. На рисунке 2 изображен график функции $y = f(x)$. Пользуясь графиком, найдите:

- 1) нули функции;
- 2) множество решений неравенства $f(x) > 0$;
- 3) промежутки возрастания и промежутки убывания функции.

18. Постройте график функции, укажите промежутки возрастания и промежутки убывания функции:

- | | | |
|--------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 1) $f(x) = 2x - 3$; | 4) $f(x) = 4$; | 7) $f(x) = x^2 - 2x$; |
| 2) $f(x) = 4 - \frac{1}{3}x$; | 5) $f(x) = \frac{10}{x}$; | 8) $f(x) = 4 - x^2$; |
| 3) $f(x) = -3x$; | 6) $f(x) = -\frac{8}{x}$; | 9) $f(x) = x^2 - 6x + 5$. |

19. Постройте график функции, укажите промежутки возрастания и промежутки убывания функции:

- 1)
$$f(x) = \begin{cases} \frac{6}{x}, & \text{если } x \leq -3, \\ \frac{2}{3}x, & \text{если } -3 < x < 3, \\ \frac{6}{x}, & \text{если } x \geq 3; \end{cases}$$
- 2)
$$f(x) = \begin{cases} -2x - 3, & \text{если } x \leq -4, \\ x^2 + 2x - 3, & \text{если } -4 < x < 2, \\ 5, & \text{если } x \geq 2; \end{cases}$$
- 3)
$$f(x) = \begin{cases} -x + 3, & \text{если } x \leq -2, \\ x + 1, & \text{если } -2 < x \leq 4, \\ \sqrt{x}, & \text{если } x > 4. \end{cases}$$

20. Найдите область определения и постройте график функции:

$$1) f(x) = \frac{x^2 - 8x + 16}{4 - x};$$

$$3) f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4};$$

$$2) f(x) = \frac{4x - 20}{x^2 - 5x};$$

$$4) f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{x - 3};$$

21. Докажите, что функция:

$$1) f(x) = \frac{5}{x-1} \text{ убывает на промежутке } (1; +\infty);$$

$$2) f(x) = 6x - x^2 \text{ возрастает на промежутке } (-\infty; 3].$$

Четные и нечетные функции

22. Известно, что $f(-4) = -20$. Найдите $f(4)$, если функция f является: 1) четной; 2) нечетной.

23. Является ли функция $f(x) = x^2$ четной, если ее областью определения является множество:

$$1) [-4; 4]; \quad 2) (-\infty; -5) \cup (5; +\infty); \quad 3) [-3; 3]; \quad 4) (-\infty; 7] ?$$

24. Является ли четной или нечетной функция:

$$1) f(x) = 9x^4;$$

$$7) f(x) = (x+4)(x-1) - 3x;$$

$$2) f(x) = 7x^3 - 5x^5;$$

$$8) f(x) = (x-5)^2 - (x+5)^2;$$

$$3) f(x) = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 1};$$

$$9) f(x) = \frac{x^2 - 4x}{2x - 8};$$

$$4) f(x) = \sqrt{6 - x^2};$$

$$10) f(x) = x|x|;$$

$$5) f(x) = x^2 + x - 3;$$

$$11) f(x) = \frac{11x^2}{(x-11)^2};$$

$$6) f(x) = \frac{1}{x^3 + 2x};$$

$$12) f(x) = \frac{x^3 - x^2}{x^3 - x};$$

25. На рисунке 3 изображена часть графика функции $y = g(x)$, определенной на промежутке $[-7; 7]$. Постройте график этой функции, если она является: 1) четной; 2) нечетной.

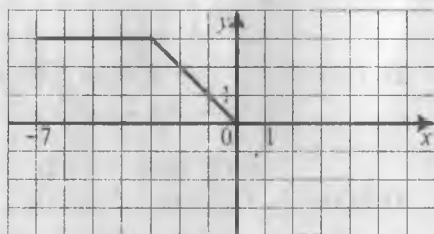
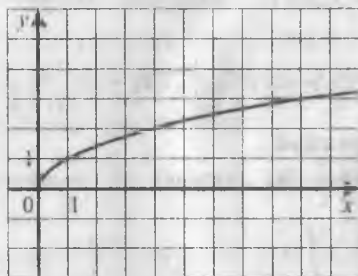


Рис. 3

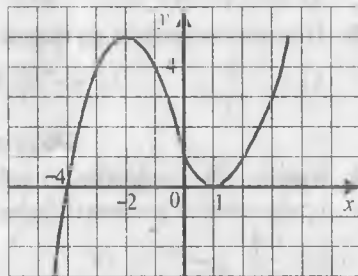
Построение графиков функций с помощью геометрических преобразований

26. На рисунке 4 изображен график функции $y = f(x)$. Постройте график функции:

- 1) $y = f(x) + 2$; 3) $y = f(x + 2)$; 5) $y = -f(x)$;
 2) $y = f(x) - 3$; 4) $y = f(x - 3)$; 6) $y = 4 - f(x)$.



а)



б)

Рис. 4

27. Постройте график функции:

- 1) $y = \frac{4}{x}$; 3) $y = \frac{4}{x} + 1$; 5) $y = \frac{4}{x+1}$; 7) $y = \frac{2x+4}{x}$;
 2) $y = \frac{4}{x} - 5$; 4) $y = \frac{4}{x-2}$; 6) $y = \frac{4}{x-1} + 2$; 8) $y = \frac{2x-4}{x-3}$.

28. Постройте график функции:

- 1) $y = \sqrt{x}$; 4) $y = \sqrt{x-4} + 2$; 7) $y = 3 - \sqrt{x+1}$;
 2) $y = \sqrt{x} - 4$; 5) $y = -\sqrt{x}$; 8) $y = -1 - \sqrt{x-1}$.
 3) $y = \sqrt{x-4}$; 6) $y = 2 - \sqrt{x}$;

29. Постройте график функции:

- 1) $y = \sqrt{2x}$; 4) $y = \frac{1}{3}\sqrt{x}$; 7) $y = 2\sqrt{x-2} + 1$;
 2) $y = \sqrt{\frac{x}{3}}$; 5) $y = \sqrt{2x-2}$; 8) $y = 0.5\sqrt{2x+6} - 2$.
 3) $y = 2\sqrt{x}$; 6) $y = \sqrt{2x+4} - 3$;

Построение графиков функций $y = f(|x|)$ и $y = |f(x)|$

30. Постройте график функции:

- 1) $y = x^2 - 2x - 3$; 3) $y = |x^2 - 2x - 3|$;
 2) $y = x^2 - 2|x| - 3$; 4) $y = |x^2 - 2|x| - 3|$.

31. Постройте график функции:

1) $y = \sqrt{x} - 3$;

3) $y = \sqrt{|x|} - 3$;

2) $y = |\sqrt{x} - 3|$;

4) $y = |\sqrt{|x|} - 3|$.

32. Постройте график функции:

1) $y = |x|$;

3) $y = |x + 3|$;

5) $y = -3|x|$;

2) $y = |x| - 4$;

4) $y = ||x| - 5|$;

6) $y = |x - 3| - 1$.

33. Постройте график функции:

1) $y = \frac{6}{|x|}$;

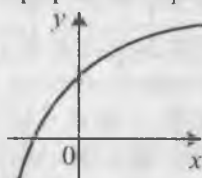
2) $y = \left| \frac{6}{x} + 2 \right|$;

3) $y = \left| \frac{6}{x+2} \right|$;

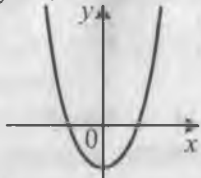
4) $y = \frac{6}{|x|+2}$.

Обратная функция

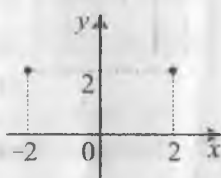
34. Какие из графиков, изображенных на рисунке 5, являются графиками обратимых функций?



а)



б)



в)

Рис. 5

35. Является ли обратимой функция:

1) $y = \sqrt{x}$;

3) $y = x^2, x \in [-2; 0]$;

2) $y = x^2, x \in [1; +\infty)$;

4) $y = x^2, x \in [-2; +\infty)$?

36. Найдите функцию, обратную данной:

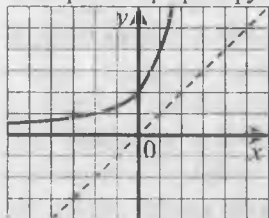
1) $y = 2x + 4$;

3) $y = 1 + \sqrt{x+3}$;

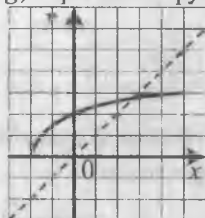
2) $y = \frac{3}{x-2}$;

4) $y = x^2, x \in [2; +\infty)$.

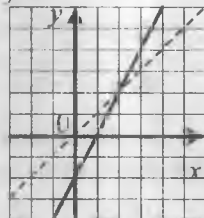
37. С помощью графика функции f , изображенного на рисунке 6, постройте график функции g , обратной к функции f .



а)



б)



в)

Рис. 6

Метод интервалов**38. Решите неравенство:**

- 1) $(x + 3,2)(x - 4) \geq 0$;
- 2) $(x + 7)(x - 6)(x - 14) < 0$;
- 3) $(2x + 3)(4x - 3)(x - 10) \geq 0$;
- 4) $(5 + x)(x + 1)(3 - x) < 0$;
- 5) $(x + 6,8)(1 - x)(2 - x) \geq 0$;
- 6) $(5x + 20)(2 - 6x)(6x - 12)(9 - 2x) \leq 0$.

39. Решите неравенство:

- 1) $\frac{x+8}{x-7} < 0$;
- 4) $\frac{x+6,2}{x-1,6} \leq 0$;
- 7) $\frac{(x+13)(x+2)}{x-13} \geq 0$;
- 2) $\frac{x-9}{x+11} > 0$;
- 5) $\frac{6-x}{x-5} \geq 0$;
- 8) $\frac{x-3,5}{(x+6)(x-12)} \leq 0$;
- 3) $\frac{x-3,2}{x-4,8} \geq 0$;
- 6) $\frac{3x+1,8}{1,5-5x} \leq 0$;
- 9) $\frac{x+7,2}{(10-x)(x-3)} \geq 0$.

40. Найдите множество решений неравенства:

- 1) $(x^2 + 7x)(x^2 - 25) \leq 0$;
- 3) $\frac{x^2 + 10x + 9}{x^2 - 4x + 3} < 0$;
- 2) $(x^2 + 6x + 5)(x^2 - 3x) > 0$;
- 4) $\frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 64} \geq 0$.

41. Решите неравенство:

- 1) $(x^2 + 4)(x^2 - 4x + 3) \geq 0$;
- 6) $(x - 5)^2(x^2 - 2x - 3) > 0$;
- 2) $(x + 4)^2(x^2 + 8x + 12) < 0$;
- 7) $(x - 5)^2(x^2 - 2x - 3) \geq 0$;
- 3) $(x + 4)^2(x^2 + 8x + 12) \leq 0$;
- 8) $(x - 5)^2(x^2 - 2x - 3) < 0$;
- 4) $(x + 4)^2(x^2 + 8x + 12) > 0$;
- 9) $(x - 5)^2(x^2 - 2x - 3) \leq 0$;
- 5) $(x + 4)^2(x^2 + 8x + 12) \geq 0$;
- 10) $(x - 1)^2(x - 2)^4(x - 3)^3 > 0$;
- 11) $(x - 1)^2(x - 2)^4(x - 3)^3 \geq 0$;
- 12) $(x - 1)^2(x - 2)^3(x - 3)^4(x - 4)^5 \leq 0$;
- 13) $(x^2 + 9x + 18)(x^2 + 4x + 5) \geq 0$;
- 14) $(x^2 - 2x - 7)(3x - x^2 - 6) \leq 0$.

42. Решите неравенство:

$$1) \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 4x + 4} > 0;$$

$$2) \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 4x + 4} \geq 0;$$

$$3) \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 4x + 4} < 0;$$

$$4) \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 4x + 4} \leq 0;$$

$$5) \frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 3x - 10} > 0;$$

$$6) \frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 3x - 10} \geq 0;$$

$$7) \frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 3x - 10} < 0;$$

$$8) \frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 3x - 10} \leq 0;$$

$$9) \frac{x^2 + x - 6}{|x - 4|} \geq 0;$$

$$10) \frac{|x + 2|}{x^2 - 2x - 63} \geq 0.$$

43. Найдите множество решений неравенства:

$$1) \frac{x^2 - 6x}{x^2 - 36} \geq 0;$$

$$2) \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 3x - 4} \leq 0.$$

44. Решите неравенство:

$$1) \frac{x + 2}{x - 2} \geq \frac{4x - 10}{x - 2};$$

$$3) \frac{x^2 + 5x}{x - 1} \geq \frac{14}{x - 1};$$

$$2) \frac{3x}{2x - 7} \leq 1;$$

$$4) \frac{x^2 - 4x}{x - 2} \leq 3.$$

45. Для каждого значения a решите неравенство:

$$1) (x - 4)(x - a) < 0;$$

$$5) (x - a)(x + 2)^2 \leq 0;$$

$$2) (x - 4)(x - a)^2 > 0;$$

$$6) \frac{x - 7}{x - a} \leq 0;$$

$$3) (x - 4)(x - a)^2 \geq 0;$$

$$7) \frac{(x - 5)(x - a)}{x - 5} \geq 0;$$

$$4) (x - a)(x + 2)^2 < 0;$$

$$8) \frac{(x - 5)(x - a)}{x - a} \leq 0.$$

Степенная функция с натуральным показателем

46. Через какие из данных точек проходит график функции $y = x^5$:

$$A(-2; -32); \quad B(-1; 1); \quad C\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{243}\right); \quad D(0,1; -0,00001)?$$

47. Функция задана формулой $f(x) = x^8$. Сравните:

$$1) f(2,4) \text{ и } f(3,8);$$

$$3) f(-9,6) \text{ и } f(9,6);$$

$$2) f(-8,7) \text{ и } f(-9,6);$$

$$4) f(-0,8) \text{ и } f(0,4).$$

48. Функция задана формулой $f(x) = x^{15}$. Сравните:

- 1) $f(3,4)$ и $f(5,2)$; 3) $f(4,1)$ и $f(-4,1)$;
2) $f(-0,35)$ и $f(-0,24)$; 4) $f(0,6)$ и $f(-5)$.

49. Решите уравнение:

- 1) $x^7 = 128$; 2) $x^9 = -1$; 3) $x^4 = 625$; 4) $x^4 = -16$.

50. Сколько корней в зависимости от значения a имеет уравнение:

- 1) $x^{10} = a - 3$; 2) $x^8 = a^2 - 6a + 5$?

51. Постройте график функции:

- 1) $y = x^3 + 2$; 2) $y = (x + 2)^3$; 3) $y = x^4 - 2$; 4) $y = -\frac{1}{2}x^4$.

52. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^6$ на промежутке:

- 1) $[0; 3]$; 2) $[-3; -2]$; 3) $[-3; 3]$; 4) $(-\infty; -3]$.

53. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^9$ на промежутке: 1) $[-2; 2]$; 2) $[2; +\infty)$.

54. Четным или нечетным натуральным числом является показатель степени n функции $y = x^n$, если:

- 1) $f(-5) > f(-3)$; 3) $f(-5) < f(-3)$; 5) $f(-5) > f(3)$;
2) $f(-5) < f(3)$; 4) $f(5) > f(3)$; 6) $f(5) > f(-3)$?

Степенная функция с целым показателем

55. Проходит ли график функции $y = x^{-7}$ через точку:

- 1) $A(-2; -128)$; 2) $B\left(\frac{1}{2}; 128\right)$; 3) $C(-1; -7)$; 4) $D(1; 1)$?

56. При каком значении a график функции $y = ax^{-4}$ проходит через точку: 1) $A\left(5; -\frac{1}{5}\right)$; 2) $B(-3; 1)$?

57. Дана функцию $f(x) = x^{-15}$. Сравните:

- 1) $f(20)$ и $f(23)$; 2) $f(-1,6)$ и $f(-1,8)$; 3) $f(-6,4)$ и $f(6,4)$.

58. Дана функция $f(x) = x^{-20}$. Сравните:

- 1) $f(1,4)$ и $f(2,6)$; 3) $f(-2,8)$ и $f(2,8)$;
2) $f(-5,4)$ и $f(-6,3)$; 4) $f(-25)$ и $f(7)$.

59. Постройте график функции:

- 1) $y = x^{-2} - 2$; 2) $y = (x - 2)^{-2}$; 3) $y = 2x^{-3}$.

60. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^{-5}$ на промежутке: 1) $\left[\frac{1}{3}; 1\right]$; 2) $[-2; -1]$; 3) $[2; +\infty)$.

61. Четным или нечетным является натуральное число n в показателе степени функции $f(x) = x^{-n}$, если:

1) $f(-3) > f(-2)$;

3) $f(-3) < f(-2)$;

2) $f(-3) < f(2)$;

4) $f(3) > f(2)$?

Определение корня n -й степени

62. Найдите значение корня:

1) $\sqrt[3]{64}$;

2) $\sqrt[4]{0,0001}$;

3) $\sqrt[5]{-32}$;

4) $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}}$.

63. Вычислите значение выражения:

1) $0,2\sqrt[3]{1000} - \frac{3}{5}\sqrt[4]{625}$;

2) $\sqrt[7]{-128} + 3(\sqrt[5]{9})^5 - 4\sqrt[8]{256}$;

3) $4(-\sqrt[8]{6})^8 - 0,8\sqrt[4]{10000} + \left(\frac{1}{3}\sqrt[3]{270}\right)^3$;

4) $\sqrt[4]{2\frac{113}{256}} \cdot \sqrt[3]{-\frac{8}{125}} + (-2\sqrt{7})^2 - (-\sqrt[2]{11})^9$;

5) $\sqrt[6]{0,000064} + \frac{2}{9}(-3\sqrt[4]{0,4})^4 + 6\sqrt[12]{0,3^{12}}$;

6) $(-\sqrt[5]{30})^5 + \sqrt[6]{4^3} - \sqrt[3]{343} + \sqrt[3]{-27} + \sqrt[8]{13^8} - 100\sqrt[4]{0,0081}$.

64. Найдите область определения функции:

1) $y = \sqrt[4]{x-8}$;

2) $y = \sqrt[8]{-x}$;

3) $y = \sqrt[5]{x+2}$;

4) $y = \sqrt[6]{x^2 - 4x}$.

65. Решите уравнение:

1) $x^5 = 32$;

5) $x^8 = 1$;

9) $(x+3)^3 = 27$;

2) $x^7 = 8$;

6) $x^6 = 729$;

10) $(x-2)^6 = 64$;

3) $x^9 = -16$;

7) $x^{10} = 5$;

11) $5x^4 + 475 = 0$;

4) $x^4 = \frac{1}{16}$;

8) $x^4 = -81$;

12) $8x^4 - 64 = 0$.

66. Решите уравнение:

1) $\sqrt{x} = 4$;

4) $\sqrt[4]{x} + 2 = 0$;

7) $\sqrt[5]{4x} + 2 = 0$;

2) $\sqrt[3]{x} = \frac{2}{3}$;

5) $\sqrt[3]{x} + 6 = 0$;

8) $\sqrt[5]{4x+2} = 0$;

3) $\sqrt[4]{x} - 5 = 0$;

6) $\frac{1}{3}\sqrt[4]{x} - 2 = 0$;

9) $\sqrt[5]{4x+2} = 3$.

67. Решите уравнение:

$$1) x^6 - 26x^3 - 27 = 0;$$

$$3) x^{12} + x^6 - 6 = 0.$$

$$2) x^8 - 17x^4 + 16 = 0;$$

68. Оцените значение x , если:

$$1) -1 \leq \sqrt[3]{x} \leq 2;$$

$$2) 3 < \sqrt[4]{x} < 5.$$

69. Для каждого значения a решите уравнение:

$$1) a\sqrt[4]{x} = 0; \quad 3) a\sqrt[3]{x} = a; \quad 5) x^4 = a + 3; \quad 7) x^3 = a - 4;$$

$$2) \sqrt[4]{ax} = 0; \quad 4) \sqrt[8]{x} = a; \quad 6) ax^6 = 3; \quad 8) x^6 = a^2 - 25.$$

Свойства корня n -й степени

70. Найдите значение корня:

$$1) \sqrt[3]{27 \cdot 64}; \quad 3) \sqrt[5]{243 \cdot 0,00032}; \quad 5) \sqrt[7]{0,3^7 \cdot 5^{14}};$$

$$2) \sqrt[4]{0,0081 \cdot 625}; \quad 4) \sqrt[3]{4^6 \cdot 3^9}; \quad 6) \sqrt[4]{\frac{3^8 \cdot 7^4}{5^4 \cdot 2^{12}}}.$$

71. Вычислите значение выражения:

$$1) \sqrt[5]{16} \cdot \sqrt[3]{2};$$

$$6) \frac{\sqrt[3]{5^8 \cdot 7^{10}}}{\sqrt[3]{5^2 \cdot 7^{16}}};$$

$$2) \sqrt[6]{10\,000} \cdot \sqrt[6]{100};$$

$$7) \sqrt[3]{5 - \sqrt{17}} \cdot \sqrt[3]{5 + \sqrt{17}};$$

$$3) \sqrt[3]{0,108} \cdot \sqrt[3]{2};$$

$$8) \sqrt[4]{26 + \sqrt{51}} \cdot \sqrt[4]{26 - \sqrt{51}};$$

$$4) \sqrt[8]{3^5 \cdot 5^2} \cdot \sqrt[8]{3^3 \cdot 5^6};$$

$$9) \sqrt[5]{3\sqrt{2} - 5\sqrt{2}} \cdot \sqrt[5]{3\sqrt{2} + 5\sqrt{2}}.$$

$$5) \frac{\sqrt[5]{96}}{\sqrt[5]{729}};$$

72. Упростите выражение:

$$1) \sqrt[4]{a^4}, \text{ если } a \geq 0;$$

$$5) \sqrt[4]{16x^8y^4z^{12}}, \text{ если } y \geq 0, z \leq 0;$$

$$2) \sqrt[6]{b^6}, \text{ если } b \leq 0;$$

$$6) 3,5x\sqrt[8]{256x^{24}}, \text{ если } x \leq 0;$$

$$3) \sqrt[5]{x^5};$$

$$7) \frac{\sqrt[10]{a^{10}b^{20}c^{30}}}{a^2b^3c^4}, \text{ если } a < 0, c < 0;$$

$$4) \sqrt[3]{343m^6n^9};$$

$$8) -0,2a^3 \cdot \sqrt[4]{625a^{16}b^{36}}, \text{ если } b \leq 0.$$

73. Упростите выражение:

$$1) \sqrt[4]{(x-3)^4};$$

$$3) \sqrt[8]{(y+3)^8}, \text{ если } y \leq -3;$$

$$2) \sqrt[6]{(a-23)^6}, \text{ если } a \geq 23;$$

$$4) (32-a)\sqrt[4]{\frac{81}{(a-32)^4}}, \text{ если } a > 32.$$

74. Упростите выражение:

1) $\sqrt[3]{\sqrt{a}}$; 2) $\sqrt[5]{\sqrt{x}}$; 3) $\sqrt[4]{\sqrt[3]{m}}$; 4) $\sqrt[2]{\sqrt[3]{a^{32}}}$; 5) $\sqrt[10]{m^5 n^{15}}$.

75. Упростите выражение:

1) $\sqrt[4]{(4 - \sqrt{3})^4}$; 3) $\sqrt[6]{(\sqrt{6} - \sqrt{8})^6}$;
 2) $\sqrt[3]{(2 - \sqrt{7})^3}$; 4) $\sqrt[5]{(8 - \sqrt{11})^5} + \sqrt[8]{(3 - \sqrt{11})^8}$.

76. Постройте график функции:

1) $y = \sqrt[4]{x^4} - x$, если $x \leq 0$; 4) $y = x + \sqrt[4]{x^4}$;
 2) $y = (\sqrt[6]{x-3})^6$; 5) $y = \sqrt[4]{x} \cdot \sqrt[4]{x^3}$;
 3) $y = \sqrt[6]{(x-6)^6}$; 6) $y = \frac{x^2}{\sqrt[6]{x^6}} + 3$.

Тождественные преобразования выражений, содержащих корни n -й степени

77. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt[3]{54}$; 2) $\sqrt[5]{96}$; 3) $\sqrt[4]{1250}$; 4) $\sqrt[6]{320}$.

78. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt{8a^4}$; 5) $\sqrt[4]{32x^{10}y^{13}}$; 9) $\sqrt[4]{a^5b^5}$, если $a \leq 0$, $b \leq 0$;
 2) $\sqrt[4]{x^9}$; 6) $\sqrt[3]{250m^7n^{20}}$; 10) $\sqrt[4]{a^6b^5}$, если $a \leq 0$;
 3) $\sqrt[3]{-a^{10}}$; 7) $\sqrt[4]{-16x^7}$; 11) $\sqrt[6]{a^7b^{14}c^{18}}$, если $c < 0$;
 4) $\sqrt[4]{x^6y^5}$; 8) $\sqrt[6]{a^{26}b^{13}}$; 12) $\sqrt[8]{-a^{17}b^{26}}$, если $b \leq 0$.

79. Внесите множитель под знак корня:

1) $4\sqrt{3}$; 2) $2\sqrt[3]{5}$; 3) $10\sqrt[4]{0,312}$; 4) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{135}$.

80. Внесите множитель под знак корня:

1) $a\sqrt{7}$; 4) $2x\sqrt[3]{3x^2}$; 7) $m\sqrt[6]{m^4}$, если $m \leq 0$;
 2) $a\sqrt{-a}$; 5) $b\sqrt[4]{4b}$; 8) $ab\sqrt[4]{a^2b}$, если $a > 0$;
 3) $a\sqrt[4]{a^3}$; 6) $3x^2\sqrt[3]{\frac{x}{9}}$; 9) $a^5b^3\sqrt[8]{a^6b^{10}}$, если $a < 0$, $b > 0$.

81. Упростите выражение (переменные принимают неотрицательные значения):

1) $\sqrt[3]{b^4\sqrt[4]{b}}$; 2) $\sqrt[6]{p^5\sqrt[3]{p}}$; 3) $\sqrt[4]{a^3\sqrt[3]{a^7}}$.

82. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

$$1) \frac{12}{\sqrt{6}}; \quad 2) \frac{6}{\sqrt[3]{3}}; \quad 3) \frac{14}{\sqrt[4]{8}}; \quad 4) \frac{15}{\sqrt[3]{25}}; \quad 5) \frac{24}{\sqrt[5]{8}}; \quad 6) \frac{m^3}{\sqrt[7]{m^4}}.$$

83. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

$$1) \frac{33}{\sqrt{17}-\sqrt{6}}; \quad 2) \frac{18}{3+\sqrt{3}}; \quad 3) \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}; \quad 4) \frac{10}{\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{3}+1}.$$

84. Сократите дроби:

$$\begin{array}{lll} 1) \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{x-y}; & 3) \frac{\sqrt[3]{a}-1}{\sqrt[6]{a}+1}; & 5) \frac{\sqrt[6]{9a}-\sqrt[6]{3a^2}}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{3}}; \\ 2) \frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt[4]{x}+\sqrt[4]{y}}; & 4) \frac{\sqrt{a}-\sqrt[4]{a}}{a-\sqrt[4]{a^3}}; & 6) \frac{x+8}{\sqrt[3]{x^2}-2\sqrt[3]{x}+4}. \end{array}$$

85. Найдите значение выражения:

$$1) \sqrt[3]{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt{7+4\sqrt{3}}; \quad 2) \sqrt{\sqrt{5}+1} \cdot \sqrt{6-2\sqrt{5}}.$$

86. Упростите выражение:

$$\begin{array}{ll} 1) (\sqrt[3]{a}+2)(\sqrt[3]{a}-2) - (\sqrt[3]{a}+3)^2; & 3) \frac{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}{\sqrt[6]{ab}-\sqrt[3]{b}} - \frac{2\sqrt[6]{a}}{\sqrt[6]{a}-\sqrt[6]{b}}; \\ 2) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-1} - \frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[4]{a}+1}; & 4) \left(\frac{\sqrt[4]{a}-2}{\sqrt[4]{a}+2} - \frac{\sqrt[4]{a}+2}{\sqrt[4]{a}-2} \right) : \frac{12\sqrt{a}}{4-\sqrt{a}}; \\ 5) \frac{3\sqrt[8]{a}}{\sqrt[8]{a}-4} - \frac{\sqrt[8]{a}+2}{2\sqrt[8]{a}-8} : \frac{96}{\sqrt[4]{a}+2\sqrt[8]{a}}; & \\ 6) \left(\frac{2\sqrt[6]{x}}{2\sqrt[6]{x}+\sqrt[6]{y}} - \frac{4\sqrt[3]{x}}{4\sqrt[3]{x}+4\sqrt[6]{xy}+\sqrt[3]{y}} \right) : \left(\frac{4\sqrt[6]{x}}{4\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}} + \frac{1}{\sqrt[6]{y}-2\sqrt[6]{x}} \right). \end{array}$$

87. Докажите, что значение выражения $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$ является числом рациональным.

Функция $y = \sqrt[n]{x}$

88. Найдите область определения функции:

$$1) y = \sqrt[3]{x-8}; \quad 2) y = \sqrt[4]{x+16}; \quad 3) y = \sqrt{\frac{x-2}{x+3}}; \quad 4) y = \sqrt[8]{8-7x-x^2}.$$

89. Найдите область значений функции:

$$1) y = \sqrt[8]{x}+4; \quad 2) y = -\sqrt[4]{x}-3; \quad 3) y = \sqrt[7]{x}+5.$$

90. Оцените значение выражения $\sqrt[3]{x}$, если:

1) $8 \leq x \leq 343$;

2) $-27 < x < 64$.

91. Сравните:

1) $\sqrt[3]{2,8}$ и $\sqrt[3]{2,4}$;

4) $\sqrt[3]{6}$ и $\sqrt[6]{34}$;

7) $\sqrt[8]{3}$ и $\sqrt[6]{2}$;

2) $\sqrt[2]{-12}$ и $\sqrt[2]{-16}$;

5) $2\sqrt[3]{5}$ и $3\sqrt[3]{2}$;

8) $\sqrt[4]{10}$ и $\sqrt[6]{15\sqrt{6}}$.

3) 3 и $\sqrt[4]{82}$;

6) $\sqrt[3]{7}$ и $\sqrt{2}$;

92. Между какими двумя последовательными целыми числами находится на координатной прямой число: 1) $\sqrt[3]{12}$; 2) $\sqrt[4]{50}$; 3) $-\sqrt[5]{30}$?

93. Укажите все целые числа, расположенные на координатной прямой между числами: 1) 2 и $\sqrt[3]{130}$; 2) $\sqrt[3]{-40}$ и $\sqrt[4]{650}$.

94. Постройте график функции:

1) $y = \sqrt[3]{x} - 1$;

2) $y = \sqrt[3]{x-1}$;

3) $y = \sqrt[3]{1-x}$;

4) $y = \sqrt[3]{|x|} + 1$.

Определение и свойства степени с рациональным показателем

95. Представьте степень с дробным показателем в виде корня:

1) $3^{\frac{1}{2}}$;

3) $6^{-\frac{1}{4}}$;

5) $(mn)^{\frac{2}{3}}$;

7) $(a+b)^{1,5}$;

2) $10^{\frac{4}{5}}$;

4) $12^{-\frac{2}{3}}$;

6) $mn^{\frac{2}{3}}$;

8) $a^{-\frac{4}{5}} + b^{2,6}$.

96. Замените арифметический корень степенью с дробным показателем:

1) $\sqrt{a}$;

3) $\sqrt[8]{y^5}$;

5) $\sqrt[4]{5^{-3}}$;

7) $\sqrt[9]{(x+y)^2}$;

2) $\sqrt[3]{m^2}$;

4) $\sqrt[6]{2x}$;

6) $\sqrt[7]{36}$;

8) $\sqrt[9]{x^2 + y^2}$.

97. Вычислите значение выражения:

1) $16^{\frac{1}{2}}$;

2) $8^{-\frac{2}{3}}$;

3) $0,0016^{-0,5}$;

4) $32^{0,4}$;

5) $\left(11\frac{1}{9}\right)^{2,5}$.

98. Найдите область определения функции:

1) $y = x^{\frac{3}{4}}$;

2) $y = x^{-0,7}$;

3) $y = (x+4)^{1,2}$;

4) $y = (x^2 + 8x - 9)^{-\frac{1}{5}}$.

99. Представьте в виде степени или произведения степеней:

1) $a^{-0,8} \cdot a^{1,3}$;

4) $(a^{-0,4})^8$;

7) $\left(a^{\frac{3}{8}}\right)^{\frac{4}{9}} \cdot \left(a^{-\frac{7}{10}}\right)^{\frac{5}{21}}$;

2) $a^{-\frac{1}{6}} \cdot a^{\frac{5}{12}}$;

5) $a^{\frac{5}{8}} \cdot a^{\frac{7}{12}} \cdot a^{-\frac{13}{24}}$;

8) $(a^3)^{-0,7} \cdot (a^{-0,4})^{-5} : (a^{-0,5})^8$;

3) $a^{\frac{7}{9}} : a^{\frac{5}{6}}$;

6) $\left(a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{4}{15}}\right)^{\frac{6}{11}}$;

9) $\left(a^{\frac{7}{30}} b^{-\frac{28}{45}}\right)^{\frac{15}{49}} \cdot \left(a^{-\frac{9}{35}} b^{\frac{36}{35}}\right)^{\frac{5}{18}}$.

100. Найдите значение выражения:

$$1) 2^{2,4} \cdot 2^{-0,3} \cdot 2^{3,9};$$

$$2) (3^{-0,6})^4 \cdot 3^{0,4};$$

$$3) \left(5^{-\frac{2}{3}}\right)^{\frac{9}{16}} \cdot 25^{\frac{11}{16}};$$

$$4) 16^{-0,75} \cdot 8^{-\frac{5}{12}} \cdot 4^{\frac{5}{8}};$$

$$5) \left(\frac{3^{\frac{5}{6}} \cdot 2^{\frac{5}{6}}}{5^{-\frac{1}{6}} \cdot 6}\right)^{-12};$$

$$6) \left(\frac{8^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{\frac{4}{3}}}{27^{-\frac{1}{9}} \cdot 2^{\frac{1}{2}}}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{27^{\frac{5}{4}} \cdot 16^{\frac{1}{5}}}{2^{-\frac{6}{5}} \cdot 81^{\frac{7}{16}}}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Преобразование выражений, содержащих степени с дробным показателем

101. Упростите выражение:

$$1) x^2 \left(x^{\frac{1}{2}} + 3\right) - \left(x^{\frac{1}{2}} + 3\right)^2;$$

$$2) \left(m^{\frac{1}{4}} - n^{\frac{1}{4}}\right) \left(m^{\frac{1}{4}} + n^{\frac{1}{4}}\right) + \left(2m^{\frac{1}{4}} - 3n^{\frac{1}{4}}\right) \left(5m^{\frac{1}{4}} + 2n^{\frac{1}{4}}\right);$$

$$3) \left(a^{\frac{1}{12}} + b^{\frac{1}{12}}\right) \left(a^{\frac{1}{12}} - b^{\frac{1}{12}}\right) \left(a^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{6}}\right) \left(a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}\right);$$

$$4) \left(a^{\frac{1}{6}} - b^{\frac{1}{6}}\right) \left(a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{3}}\right) - a^{\frac{1}{6}} \left(a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{1}{6}}\right).$$

102. Сократите дробь:

$$1) \frac{a + 6a^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{3}{4}} + 6};$$

$$4) \frac{a^{1,5} - b^{1,5}}{a + a^{0,5} b^{0,5} + b};$$

$$7) \frac{a + 27}{a^{\frac{2}{3}} - 9};$$

$$2) \frac{2m^{\frac{1}{3}}}{m^{\frac{1}{2}} - 4m^{\frac{1}{3}}};$$

$$5) \frac{m^2 n^{1,5} - m^{1,5} n^2}{m - 2m^{0,5} n^{0,5} + n};$$

$$8) \frac{x - 16x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{3}{4}} - 4x^{\frac{1}{2}}};$$

$$3) \frac{a - b}{a^{0,5} + b^{0,5}};$$

$$6) \frac{x - 5x^{\frac{1}{5}}}{x^{\frac{6}{5}} - 5x^{\frac{2}{5}}};$$

$$9) \frac{12^{\frac{1}{3}} - 4^{\frac{1}{3}}}{6^{\frac{1}{3}} - 2^{\frac{1}{3}}}.$$

103. Упростите выражение:

$$1) \frac{a^{\frac{1}{3}} - 2a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{3}}}{a - a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{2}{3}}} \cdot \frac{a^{\frac{5}{6}} b + ab^{\frac{5}{6}}}{a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{1}{6}} - b^{\frac{1}{3}}}; \quad 2) \frac{a+b}{a-b} - \frac{b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} + \frac{b^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{2}}};$$

$$3) \frac{x^{\frac{1}{8}} + 8}{x^{\frac{1}{4}} + 4x^{\frac{1}{8}}} - \frac{x^{\frac{1}{8}} + 1}{3x^{\frac{1}{8}} + 12} - \frac{6 - x^{\frac{1}{8}}}{3x^{\frac{1}{8}}};$$

$$4) \left(\frac{x^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}}} + \frac{y^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}}} \right) \cdot \frac{x^{\frac{2}{3}} - y^{\frac{2}{3}}}{xy^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{3}}y};$$

$$5) \left(\frac{3m^{\frac{1}{10}}}{m^{\frac{1}{10}} + 5} - \frac{8m^{\frac{1}{10}}}{m^{\frac{1}{5}} + 10m^{\frac{1}{10}} + 25} \right) : \frac{3m^{\frac{1}{10}} + 7}{m^{\frac{1}{5}} - 25} + \frac{5m^{\frac{1}{10}} - 25}{m^{\frac{1}{10}} + 5};$$

Иррациональные уравнения

104. Решите уравнение:

$$1) \sqrt[3]{2x-3} = -3;$$

$$6) \sqrt{2x-3} = \sqrt{x-2};$$

$$2) \sqrt{2x-3} = -3;$$

$$7) \sqrt{2x-3} = \sqrt{x^2 + x - 23};$$

$$3) \sqrt{2x-3} = 3;$$

$$8) \sqrt{2x-3} = 3-2x;$$

$$4) \sqrt{2x-3} = \sqrt{5-x};$$

$$9) \sqrt{2x-3} = \sqrt{1-x};$$

$$5) \sqrt{2x-3} = \sqrt{3-2x};$$

$$10) (x+1)\sqrt{x^2+x-2} = 2x+2.$$

105. Решите уравнение:

$$1) \sqrt{x+4} \cdot \sqrt{2-x} = 2;$$

$$6) \sqrt{x+3} + \sqrt{3x-9} = 6;$$

$$2) \sqrt{7-x} = x-1;$$

$$7) \sqrt{x+5} + \sqrt{5-x} = 4;$$

$$3) \sqrt{2x^2+8x+7} - 2 = x;$$

$$8) 2\sqrt{x+3} - \sqrt{x-2} = 4;$$

$$4) \sqrt{3x-5} = \frac{x-1}{\sqrt{x-2}};$$

$$9) \sqrt{7-x} = \sqrt{2x+3} - \sqrt{x+2};$$

$$5) \sqrt{x+5} - \sqrt{x-3} = 2;$$

$$10) \sqrt{9-2x} + \sqrt{1-x} = 2\sqrt{4-x};$$

$$11) \sqrt{2x+3} + \sqrt{3x+2} = \sqrt{2x+5} + \sqrt{3x}.$$

106. Решите уравнение:

$$1) \sqrt{x} - 4\sqrt[4]{x} + 3 = 0;$$

$$6) x^2 + \sqrt{x^2+11} = 31;$$

$$2) \sqrt[3]{x} - 4\sqrt[6]{x} - 5 = 0;$$

$$7) 2x^2 + 3x - 5\sqrt{2x^2+3x+9} + 3 = 0;$$

$$3) x - 8\sqrt[4]{x} = 0;$$

$$8) \sqrt{\frac{2-x}{x+4}} + \sqrt{\frac{x+4}{2-x}} = 2;$$

$$4) \sqrt{x+3} - 3\sqrt[4]{x+3} + 2 = 0;$$

$$9) x\sqrt[5]{x} - \sqrt[5]{x^3} = 2;$$

$$5) \sqrt[3]{x^2-2x+1} + 3\sqrt[3]{x-1} - 4 = 0; \quad 10) x^2 - 4x + 6 = \sqrt{2x^2-8x+12}.$$

107. Решите уравнение:

- 1) $\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{3x+2} = 0$; 3) $\sqrt[3]{x-2} + \sqrt{x-1} = 5$;
 2) $\sqrt[3]{45+x} - \sqrt[3]{x-16} = 1$; 4) $\sqrt[4]{18+5x} + \sqrt[4]{64-5x} = 4$.

108. Решите уравнение:

- 1) $\sqrt[3]{(x+3)^2} + \sqrt[3]{(6-x)^2} - \sqrt[3]{(x+3)(6-x)} = 3$;
 2) $\sqrt{x+6} + 2\sqrt{x+5} + \sqrt{x+6-2\sqrt{x+5}} = 6$.

Системы иррациональных уравнений

109. Решите систему уравнений:

- 1) $\begin{cases} \sqrt[3]{y} - \sqrt{x} = 7, \\ \sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{y} = 18; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} = 2, \\ xy = 27; \end{cases}$
 2) $\begin{cases} x - y = 16, \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 2; \end{cases}$ 7) $\begin{cases} \sqrt{4-y+x} + \sqrt{9-2y+x} = 7, \\ 2x - 3y = 12; \end{cases}$
 3) $\begin{cases} \sqrt{3x-y+3} = 2, \\ \sqrt{x+2y+4} = 4-x; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} \sqrt{\frac{6x}{x+y}} + \sqrt{\frac{x+y}{6x}} = \frac{5}{2}, \\ xy - x - y = 9; \end{cases}$
 4) $\begin{cases} \sqrt{\frac{y}{x}} + \sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{41}{20}, \\ x + y = 41; \end{cases}$ 9) $\begin{cases} 9x^2 + \sqrt{9x^2 + 2y + 1} = 1 - 2y, \\ 6x + y = 2; \end{cases}$
 5) $\begin{cases} \sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} = 2, \\ x - y = 56; \end{cases}$ 10) $\begin{cases} x + y - \sqrt{x} - \sqrt{y} + 2\sqrt{xy} = 42, \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 3. \end{cases}$

Иррациональные неравенства

110. Решите неравенство:

- 1) $\sqrt{x+2} > 5$; 2) $\sqrt{x+2} < 5$; 3) $\sqrt{x+2} > -3$; 4) $\sqrt{x+2} < -3$.

111. Решите неравенство:

- 1) $\sqrt{3x-10} > \sqrt{6-x}$; 4) $\sqrt{2x^2-3x-5} \leq x-1$;
 2) $\sqrt{2x^2+6x+3} \geq \sqrt{-x^2-4x}$; 5) $\sqrt{x+33} > x+3$;
 3) $\sqrt{5-2x} < 6x-1$; 6) $\sqrt{x^2+4x-5} > x-3$.

112. Решите неравенство:

- 1) $(5-2x)\sqrt{x} \leq 0$; 3) $\sqrt{x+1} > 8 - \sqrt{3x+1}$;
 2) $\sqrt{x} - 6\sqrt[4]{x} + 5 \geq 0$; 4) $\sqrt{x-5} - \sqrt{10-x} \geq 1$.

113. Для каждого значения a решите неравенство $a\sqrt{x+1} < 1$.

Радиианное измерение углов

114. Найдите радианную меру углов: 15° ; 30° ; 48° ; 75° ; 120° ; 240° .
115. Найдите градусную меру угла, радианная мера которого равна:
 $\frac{\pi}{20}$; $\frac{\pi}{12}$; $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{22}$; $\frac{4\pi}{5}$; $1\frac{2}{3}\pi$; 3π .
116. Радиус окружности равен 1 см. Найдите длину дуги окружности, соответствующей углу в 3 радиана.
117. В какой четверти находится точка единичной окружности, полученная при повороте точки $P_0(1; 0)$ на угол:
- 1) 138° ; 4) 500° ; 7) $\frac{5\pi}{3}$; 10) $2,7\pi$;
 2) 285° ; 5) -48° ; 8) $-\frac{11\pi}{6}$; 11) 2;
 3) -140° ; 6) $\frac{\pi}{7}$; 9) $-1,7\pi$; 12) -3 ?

Тригонометрические функции числового аргумента

118. Найдите значение выражения:

1) $2\cos 0^\circ + 5\sin 90^\circ - 4\operatorname{tg} 180^\circ$; 3) $\operatorname{tg} 45^\circ \cos 30^\circ \operatorname{ctg} 60^\circ$;

2) $\operatorname{ctg} \frac{\pi}{2} + 3\cos \frac{\pi}{2} - 4\sin \frac{3\pi}{2}$; 4) $\frac{\left(\sin \frac{\pi}{4} + \cos \frac{3\pi}{2}\right) \operatorname{ctg} \frac{\pi}{6}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} - \operatorname{tg} 2\pi}$;

5) $\sqrt{(2\sin 45^\circ + 1)^2} - \sqrt{(1 - 2\cos 45^\circ)^2}$.

119. Найдите значение выражения $\sin(\alpha + \beta)\sin(\alpha - \beta)$ при:

1) $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 15^\circ$;

2) $\alpha = \frac{\pi}{3}$, $\beta = \frac{\pi}{6}$.

120. Возможно ли равенство:

1) $\cos \alpha = \frac{5}{7}$;

3) $\sin \alpha = \frac{\pi}{5}$;

2) $\sin \alpha = -\sqrt[3]{1,1}$;

4) $\cos \alpha = \sqrt{2} - 2$?

121. При каких значениях a возможно равенство:

1) $\cos x = a + 2$;

2) $\sin x = 4a - a^2 - 5$?

122. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения:

1) $1 - 5\cos \alpha$;

2) $4 + \sin^2 \alpha$;

3) $\frac{\sin \alpha(3 - \cos \alpha)}{\sin \alpha}$;

123. Найдите область значений выражения:

1) $\frac{1}{2 - \sin 3x}$;

2) $\frac{1}{3\cos x - 2}$;

3) $\operatorname{tg}^2 x + 2$.

Знаки значений тригонометрических функций**124.** Какой знак имеет:

- 1) $\sin 140^\circ$; 3) $\operatorname{tg} 200^\circ$; 5) $\sin 2$;
2) $\cos 320^\circ$; 4) $\operatorname{ctg}(-84^\circ)$; 6) $\operatorname{tg} \frac{11\pi}{6}$?

125. Определите знак выражения:

- 1) $\sin 148^\circ \cos 116^\circ$; 2) $\operatorname{tg} 216^\circ \cos(-232^\circ)$; 3) $\sin 4 \operatorname{tg} 5$.

126. Углом какой четверти является угол α , если известно, что:

- 1) $\sin \alpha > 0$ и $\cos \alpha < 0$; 2) $|\sin \alpha| = \sin \alpha$?

127. Сравните:

- 1) $\operatorname{tg} 100^\circ$ и $\operatorname{tg}(-100^\circ)$; 3) $\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{4}$ и $\cos \frac{5\pi}{6}$;
2) $\cos 70^\circ$ и $\sin 340^\circ$; 4) $\cos 6$ и $\sin 4$.

Четность и нечетность тригонометрических функций**128.** Найдите значение выражения:

- 1) $\sin(-30^\circ) - 2 \operatorname{tg}(-45^\circ) - \cos(-60^\circ)$;
2) $2 \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \sin(-\pi) + 5 \sin^2\left(-\frac{\pi}{3}\right)$.

129. Является ли четной или нечетной функция, заданная формулой:

- 1) $f(x) = \sin^2 x$; 3) $f(x) = \frac{\sin x + \operatorname{ctg} x}{1 + \cos x}$; 5) $f(x) = \operatorname{tg} x + 2$;
2) $f(x) = x - \sin x$; 4) $f(x) = \frac{\cos x}{x^2 - 1}$; 6) $f(x) = \frac{(x-1) \cos x}{x-1}$?

Периодические функции**130.** Найдите значение выражения:

- 1) $\sin 750^\circ$; 3) $\cos 1260^\circ$; 5) $\sin \frac{11\pi}{6}$;
2) $\operatorname{tg} 840^\circ$; 4) $\operatorname{ctg}(-405^\circ)$; 6) $\cos\left(-\frac{17\pi}{3}\right)$.

131. Покажите, что число T является периодом функции f :

- 1) $f(x) = \sin \frac{x}{2}$, $T = 4\pi$; 3) $f(x) = \left| \operatorname{ctg} \frac{x}{2} \right|$, $T = \pi$;
2) $f(x) = \operatorname{ctg} \pi x$, $T = 2$; 4) $f(x) = \sqrt{\cos x}$, $T = 2\pi$.

132. Покажите, что число $T = -\pi$ не является периодом функции $f(x) = \sin x$.**133.** Найдите наименьший положительный период функции:

- 1) $f(x) = \cos(2x + 3)$; 2) $f(x) = \operatorname{tg} \frac{x}{7}$.

Построение графиков тригонометрических функций**134. Постройте график функции:**

- 1) $y = \sin x - 1$; 3) $y = \sin 2x$; 5) $y = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 1$;
 2) $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$; 4) $y = 2 \sin x$; 6) $y = 2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$.

135. Постройте график функции:

- 1) $y = \cos x + 1,5$; 4) $y = -\frac{1}{2} \cos x$;
 2) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$; 5) $y = -\frac{1}{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1,5$;
 3) $y = \cos \frac{x}{3}$; 6) $y = -\frac{1}{2} \cos\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{12}\right) + 1,5$.

136. Постройте график функции:

- 1) $y = \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$; 2) $y = 3 \operatorname{tg} x - 2$; 3) $y = \operatorname{ctg} \frac{2x}{3}$.

137. Постройте график функции:

- 1) $y = |\sin x|$; 2) $y = \operatorname{tg} |x|$; 3) $y = \cos\left|x - \frac{\pi}{4}\right|$.

138. Постройте график функции:

- 1) $y = (\sqrt{\sin x})^2$; 5) $y = \sqrt{\cos x - 1}$;
 2) $y = \sin x + \sin |x|$; 6) $y = \frac{\sin x}{|\sin x|}$;
 3) $y = \cos x - \sqrt{\cos^2 x}$; 7) $y = \frac{\cos x - |\cos x|}{\sin x + |\sin x|}$;
 4) $y = \sqrt{-\sin^2 x}$;

Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента**139. Могут ли одновременно выполняться равенства:**

1) $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ и $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$; 2) $\operatorname{tg} \alpha = 5$ и $\operatorname{ctg} \alpha = 0,2$;

3) $\cos \alpha = \frac{2}{3}$ и $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{3}$;

4) $\sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ и $\cos \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$?

140. Вычислите значения тригонометрических функций угла α , если:

1) $\cos \alpha = \frac{1}{3}$; 2) $\sin \alpha = -\frac{2}{7}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

3) $\operatorname{tg} \alpha = 4$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

4) $\operatorname{ctg} \alpha = -\sqrt{2}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

141. Упростите выражение:

1) $\sin^2 \beta - 1$;

7) $(1 + \operatorname{tg} \alpha)^2 + (1 - \operatorname{tg} \alpha)^2$;

2) $\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha + \operatorname{ctg}^2 5\alpha$;

8) $\operatorname{ctg} x + \frac{\sin x}{1 + \cos x}$;

3) $2\sin \frac{\alpha}{3} \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{3} - \cos \frac{\alpha}{3}$;

9) $\frac{\sin \varphi}{1 - \cos \varphi} - \frac{1 + \cos \varphi}{\sin \varphi}$;

4) $\frac{\cos^2 \alpha - 1}{\sin^2 \alpha - 1} + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha$;

10) $\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha$;

5) $\frac{\operatorname{tg} \alpha \cos \alpha}{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha}$;

11) $\frac{\operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha}$;

6) $\left(1 + \cos \frac{x}{2}\right) \left(1 - \cos \frac{x}{2}\right)$;

12) $\frac{\cos^3(-\alpha) + \sin^3(-\alpha)}{\cos \alpha + \sin(-\alpha)}$.

142. Докажите тождество:

1) $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \beta} = \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \beta$;

2) $\sin^2 \alpha \cos^2 \beta + \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha \sin^2 \beta + \cos^2 \alpha \cos^2 \beta = 1$;

3) $\frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1}{\operatorname{ctg} \alpha - \sin \alpha \cos \alpha} = 2\operatorname{tg}^2 \alpha$;

4) $\frac{\sin \alpha - \cos \beta}{\sin \beta + \cos \alpha} = \frac{\sin \beta - \cos \alpha}{\sin \alpha + \cos \beta}$;

5) $1 - \sin^6 \alpha - \cos^6 \alpha = 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$.

143. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения:

1) $3\cos^2 \alpha - 4\sin^2 \alpha$;

2) $2\sin^2 \alpha + 3\operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha$.

144. Постройте график функции:

1) $y = \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x$;

2) $y = \operatorname{tg} x \cos x$.

145. Упростите выражение:

1) $\sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{2}} + \sqrt{1 - \cos^2 \frac{\alpha}{2}}$, если $3\pi < \alpha < 4\pi$;

2) $\sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}} - \sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}}$, если $90^\circ < \alpha < 180^\circ$;

3) $\sqrt{\sin^2 \alpha (1 - \operatorname{ctg} \alpha) + \cos^2 \alpha (1 - \operatorname{tg} \alpha)}$, если $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

146. Дано: $\sin \alpha + \cos \alpha = a$. Найдите:

- 1) $\sin \alpha \cos \alpha$; 3) $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$; 5) $\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha$;
 2) $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$; 4) $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha$; 6) $\sin \alpha - \cos \alpha$.

147. Найдите значение выражения:

- 1) $\frac{5\cos \alpha + 6\sin \alpha}{3\sin \alpha - 8\cos \alpha}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 4$;
 2) $\frac{3\sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha + 2\cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha - 4\sin \alpha \cos \alpha}$, если $\operatorname{ctg} \alpha = -3$.

148. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения $3\cos^2 \alpha - 4\sin \alpha$.

Формулы сложения

149. Упростите выражение:

- 1) $\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)$; 3) $\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \cos \alpha - \sin \alpha$;
 2) $\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$; 4) $\frac{\sin(30^\circ + \alpha) - \cos(60^\circ + \alpha)}{\sin(30^\circ + \alpha) + \cos(60^\circ + \alpha)}$.

150. Упростите выражение:

- 1) $\sin \varphi \cos 3\varphi + \cos \varphi \sin 3\varphi$;
 2) $\cos 64^\circ \cos 34^\circ + \sin 64^\circ \sin 34^\circ$;
 3) $\sin(84^\circ - \alpha) \cos(\alpha + 24^\circ) - \cos(84^\circ - \alpha) \sin(\alpha + 24^\circ)$;

151. Докажите тождество:

- 1) $\frac{\sin(45^\circ + \alpha) - \cos(45^\circ + \alpha)}{\sin(45^\circ + \alpha) + \cos(45^\circ + \alpha)} = \operatorname{tg} \alpha$;
 2) $\frac{\cos(\alpha + \beta) + 2\sin \alpha \sin \beta}{2\sin \alpha \cos \beta - \sin(\alpha + \beta)} = \operatorname{ctg}(\alpha - \beta)$;
 3) $\sin 6\alpha \operatorname{ctg} 3\alpha - \cos 6\alpha = 1$;
 4) $\sin^2(\alpha - 30^\circ) + \sin^2(30^\circ + \alpha) - \sin^2 \alpha = 0,5$.

152. Упростите выражение:

- 1) $\frac{\operatorname{tg} 14^\circ + \operatorname{tg} 46^\circ}{1 - \operatorname{tg} 14^\circ \operatorname{tg} 46^\circ}$; 2) $\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \operatorname{tg} \alpha}$.

153. Докажите тождество:

$$\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta + (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta) \operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = 1.$$

154. Пользуясь формулами сложения, найдите: 1) $\sin 15^\circ$; 2) $\operatorname{tg} 15^\circ$.

155. Дано: $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Найдите $\sin(30^\circ + \alpha)$.

156. Дано: $\sin \alpha = 0,6$, $\sin \beta = -0,8$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, $180^\circ < \beta < 270^\circ$.
Найдите $\cos(\alpha - \beta)$.

157. Найдите наибольшее значение выражения:

1) $\sqrt{3} \cos \alpha - \sin \alpha$;

2) $3 \sin \alpha + 4 \cos \alpha$.

Формулы приведения

158. Приведите к тригонометрической функции угла α :

1) $\sin(\pi - \alpha)$;

3) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$;

5) $\sin^2\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right)$;

2) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$;

4) $\operatorname{ctg}(\alpha - \pi)$;

6) $\cos^2(360^\circ - \alpha)$.

159. Приведите к значению тригонометрической функции положительного аргумента, меньшего 45° (или $\frac{\pi}{4}$):

1) $\cos 127^\circ$;

5) $\cos 400^\circ$;

9) $\sin 1916^\circ$;

2) $\operatorname{tg} 172^\circ$;

6) $\operatorname{tg}(-298^\circ)$;

10) $\cos 3000^\circ$;

3) $\sin 219^\circ$;

7) $\cos 1,2\pi$;

11) $\operatorname{tg} 4,3\pi$;

4) $\operatorname{ctg} 194^\circ$;

8) $\sin \frac{5\pi}{9}$;

12) $\operatorname{ctg} \frac{21\pi}{8}$.

160. Вычислите:

1) $\sin 120^\circ$;

4) $\cos\left(-\frac{5\pi}{4}\right)$;

7) $\sin 1110^\circ$;

2) $\cos 225^\circ$;

5) $\operatorname{ctg} \frac{11\pi}{6}$;

8) $\cos \frac{74\pi}{3}$;

3) $\operatorname{tg}(-240^\circ)$;

6) $\cos 10\pi$;

9) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{20\pi}{3}\right)$.

161. Найдите значение выражения:

1) $3 \operatorname{ctg} 135^\circ + 2 \cos 120^\circ + \operatorname{tg} 420^\circ + 2 \sin 300^\circ$;

2) $\sin \frac{7\pi}{4} \cos \frac{7\pi}{6} \operatorname{tg}\left(-\frac{5\pi}{3}\right) \operatorname{ctg} \frac{4\pi}{3}$;

3) $\operatorname{tg} 41^\circ \operatorname{tg} 42^\circ \operatorname{tg} 43^\circ \dots \operatorname{tg} 49^\circ$;

4) $\sin 200^\circ \sin 310^\circ + \cos 340^\circ \cos 50^\circ$.

162. Упростите выражение:

1) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha) + \operatorname{ctg}(2\pi - \alpha) + \operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$;

2) $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \cos(3\pi - \alpha) + \sin\left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right) \sin(3\pi + \alpha)$;

$$3) \frac{\sin(\pi - \beta) \cos(\pi + \beta) \operatorname{tg}(\pi - \beta)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \beta\right) \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + \beta\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)};$$

$$4) \left(\operatorname{ctg}\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) \cos(2\pi - \alpha) + \cos(\pi - \alpha) \right)^2 + \frac{2\sin^2(\pi - \alpha)}{\operatorname{tg}(\alpha - \pi)}.$$

163. Известно, что α , β , γ — углы треугольника. Докажите, что $\sin \frac{\alpha + \beta}{2} = \cos \frac{\gamma}{2}$.

164. Найдите значения выражений $\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$ и $\operatorname{tg}(2\pi - \alpha)$, если $\sin \alpha = -\frac{2}{3}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

165. Докажите тождество:

$$\frac{\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)} \operatorname{ctg}\left(\alpha - \frac{5\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \sin(\alpha - \pi) = \cos^2 \alpha.$$

Формулы двойного аргумента

166. Выразите данные тригонометрические функции через функции аргумента в два раза меньшего, чем данный:

- 1) $\cos \alpha$; 3) $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{4}$; 5) $\cos 1$; 7) $\sin\left(\frac{2x}{3} - 20^\circ\right)$;
 2) $\sin 5\alpha$; 4) $\sin(\alpha + \beta)$; 6) $\sin 8\alpha$; 8) $\cos\left(\frac{2\pi}{7} + \gamma\right)$.

167. Упростите выражение:

- 1) $\frac{\sin \alpha}{2 \cos \frac{\alpha}{2}}$; 5) $\frac{\sin 3\alpha}{\sin \alpha} + \frac{\cos 3\alpha}{\cos \alpha}$;
 2) $\frac{\cos \alpha}{\sin \frac{\alpha}{2} - \cos \frac{\alpha}{2}}$; 6) $\frac{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha}$;
 3) $1 - 2 \sin^2(45^\circ + 1,5\alpha)$; 7) $\frac{\sin^2 2\alpha - 4 \sin^2 \alpha}{\sin^2 2\alpha + 4 \sin^2 \alpha - 4}$;
 4) $\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2} \cos \alpha$; 8) $\frac{2 \cos^2 \alpha - 1}{2 \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)}.$

168. Найдите значение выражения:

1) $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$; 2) $\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8}$; 3) $\frac{\operatorname{tg} 22^\circ 30'}{1 - \operatorname{tg}^2 22^\circ 30'}$.

169. Дано: $\sin \alpha = 0,8$, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Найдите:

1) $\sin 2\alpha$; 2) $\cos 2\alpha$; 3) $\operatorname{tg} 2\alpha$.

170. Дано: $\operatorname{tg} \frac{x}{6} = 0,5$. Найдите $\operatorname{tg} \left(45^\circ - \frac{x}{3} \right)$.

171. Представьте в виде произведения выражение:

1) $1 + \cos \frac{\alpha}{2}$; 3) $1 - \cos 70^\circ$; 5) $1 + \sin \alpha$;
2) $1 - \cos 10\alpha$; 4) $1 - \cos \frac{3\alpha}{2}$; 6) $1 - \sin 40^\circ$.

172. Понизьте степень выражения:

1) $\cos^2 4x$; 2) $\sin^2 3x$; 3) $\sin^2 \left(\frac{x}{2} - 10^\circ \right)$; 4) $\cos^2 \left(2\alpha - \frac{\pi}{8} \right)$.

173. Докажите тождество:

1) $2\sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cos \alpha = 1$; 3) $\frac{1 + \cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2}}{1 - \cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2}} = -\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{4}$;
2) $\operatorname{ctg} 2\alpha(1 - \cos 4\alpha) = \sin 4\alpha$; 4) $\frac{1 - \sin 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha} = \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right)$.

174. Упростите выражение:

1) $\frac{\sin 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha} \cdot \frac{1 - \cos \alpha}{\cos \alpha}$; 4) $\frac{\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2} \right) (1 + \sin \alpha)}{\sin \alpha}$;
2) $\frac{1 - \sin(30^\circ + 2\alpha)}{\cos(30^\circ + 2\alpha)}$; 5) $\frac{\cos \left(4\alpha - \frac{9\pi}{2} \right)}{\operatorname{ctg} \left(\frac{5\pi}{4} + 2\alpha \right) \left(1 - \cos \left(\frac{5\pi}{2} + 4\alpha \right) \right)}$;
3) $\frac{\cos 40^\circ}{1 + \sin 40^\circ}$;

175. Упростите выражение $\sqrt{(\operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha) \cos 2\alpha} \cdot \operatorname{tg} 2\alpha$, если $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

176. Упростите выражение $\sqrt{2 + 2 \cos 2\alpha}$, если $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

177. Докажите, что $\sin 10^\circ \cos 20^\circ \cos 40^\circ = \frac{1}{8}$.

Формулы суммы и разности тригонометрических функций**178.** Преобразуйте в произведение:

1) $\cos 40^\circ + \cos 10^\circ$;

5) $\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$;

2) $\sin 4\alpha + \sin 10\alpha$;

6) $\cos\left(2\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} + 2\alpha\right)$;

3) $\sin \frac{11\pi}{12} - \sin \frac{5\pi}{12}$;

7) $\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$;

4) $\cos 3\alpha - \cos 7\alpha$;

8) $\sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)$;

179. Преобразуйте в произведение:

1) $\sin 40^\circ + \cos 70^\circ$;

2) $\cos \frac{\pi}{8} - \sin \frac{\pi}{10}$;

3) $\sin \alpha - \cos \beta$.

180. Преобразуйте в произведение:

1) $\operatorname{tg} 14^\circ + \operatorname{tg} 16^\circ$;

2) $\operatorname{tg} 7\alpha - \operatorname{tg} 3\alpha$;

3) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right) - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)$.

181. Преобразуйте в произведение:

1) $1 + 2\cos \alpha$;

2) $\sqrt{3} - 2\sin \alpha$;

3) $\sqrt{3} - \operatorname{tg} \alpha$.

182. Докажите тождество:

1) $\sin \alpha + \sin 3\alpha + \sin 5\alpha + \sin 7\alpha = 4\cos \alpha \cos 2\alpha \sin 4\alpha$;

2) $\frac{\sin \alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha + \cos 3\alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha$;

3) $\frac{\sin 3\alpha - \sin \alpha + \cos 2\alpha}{\cos \alpha - \cos 3\alpha + \sin 2\alpha} = \operatorname{ctg} 2\alpha$;

4) $\cos^2 \alpha - \cos^2 \beta = \sin(\alpha + \beta)\sin(\beta - \alpha)$.

183. Упростите выражение:

1) $\left(\frac{\sin \alpha}{\sin 4\alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos 4\alpha}\right) \cdot \frac{\cos 10\alpha - \cos 6\alpha}{\sin 3\alpha}$;

2) $(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha + \sin \beta)^2$;

3) $\frac{1 + \cos(2\alpha - 2\pi) + \cos(4\alpha + 2\pi) - \cos(\pi - 6\alpha)}{\cos(\pi - 2\alpha) + 1 - 2\cos^2(\pi + 2\alpha)}$;

4) $\cos^2\left(\frac{5\pi}{8} + \alpha\right) - \sin^2\left(\frac{15\pi}{8} + \alpha\right)$.

184. Докажите тождество:

1) $1 + \sin \alpha - \cos \alpha = 2\sqrt{2} \sin \frac{\alpha}{2} \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$;

2) $\cos \alpha + \sin 2\alpha + \cos 3\alpha + \sin 4\alpha = 4\cos \alpha \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{5\alpha}{2}\right)$.

$$2) \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{x}{3}\right) + 1 = 0; \quad 4) 3 \operatorname{ctg}(2x + 6) - 9 = 0.$$

190. Решите уравнение:

1) $\sin \frac{2\pi}{x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

3) $\operatorname{tg} \pi x^2 = 0$;

2) $\cos \pi \sqrt{x} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

4) $\sin(\pi \sin x) = -1$.

191. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

192. Сколько корней уравнения $\operatorname{tg} 3x = 1$ принадлежит промежутку $[0; \pi]$?

193. Найдите все корни уравнения $\cos\left(7x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, удовлетворяющие неравенству $\frac{2\pi}{5} < x < \pi$.

194. При каких значениях a имеет решения уравнение:

1) $\sin x = a + 2$;

3) $(a + 1) \cos x = a - 1$;

2) $\cos \frac{x}{10} = a^2 + 6a + 9$;

4) $(a^2 - 4) \sin x = a - 2$?

195. При каких значениях a данное уравнение имеет единственный корень на указанном промежутке:

1) $(x - a)(\operatorname{tg} x - 1) = 0$, $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$;

2) $(x + a)\left(\sin x + \frac{1}{2}\right) = 0$, $\left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$?

196. Определите количество корней уравнения $\sin x = a$ на промежутке $\left[0; \frac{11\pi}{6}\right]$ в зависимости от значения a .

Функции $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \operatorname{arctg} x$, $y = \operatorname{arccctg} x$

197. Найдите:

1) $\arcsin \frac{1}{2}$;

3) $\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3}$;

5) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$;

7) $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})$;

2) $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$;

4) $\operatorname{arccctg} \sqrt{3}$;

6) $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$;

8) $\operatorname{arccctg}(-1)$.

198. Найдите значение выражения:

1) $\arcsin(-1) + \arccos 1 + \operatorname{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + \operatorname{arccctg}(-\sqrt{3})$;

2) $3 \arccos 0 + 4 \arcsin 1 - 2 \arccos(-1) + 3 \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

199. Вычислите:

1) $\operatorname{tg}\left(\arccos\frac{1}{2}\right);$

3) $\sin\left(\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\operatorname{arctg}1\right);$

2) $\cos\left(2\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right);$

4) $\operatorname{tg}\left(\operatorname{arctg}\sqrt{3} - \operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}}\right).$

200. Найдите область определения функции:

1) $y = \arcsin(x - 1);$

3) $y = \operatorname{arctg}\sqrt{2 - x}.$

2) $y = \arccos(x^2 - 8);$

201. Найдите область значений функции:

1) $y = 3\arcsin x + \frac{\pi}{4};$

2) $y = 4 - 2\operatorname{arctg}2x.$

202. Вычислите:

1) $\cos\left(\arccos\frac{4}{5}\right);$

2) $\sin\left(\arcsin\frac{\pi}{12}\right);$

3) $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg}1).$

203. Вычислите:

1) $\arcsin\left(\sin\frac{\pi}{9}\right);$

2) $\arccos\left(\cos\frac{8\pi}{7}\right);$

3) $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg}2).$

204. Вычислите:

1) $\cos\left(\arcsin\frac{2}{9}\right);$

3) $\sin(\operatorname{arctg}3);$

5) $\operatorname{tg}\left(\arcsin\frac{1}{5}\right);$

2) $\sin\left(\arccos\frac{3}{4}\right);$

4) $\cos(\operatorname{arctg}(-2));$

6) $\operatorname{ctg}(\operatorname{arctg}6).$

205. Решите уравнение:

1) $\arcsin x = -\frac{\pi}{6};$

3) $\operatorname{arctg}(2x - 1) = \frac{\pi}{3}.$

2) $\arccos(x + 3) = \frac{2\pi}{3};$

206. Решите неравенство:

1) $\arcsin x > \frac{\pi}{6};$

3) $\operatorname{arctg}(5x + 2) > -\frac{\pi}{3}.$

2) $\arccos 3x \leq \frac{2\pi}{3};$

207. Постройте график функции:

1) $y = 2\arccos x;$

4) $y = \cos(\arccos x);$

2) $y = \arcsin x - 2;$

5) $y = \sin(\arccos x);$

3) $y = \frac{\arcsin|x|}{\arcsin x};$

6) $y = \cos(2\arcsin x).$

208. При каких значениях a имеет решение уравнение:

1) $\arcsin x = (a - 1)\pi$;

2) $\arccos x = \cos a$;

3) $\operatorname{arctg} x = \cos a$;

4) $\frac{\arccos x - a}{\arccos x + \frac{\pi}{6}} = 0$;

5) $\frac{\operatorname{arctg} x - \frac{\pi}{4}}{\operatorname{arctg} x - a} = 0$;

6) $\frac{\arcsin x + a}{\sqrt{\arcsin x}} = 0$?

Решение тригонометрических уравнений

209. Решите уравнение:

1) $\sin^2 3x - 3 \sin 3x + 2 = 0$;

2) $6 \sin^2 x + 5 \cos x - 7 = 0$;

3) $\cos 2x + 3 \sin x = 2$;

4) $2 \operatorname{tg} \frac{x}{4} - 2 \operatorname{ctg} \frac{x}{4} = 3$.

210. Решите уравнение:

1) $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 0$;

2) $2 \sin^2 x + 3 \sin x \cos x + \cos^2 x = 0$;

3) $4 \sin^2 x + \sin 2x = 3$;

4) $2 \sin x - 3 \cos x = 2$.

211. Решите уравнение:

1) $\cos 3x + \cos 5x = 0$;

2) $\sin 9x = 2 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 3x\right)$;

3) $\sin 3x + \cos 7x = 0$;

4) $\sin 3x + \sin x = \sin 2x$;

5) $\cos x + \cos 5x = \cos 3x + \cos 7x$.

212. Решите уравнение:

1) $\sin^2 \frac{x}{4} = \frac{3}{4}$;

2) $\cos^2 x + \cos^2 5x = 1$;

3) $\sin^2 x - \sin^2 2x + \sin^2 3x = 0,5$;

4) $\sin^4 x + \sin^4\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{4}$.

213. Решите уравнение:

1) $\cos x + \sqrt{3} \sin x = 1$;

2) $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \sin 3x$.

214. Решите уравнение:

1) $\sin(45^\circ + x) \sin(x - 15^\circ) = \frac{1}{2}$;

2) $\cos 7x \cos 3x = \cos 4x$;

3) $\sin 5x \cos 3x = \sin 9x \cos 7x$;

4) $2 \sin^2 x = 1,5 - \sin x \sin 3x$.

215. Решите уравнение:

1) $\frac{\cos 2x}{1 - \sin 2x} = 0$;

2) $\frac{\sin x + \sin 3x}{\cos x + \cos 3x} = 0$;

3) $\frac{\sin 2x}{1 + \sin x} = -2 \cos x$;

4) $\frac{1 - \cos x - \sin x}{\cos x} = 0$.

216. Решите уравнение:

1) $\sqrt{5-4\operatorname{tg} x} = 2 - \operatorname{tg} x$; 3) $\sqrt{-\cos 2x - 4\sin x} + \sqrt{2}\cos x = 0$.

2) $\sqrt{\cos 2x} = -\cos x$;

217. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения:

$$\sin^2 x + 0,5\sin 2x = 1.$$

218. Найдите наименьший положительный корень уравнения:

$$\sin^3 x \cos x = 0,25 + \cos^3 x \sin x.$$

219. Найдите все корни уравнения $\sqrt{3}\sin x + 2\cos x = \sqrt{3} + 2\sin x \cos x$, удовлетворяющие неравенству $0 < x < 2$.

220. Сколько корней уравнения $\sin x + \cos x + \sin 3x = 0$ принадлежит промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$?

221. Решите уравнение $\sqrt{9-x^2}(2\sin 2\pi x + 5\cos \pi x) = 0$.

222. При каких значениях a имеет решения уравнение:

1) $\sin^2 x - (3a+1)\sin x + a(2a+1) = 0$;

2) $\cos x + \cos 5x = a^2 - 2a + 3$;

3) $\sin^2 x - \sin x + a^2 - a + \frac{1}{2} = 0$;

4) $4\cos 2x - 3\sin 2x = 2a + 2$;

5) $\sin^4 x - 2(a-1)\sin^2 x - 2a + 1 = 0$?

223. При каких значениях a уравнение

$$\sin^2 x - \left(a + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\sin x + \frac{a\sqrt{2}}{2} = 0$$

на промежутке $\left[0; \frac{4\pi}{3}\right]$ имеет: 1) два корня; 2) три корня?

Решение тригонометрических неравенств

224. Решите неравенство:

1) $\sin x \leq \frac{1}{2}$;

4) $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$;

7) $\operatorname{ctg} x \geq -\sqrt{3}$;

2) $\sin x > -\frac{\sqrt{2}}{2}$;

5) $\operatorname{tg} x > -1$;

8) $\operatorname{ctg} x < \frac{\sqrt{3}}{3}$.

3) $\cos x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$;

6) $\operatorname{tg} x \leq \sqrt{3}$;

225. Решите неравенство:

1) $\sin 3x < \frac{\sqrt{2}}{2};$

4) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) \leq -\frac{1}{2};$

2) $\cos \frac{x}{2} \geq \frac{1}{2};$

5) $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{3}\right) \geq \frac{\sqrt{3}}{3};$

3) $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \geq \frac{\sqrt{3}}{2};$

6) $\operatorname{ctg}\left(\frac{2x}{3} + \frac{\pi}{5}\right) \leq -1.$

226. Решите неравенство:

1) $1 \leq \operatorname{tg} x \leq 2;$

3) $|\sin x| > \frac{1}{2};$

2) $-\frac{1}{2} < \cos x < \frac{1}{4};$

4) $|\operatorname{tg} x| \geq \sqrt{3}.$

227. Решите неравенство:

1) $2\cos^2 2x \geq 1,5;$

3) $3\sin^2 2x + 7\cos 2x - 3 \geq 0;$

2) $\cos x \cos \frac{x}{2} - \sin x \sin \frac{x}{2} \leq -\frac{\sqrt{2}}{2};$

4) $\sqrt{3} \operatorname{tg}^2 x - 4\operatorname{tg} x + \sqrt{3} \leq 0.$

Системы тригонометрических уравнений

228. Решите систему уравнений:

1)
$$\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{3}, \\ \cos x + \cos y = \frac{3}{2}; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} x - y = \frac{5\pi}{3}, \\ \sin x = 2\sin y; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{4}, \\ \sin^2 y + \sin^2 x = 1; \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} x + y = \frac{2\pi}{3}, \\ \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = 2\sqrt{3}. \end{cases}$$

229. Решите систему уравнений:

1)
$$\begin{cases} \sin x \sin y = \frac{\sqrt{3}}{4}, \\ \cos x \cos y = \frac{\sqrt{3}}{4}; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} \sin x \sin y = \frac{1}{4}, \\ \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

Вариант 2

Множества. Операции над множествами

1. Поставьте вместо звездочки знак $\in$ или $\notin$ так, чтобы получить верное утверждение:
1) $7 \in N$; 3) $17 \in N$; 5) $-1,28 \in Q$; 7) $-9 \in Z$;
2) $-1 \in N$; 4) $-6 \in Q$; 6) $\sqrt{5} \in Q$; 8) $\sqrt{5} \in R$.
2. Запишите множество корней уравнения:
1) $(x+3)(x^2-9)=0$; 2) $4x+11=0$; 3) $x^2-2x+3=0$.
3. Задайте перечислением элементов множество:
1) неправильных дробей с числителем 5;
2) букв слова «геометрия»;
3) цифр числа 4 545 354.
4. Равны ли множества A и B , если:
1) $A = \{3, 5\}$, $B = \{5, 3\}$;
2) $A = \{(3; 5)\}$, $B = \{(5; 3)\}$;
3) A — множество корней уравнения $x^2 + 4 = 0$, $B = \{\emptyset\}$;
4) A — множество равносторонних треугольников, B — множество треугольников с углом 60° .
5. Пусть B — множество цифр числа 5658. Является ли множество цифр числа x подмножеством множества B , если:
1) $x = 856$; 2) $x = 656565$; 3) $x = 876$; 4) $x = 5555$?
6. Запишите все подмножества множества $\{10, 11, 12\}$.
7. Найдите пересечение множеств A и B , если:
1) A — множество цифр числа 56 953, B — множество цифр числа 31 515;
2) A — множество делителей числа 36, B — множество чисел, кратных числу 12;
3) A — множество четных чисел, B — множество простых чисел;
4) A — множество однозначных чисел, B — множество чисел, кратных числу 10;
5) A — множество прямоугольников, B — множество квадратов.
8. Найдите:
1) $[-4; 8] \cap (-2; 14)$; 4) $(-10; 2] \cap N$; 7) $(1; 6) \cap [6; +\infty)$;
2) $(0; 5) \cap (1; +\infty)$; 5) $(-2; 1) \cap Z$; 8) $(-5; 5) \cap R$;
3) $(-\infty; 3) \cap (7; 9)$; 6) $[-12; 4] \cap [4; 8]$; 9) $[6; 14] \cap \emptyset$.
9. Найдите объединение множеств A и B , если:
1) A — множество цифр числа 6694, B — множество цифр числа 41 686;

2) A — множество делителей числа 15, B — множество делителей числа 20;

3) A — множество прямоугольников, B — множество квадратов.

10. Найдите:

1) $(-4; 5] \cup (1; 6)$; 4) $(-\infty; 3] \cup [3; +\infty)$; 7) $(11; +\infty) \cup \mathbb{R}$;

2) $[9; 15] \cup (9; +\infty)$; 5) $(1; 2) \cup [1; +\infty)$; 8) $[2; 8] \cup \emptyset$.

3) $(-\infty; 2) \cup [-2; +\infty)$; 6) $(-7; -6] \cup (-6; 20)$;

Функция и ее основные свойства

11. Функция задана формулой $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$. Найдите:

1) $f(2)$; 2) $f(0)$; 3) $f(-2)$; 4) $f(b)$.

12. Дана функция $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \leq -3, \\ 3x + 10, & \text{если } -3 < x < 0, \\ 10 - 2x^2, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$

Найдите: 1) $f(-3,01)$; 2) $f(-3)$; 3) $f(-2,5)$; 4) $f(0)$; 5) $f(2)$.

13. Найдите область определения функции:

1) $f(x) = 5 - 4x$;

12) $f(x) = \frac{15}{|x| + x}$;

2) $f(x) = \frac{3}{x+7}$;

13) $f(x) = \sqrt{x+9} - \sqrt{4-x}$;

3) $f(x) = \frac{x-10}{5}$;

14) $f(x) = \sqrt{x-3} + \sqrt{2-x}$;

4) $f(x) = \frac{x-6}{x-2}$;

15) $f(x) = \sqrt{x+3} + \frac{x-6}{x}$;

5) $f(x) = \sqrt{5+x}$;

16) $f(x) = \sqrt{x-4} + \frac{8}{\sqrt{5-x}}$;

6) $f(x) = \frac{3}{\sqrt{4-x}}$;

17) $f(x) = \sqrt{x+2} + \frac{6x+1}{x^2+7x}$;

7) $f(x) = \frac{x}{x^2-5}$;

18) $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}} - \frac{5x+2}{x^2-7x+12}$;

8) $f(x) = \frac{x-2}{x^2+x-20}$;

19) $f(x) = \sqrt{x^2-9}$;

9) $f(x) = \frac{x+1}{x^2-4x+6}$;

20) $f(x) = \sqrt{1-4x-5x^2}$;

10) $f(x) = \frac{x^2}{|x|-8}$;

21) $f(x) = \frac{x-6}{\sqrt{|x|-1}}$;

11) $f(x) = \frac{x+1}{|x|+1}$;

22) $f(x) = \frac{x+2}{x^2-9} - \frac{5}{|x|}$.

14. Найдите область значений функции:

1) $f(x) = \sqrt{x} + 3$;

6) $f(x) = \sqrt{x^2 + 9} - 5$;

2) $g(x) = x^2 + 8$;

7) $f(x) = \sqrt{-|x|}$;

3) $f(x) = 3 - x^2$;

8) $\varphi(x) = \sqrt{x-6} - \sqrt{6-x}$;

4) $\varphi(x) = 9 - 6x - 3x^2$;

9) $g(x) = \sqrt{4-x^2}$;

5) $h(x) = |x| - 4$;

10) $h(x) = \frac{3}{x^2 + 2}$.

15. Найдите нули функции:

1) $f(x) = 5x^2 - 6x + 1$;

4) $f(x) = \sqrt{|x| - 2}$;

2) $f(x) = \sqrt{3-x}$;

5) $f(x) = \sqrt{|x| + 1}$;

3) $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x+1}$.

6) $f(x) = (x-2)\sqrt{x-3}$.

16. На рисунке 7 изображен график функции $y = f(x)$, определенной на промежутке $[-4; 5]$. Пользуясь графиком, найдите:

1) $f(-3,5)$; $f(-1)$; $f(0)$; $f(1,5)$; $f(3)$; $f(4,5)$;

2) значения x , при которых $f(x) = -1,5$; $f(x) = 1,5$; $f(x) = 3$;

3) нули функции;

4) наибольшее и наименьшее значения функции;

5) область значений функции;

6) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

7) количество корней уравнения $f(x) = a$ в зависимости от значения a .

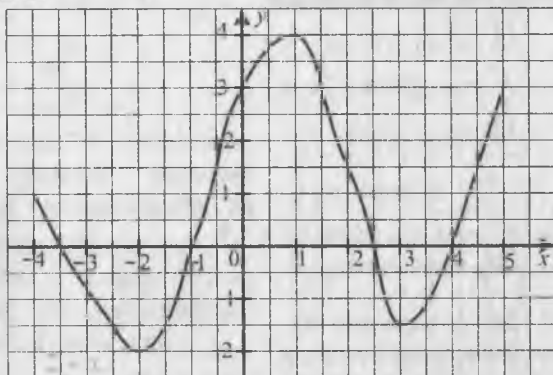
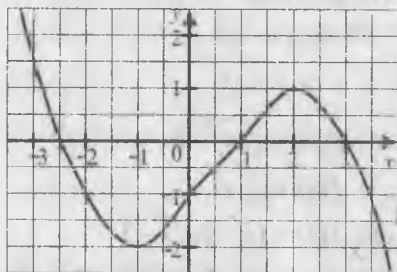


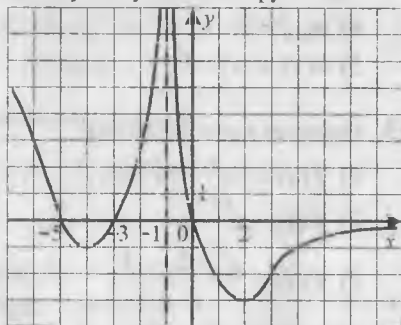
Рис. 7

17. На рисунке 8 изображен график функции $y = f(x)$. Пользуясь графиком, найдите:

- 1) нули функции;
- 2) множество решений неравенства $f(x) < 0$;
- 3) промежутки возрастания и промежутки убывания функции.



а)



б)

Рис. 8

18. Постройте график функции, укажите промежутки возрастания и промежутки убывания функции:

- | | | |
|--------------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 1) $f(x) = 3x + 1$; | 4) $f(x) = -2$; | 7) $f(x) = 4x - x^2$; |
| 2) $f(x) = 5 + \frac{1}{4}x$; | 5) $f(x) = \frac{6}{x}$; | 8) $f(x) = x^2 - 9$; |
| 3) $f(x) = -0,5x$; | 6) $f(x) = -\frac{4}{x}$; | 9) $f(x) = x^2 + 2x - 3$. |

19. Постройте график функции, укажите промежутки возрастания и промежутки убывания функции:

- 1) $f(x) = \begin{cases} \frac{12}{x}, & \text{если } x \leq -4, \\ \frac{3}{4}x, & \text{если } -4 < x < 4, \\ \frac{12}{x}, & \text{если } x \geq 4; \end{cases}$
- 2) $f(x) = \begin{cases} -3x - 5, & \text{если } x \leq 1, \\ x^2 - 4x - 5, & \text{если } 1 < x < 4, \\ -5, & \text{если } x \geq 4; \end{cases}$
- 3) $f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & \text{если } x \leq -1, \\ 2 - x, & \text{если } -1 < x < 1, \\ -\sqrt{x}, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$

20. Найдите область определения и постройте график функции:

$$1) f(x) = \frac{x^2 + 4x + 4}{2 + x};$$

$$3) f(x) = \frac{|x| - 1}{|x| - 1};$$

$$2) f(x) = \frac{3x - 9}{x^2 - 3x};$$

$$4) f(x) = \frac{8x - 2x^2 - x^3}{x};$$

21. Докажите, что функция:

$$1) f(x) = \frac{7}{4 - x} \text{ возрастает на промежутке } (-\infty; 4);$$

$$2) f(x) = x^2 + 10x \text{ убывает на промежутке } (-\infty; -5].$$

Четные и нечетные функции

22. Известно, что $f(5) = 17$. Найдите $f(-5)$, если функция f является: 1) четной; 2) нечетной.

23. Является ли функция $f(x) = x^3$ нечетной, если ее областью определения является множество:

$$1) (-5; 5); \quad 2) (-\infty; -1] \cup [1; +\infty); \quad 3) (-4; 4]; \quad 4) (-3; +\infty)?$$

24. Является ли четной или нечетной функция:

$$1) f(x) = 7x^7;$$

$$7) f(x) = (x - 5)(x + 4) + x;$$

$$2) f(x) = 2x^6 - 3x^4;$$

$$8) f(x) = (x + 1)^2 + (x - 1)^2;$$

$$3) f(x) = \frac{3x}{x^2 - 25};$$

$$9) f(x) = \frac{x^3 - 3x^2}{4x - 12};$$

$$4) f(x) = \sqrt{x^2 - 16};$$

$$10) f(x) = -x^2 |x|;$$

$$5) f(x) = x^5 + x^2 + 4;$$

$$11) f(x) = \frac{9x^3}{(x + 9)^2};$$

$$6) f(x) = \frac{4}{x + 6};$$

$$12) f(x) = \frac{x + x^2}{x^3 - x};$$

25. На рисунке 9 изображена часть графика функции $y = g(x)$, определенной на промежутке $[-6; 6]$.

Постройте график этой функции, если она является: 1) четной; 2) нечетной.

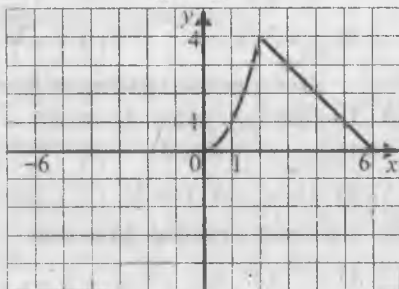


Рис. 9

Построение графиков функций с помощью геометрических преобразований

26. На рисунке 10 изображен график функции $y = f(x)$. Постройте график функции:

1) $y = f(x) + 1$;

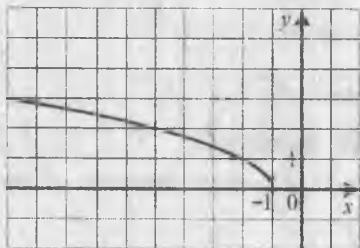
3) $y = f(x + 3)$;

5) $y = -f(x)$;

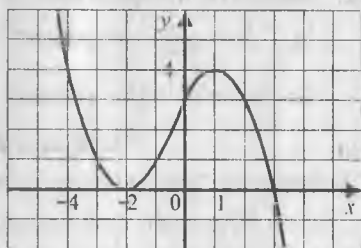
2) $y = f(x) - 2$;

4) $y = f(x - 1)$;

6) $y = 2 - f(x)$.



а)



б)

Рис. 10

27. Постройте график функции:

1) $y = \frac{6}{x}$;

3) $y = \frac{6}{x} + 2$;

5) $y = \frac{6}{x+2}$;

7) $y = \frac{x+6}{x}$;

2) $y = \frac{6}{x} - 1$;

4) $y = \frac{6}{x-1}$;

6) $y = \frac{6}{x-1} - 1$;

8) $y = \frac{2x+10}{x+2}$;

28. Постройте график функции:

1) $y = \sqrt{x}$;

4) $y = \sqrt{x-1} - 1$;

7) $y = 2 + \sqrt{x-1}$;

2) $y = \sqrt{x} + 2$;

5) $y = -\sqrt{x}$;

8) $y = -2 - \sqrt{x+1}$;

3) $y = \sqrt{x+3}$;

6) $y = 1 - \sqrt{x}$;

29. Постройте график функции:

1) $y = \sqrt{3x}$;

4) $y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$;

7) $y = -2\sqrt{x+1} + 3$;

2) $y = \sqrt{\frac{x}{2}}$;

5) $y = \sqrt{3x+3}$;

8) $y = \frac{1}{3}\sqrt{2x+4} - 4$;

3) $y = 3\sqrt{x}$;

6) $y = \sqrt{2x-4} - 2$;

Построение графиков функций $y = f(|x|)$ и $y = |f(x)|$

30. Постройте график функции:

1) $y = x^2 - 4x + 3$;

3) $y = |x^2 - 4x + 3|$;

2) $y = x^2 - 4|x| + 3$;

4) $y = |x^2 - 4|x| + 3|$.

31. Постройте график функции:

1) $y = \sqrt{x} - 1$;

2) $y = |\sqrt{x} - 1|$;

$$3) y = \sqrt{|x|} - 1; \quad 4) y = \left| \sqrt{|x|} - 1 \right|.$$

32. Постройте график функции:

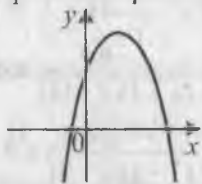
$$\begin{array}{lll} 1) y = |x|; & 3) y = |x + 2|; & 5) y = \frac{1}{3}|x|; \\ 2) y = |x| + 3; & 4) y = ||x| - 3|; & 6) y = |x - 1| + 2. \end{array}$$

33. Постройте график функции:

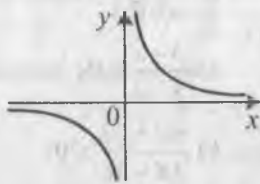
$$1) y = \frac{8}{|x|}; \quad 2) y = \left| \frac{8}{x} - 3 \right|; \quad 3) y = \left| \frac{8}{x-3} \right|; \quad 4) y = \frac{8}{|x|-3}.$$

Обратная функция

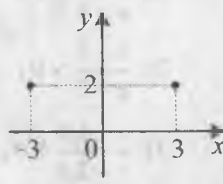
34. Какие из графиков, изображенных на рисунке 11, являются графиками обратимых функций?



а)



б)



в)

Рис. 11

35. Является ли обратной функция:

$$\begin{array}{ll} 1) y = \frac{1}{x}; & 3) y = x^2, x \in (-\infty; -1]; \\ 2) y = x^2, x \in [-3; 3]; & 4) y = x^2, x \in (-\infty; 1]? \end{array}$$

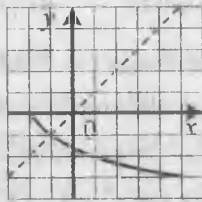
36. Найдите функцию, обратную данной:

$$\begin{array}{ll} 1) y = 5 - 4x; & 3) y = 2 - \sqrt{x-3}; \\ 2) y = \frac{6}{1-x}; & 4) y = x^2, x \in (-\infty; -2]. \end{array}$$

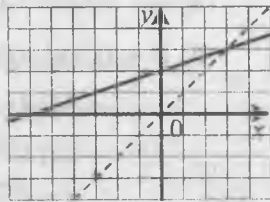
37. С помощью графика функции f , изображенного на рисунке 12, постройте график функции g , обратной к функции f .



а)



б)



в)

Рис. 12

Метод интервалов**38. Решите неравенство:**

- 1) $(x - 1,8)(x + 3) \leq 0$;
- 2) $(x + 6)(x - 1)(x - 7) > 0$;
- 3) $(4x + 3)(2x - 3)(x - 5) \geq 0$;
- 4) $(2 + x)(x + 7)(2 - x) > 0$;
- 5) $(x + 7,2)(4 - x)(5 - x) \leq 0$;
- 6) $(3x + 20)(3 - 6x)(2x - 3)(7 - 3x) \geq 0$.

39. Решите неравенство:

- | | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|---|
| 1) $\frac{x+3}{x-6} < 0$; | 4) $\frac{x+5,8}{x-2,3} \geq 0$; | 7) $\frac{(x+5)(x+7)}{x-11} \leq 0$; |
| 2) $\frac{x-5}{x+7} > 0$; | 5) $\frac{3-x}{x-4} \geq 0$; | 8) $\frac{x-6,5}{(x+3)(x-14)} \geq 0$; |
| 3) $\frac{x-1,4}{x-2,6} \leq 0$; | 6) $\frac{4x+1,2}{1,8-3x} \leq 0$; | 9) $\frac{x+6,8}{(7-x)(x-4)} \leq 0$. |

40. Найдите множество решений неравенства:

- | | |
|-------------------------------------|--|
| 1) $(x^2 + 5x)(x^2 - 16) \geq 0$; | 3) $\frac{x^2 + 6x + 5}{x^2 - 3x + 2} < 0$; |
| 2) $(x^2 - 4x + 3)(x^2 - 2x) < 0$; | 4) $\frac{x^2 + 6x - 7}{x^2 - 25} \geq 0$. |

41. Решите неравенство:

- | | |
|---|---|
| 1) $(x^2 + 9)(x^2 + x - 12) \leq 0$; | 6) $(x - 4)^2(x^2 + x - 2) > 0$; |
| 2) $(x + 2)^2(x^2 + 2x - 3) < 0$; | 7) $(x - 4)^2(x^2 + x - 2) \geq 0$; |
| 3) $(x + 2)^2(x^2 + 2x - 3) \leq 0$; | 8) $(x - 4)^2(x^2 + x - 2) < 0$; |
| 4) $(x + 2)^2(x^2 + 2x - 3) > 0$; | 9) $(x - 4)^2(x^2 + x - 2) \leq 0$; |
| 5) $(x + 2)^2(x^2 + 2x - 3) \geq 0$; | 10) $(x + 1)^3(x - 1)^2(x - 3)^6 > 0$; |
| 11) $(x + 1)^3(x - 1)^2(x - 3)^6 \geq 0$; | |
| 12) $(x + 3)^3(x - 1)^2(x - 3)^6(x - 4)^5 \geq 0$; | |
| 13) $(x^2 + 9x + 14)(x^2 + 5x + 7) \geq 0$; | |
| 14) $(x^2 - 3x + 1)(5x - x^2 - 9) \leq 0$. | |

42. Решите неравенство:

$$1) \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 6x + 9} > 0;$$

$$2) \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 6x + 9} \geq 0;$$

$$3) \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 6x + 9} < 0;$$

$$4) \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 6x + 9} \leq 0;$$

$$5) \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - x - 12} > 0;$$

$$6) \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - x - 12} \geq 0;$$

$$7) \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - x - 12} < 0;$$

$$8) \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - x - 12} \leq 0;$$

$$9) \frac{x^2 + 2x - 3}{|x + 1|} \leq 0;$$

$$10) \frac{|x - 3|}{x^2 - 5x - 36} \geq 0.$$

43. Найдите множество решений неравенства:

$$1) \frac{x^2 - 5x}{x^2 - 25} \geq 0;$$

$$2) \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - x - 2} \geq 0.$$

44. Решите неравенство:

$$1) \frac{5x - 8}{x + 1} \leq \frac{x - 4}{x + 1};$$

$$3) \frac{x^2 + 7x}{x + 3} \leq \frac{8}{x + 3};$$

$$2) \frac{2x}{3x + 5} \leq 2;$$

$$4) \frac{x^2 - x}{x + 3} \geq 1.$$

45. Для каждого значения a решите неравенство:

$$1) (x - 2)(x - a) < 0;$$

$$5) (x - a)(x + 4)^2 \leq 0;$$

$$2) (x - 2)(x - a)^2 > 0;$$

$$6) \frac{x - 3}{x - a} \geq 0;$$

$$3) (x - 2)(x - a)^2 \geq 0;$$

$$7) \frac{(x + 3)(x - a)}{x + 3} \geq 0;$$

$$4) (x - a)(x + 4)^2 < 0;$$

$$8) \frac{(x - 1)(x - a)}{x - a} \leq 0.$$

Степенная функция с натуральным показателем

46. Через какие из данных точек проходит график функции $y = x^4$:

$A(-5; 625); B(0,3; 0,0081); C(-10; -10\,000); D(2; -16)$?

47. Функция задана формулой $g(x) = x^{12}$. Сравните:

$$1) g(5,8) \text{ и } g(4,9);$$

$$3) g(-0,3) \text{ и } g(0,3);$$

$$2) g(-12,3) \text{ и } g(-15,1);$$

$$4) g(1,4) \text{ и } g(-2,1).$$

48. Функция задана формулой $g(x) = x^{25}$. Сравните:
- 1) $g(6,2)$ и $g(7,3)$; 3) $g(-7,5)$ и $g(7,5)$;
 - 2) $g(-0,13)$ и $g(-0,17)$; 4) $g(-3,5)$ и $g(2,4)$.
49. Решите уравнение:
- 1) $x^9 = 512$; 2) $x^5 = -243$; 3) $x^6 = 64$; 4) $x^6 = -729$.
50. Сколько корней в зависимости от значения a имеет уравнение:
- 1) $x^{20} = a + 4$; 2) $x^{16} = a^2 + 7a - 8$?
51. Постройте график функции:
- 1) $y = x^3 - 1$; 2) $y = (x - 1)^3$; 3) $y = x^4 + 1$; 4) $y = -\frac{1}{2}x^3$.
52. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^{10}$ на промежутке:
- 1) $[0; 2]$; 2) $[-2; -1]$; 3) $[-1; 1]$; 4) $[2; +\infty)$.
53. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^7$ на промежутке: 1) $[-1; 2]$; 2) $(-\infty; 0]$.
54. Четным или нечетным натуральным числом является показатель степени n функции $y = x^n$, если:
- 1) $f(-3) < f(-1)$; 3) $f(-3) = f(3)$; 5) $f(-3) > f(-1)$;
 - 2) $f(-3) > f(1)$; 4) $f(3) > f(1)$; 6) $f(3) > f(-3)$?

Степенная функция с целым показателем

55. Проходит ли график функции $y = x^{-6}$ через точку:
- 1) $A\left(3; \frac{1}{729}\right)$; 2) $B\left(-\frac{1}{2}; -64\right)$; 3) $C\left(-2; \frac{1}{64}\right)$; 4) $D\left(\sqrt{3}; \frac{1}{27}\right)$?
56. При каком значении a график функции $y = ax^{-3}$ проходит через точку: 1) $A(6; -6)$; 2) $B\left(-2; -\frac{1}{4}\right)$?
57. Дана функция $f(x) = x^{-11}$. Сравните:
- 1) $f(0,2)$ и $f(-10)$; 2) $f(14)$ и $f(12)$; 3) $f(-23)$ и $f(-34)$.
58. Дана функция $f(x) = x^{-32}$. Сравните:
- 1) $f(7,2)$ и $f(6,5)$; 3) $f(42)$ и $f(-42)$;
 - 2) $f(-1,5)$ и $f(-1,8)$; 4) $f(-10)$ и $f(6)$.
59. Постройте график функции:
- 1) $y = x^{-5} + 1$; 2) $y = (x + 1)^{-3}$; 3) $y = 4x^{-4}$.

60. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^{-4}$ на промежутке: 1) $\left[\frac{1}{5}; 2\right]$; 2) $\left[-1; -\frac{1}{2}\right]$; 3) $(-\infty; -2]$.

61. Четным или нечетным является натуральное число n в показателе степени функции $f(x) = x^{-n}$, если:

- 1) $f(-10) < f(-9)$; 3) $f(10) > f(9)$;
2) $f(-10) > f(-9)$; 4) $f(-10) < f(9)$?

Определение корня n -й степени

62. Найдите значение корня:

- 1) $\sqrt[3]{125}$; 2) $\sqrt[6]{0,000064}$; 3) $\sqrt[7]{-128}$; 4) $\sqrt[4]{7\frac{58}{81}}$.

63. Вычислите значение выражения:

- 1) $0,7\sqrt[4]{10\,000} - \frac{4}{3}\sqrt[5]{243}$;
2) $\sqrt[8]{512} + 2(\sqrt[7]{7})^7 - 6\sqrt[4]{81}$;
3) $3(-\sqrt[10]{18})^{10} - 1,4\sqrt[3]{1\,000\,000} + \left(\frac{1}{2}\sqrt[4]{80}\right)^4$;
4) $\sqrt[4]{\frac{81}{625}} \cdot \sqrt[3]{4\frac{17}{27}} + (-3\sqrt{2})^2 - (-\sqrt[5]{13})^5$;
5) $\sqrt[5]{0,00032} + \frac{1}{8}(-2\sqrt[6]{0,5})^6 + 5\sqrt[13]{0,4^{13}}$;
6) $(-\sqrt[3]{17})^3 + \sqrt[15]{32^3} - \sqrt[6]{729} + 2\sqrt[3]{-216} + \sqrt[6]{14^6} - 10\sqrt[3]{0,008}$.

64. Найдите область определения функции:

- 1) $y = \sqrt[4]{x+7}$; 2) $y = \sqrt[6]{-x}$; 3) $y = \sqrt[7]{x-6}$; 4) $y = \sqrt[8]{x^2+3x}$.

65. Решите уравнение:

- 1) $x^7 = 128$; 5) $x^{10} = 1$; 9) $(x-4)^3 = 125$;
2) $x^9 = 11$; 6) $x^4 = 625$; 10) $(x+1)^4 = 16$;
3) $x^5 = -25$; 7) $x^8 = 9$; 11) $2x^6 - 36 = 0$;
4) $x^6 = \frac{1}{729}$; 8) $x^6 = -64$; 12) $3x^4 + 27 = 0$.

66. Решите уравнение:

- 1) $\sqrt{x} = 0,8$; 4) $\sqrt[4]{x} + 3 = 0$; 7) $\sqrt[6]{3x} - 2 = 0$;
2) $\sqrt[5]{x} = \frac{3}{2}$; 5) $\sqrt[3]{x} + 7 = 0$; 8) $\sqrt[6]{3x-2} = 0$;
3) $\sqrt[4]{x} - 4 = 0$; 6) $\frac{1}{3}\sqrt[3]{x} + 3 = 0$; 9) $\sqrt[6]{3x-2} = 2$.

67. Решите уравнение:

$$1) x^{10} + 31x^5 - 32 = 0;$$

$$3) x^{12} - 5x^6 - 24 = 0.$$

$$2) x^8 - 14x^4 + 13 = 0;$$

68. Оцените значение x , если:

$$1) -2 \leq \sqrt[3]{x} \leq 6;$$

$$2) 2 < \sqrt[4]{x} < 4.$$

69. Для каждого значения a решите уравнение:

$$1) (a-1)\sqrt[8]{x} = 0;$$

$$4) \sqrt[6]{x} = a-1;$$

$$7) x^5 = a+1;$$

$$2) \sqrt[5]{a(x-1)} = 0;$$

$$5) x^4 = a-5;$$

$$8) x^{10} = 49 - a^2.$$

$$3) (a+2)\sqrt[4]{x} = a+2;$$

$$6) ax^8 = 6;$$

Свойства корня n -й степени

70. Найдите значение корня:

$$1) \sqrt[3]{216 \cdot 343};$$

$$3) \sqrt[4]{128 \cdot 0,0000001};$$

$$5) \sqrt[9]{0,9^9 \cdot 3^{18}};$$

$$2) \sqrt[4]{0,0625 \cdot 256};$$

$$4) \sqrt[5]{11^5 \cdot 5^{10}};$$

$$6) \sqrt[4]{\frac{10^4 \cdot 3^{16}}{9^4 \cdot 2^8}}.$$

71. Вычислите значение выражения:

$$1) \sqrt[4]{125} \cdot \sqrt[4]{5};$$

$$5) \frac{\sqrt[3]{250}}{\sqrt[3]{54}};$$

$$7) \sqrt[3]{7-\sqrt{22}} \cdot \sqrt[3]{7+\sqrt{22}};$$

$$2) \sqrt[6]{16} \cdot \sqrt[6]{4};$$

$$8) \sqrt[4]{9+\sqrt{65}} \cdot \sqrt[4]{9-\sqrt{65}};$$

$$3) \sqrt[3]{0,09} \cdot \sqrt[3]{2,4};$$

$$6) \frac{\sqrt[4]{2^7 \cdot 10^3}}{\sqrt[4]{10^{11} \cdot 2^3}};$$

$$9) \sqrt[5]{\sqrt{13}-16} \cdot \sqrt[5]{\sqrt{13}+16}.$$

$$4) \sqrt[9]{2^5 \cdot 5^4} \cdot \sqrt[9]{5^5 \cdot 2^{22}};$$

72. Упростите выражение:

$$1) \sqrt[8]{m^8}, \text{ если } m \geq 0;$$

$$5) \sqrt[4]{625x^{12}y^{28}z^8}, \text{ если } x \geq 0, y \leq 0;$$

$$2) \sqrt[4]{n^4}, \text{ если } n \leq 0;$$

$$6) 2,5x^3 \sqrt[4]{256x^{20}}, \text{ если } x \geq 0;$$

$$3) \sqrt[9]{p^9};$$

$$7) \frac{\sqrt[6]{a^{12}b^{18}c^{30}}}{ab^2c^3}, \text{ если } b > 0, c < 0;$$

$$4) \sqrt[3]{0,008m^{36}n^{48}};$$

$$8) -0,8y^2 \cdot \sqrt[4]{81x^{44}y^{24}}, \text{ если } x \geq 0.$$

73. Упростите выражение:

$$1) \sqrt[9]{(x+2)^6};$$

$$3) \sqrt[12]{(4-y)^{12}}, \text{ если } y \leq 4;$$

$$2) \sqrt[8]{(b-10)^8}, \text{ если } b \geq 10;$$

$$4) (21-b) \sqrt[6]{\frac{729}{(b-21)^6}}, \text{ если } b > 21.$$

74. Упростите выражение:

1) $\sqrt[6]{m}$; 2) $\sqrt[3]{4a}$; 3) $\sqrt[7]{5x}$; 4) $\sqrt[2]{b^{14}}$; 5) $\sqrt[18]{a^9 b^{27}}$.

75. Упростите выражение:

1) $\sqrt[4]{(\sqrt{5}-6)^4}$; 3) $\sqrt[8]{(2\sqrt{3}-3\sqrt{5})^8}$;
2) $\sqrt[3]{(4-\sqrt{3})^3}$; 4) $\sqrt[6]{(7-5\sqrt{2})^6} + \sqrt[5]{(3-5\sqrt{2})^5}$.

76. Постройте график функции:

1) $y = \sqrt[6]{x^6} + x$, если $x \leq 0$; 4) $y = \sqrt[4]{x^4} - x$;
2) $y = (\sqrt[4]{x+1})^4$; 5) $y = \sqrt[6]{(x-1)^5} \cdot \sqrt[6]{x-1}$;
3) $y = \sqrt[4]{(x+1)^4}$; 6) $y = \frac{(x-1)^2}{\sqrt[8]{(x-1)^8}} - 1$.

Тождественные преобразования выражений, содержащих корни n -й степени

77. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt[3]{40}$; 2) $\sqrt[5]{128}$; 3) $\sqrt[4]{162}$; 4) $\sqrt[3]{375}$.

78. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt{12a^8}$; 5) $\sqrt[4]{1250x^{18}y^{21}}$; 9) $\sqrt[6]{m^7 n^7}$, если $m \leq 0$, $n \leq 0$;
2) $\sqrt[4]{x^{15}}$; 6) $\sqrt[3]{108a^{10}b^{25}}$; 10) $\sqrt[6]{a^8 b^7}$, если $a \leq 0$;
3) $\sqrt[3]{-m^{16}}$; 7) $\sqrt[4]{-81a^{13}}$; 11) $\sqrt[4]{a^5 b^{10} c^{20}}$, если $c > 0$;
4) $\sqrt[4]{x^{26} y^9}$; 8) $\sqrt[8]{a^{34} b^{19}}$; 12) $\sqrt[10]{-p^{21} q^{34}}$, если $q \leq 0$.

79. Внесите множитель под знак корня:

1) $7\sqrt{2}$; 2) $4\sqrt[3]{5}$; 3) $10\sqrt[4]{0,24}$; 4) $\frac{5}{3}\sqrt[3]{54}$.

80. Внесите множитель под знак корня:

1) $x\sqrt{5}$; 4) $3a\sqrt[3]{2a^2}$; 7) $p\sqrt[10]{p^6}$, если $p \leq 0$;
2) $y\sqrt{-y^5}$; 5) $m\sqrt[5]{7m^2}$; 8) $mn\sqrt[8]{m^4 n^3}$, если $m < 0$;
3) $b\sqrt[8]{b^7}$; 6) $5a^3\sqrt[3]{\frac{4}{25a^4}}$; 9) $m^3 n^5 \sqrt[6]{m^4 n^8}$, если $m > 0$, $n < 0$.

81. Упростите выражение (переменные принимают неотрицательные значения):

1) $\sqrt[4]{b^5 \sqrt{b^2}}$; 2) $\sqrt[7]{c \sqrt[5]{c^2}}$; 3) $\sqrt[6]{a^2 \sqrt[5]{a^2}}$.

82. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

$$1) \frac{21}{\sqrt{7}}; \quad 2) \frac{8}{\sqrt[3]{2}}; \quad 3) \frac{18}{\sqrt[4]{27}}; \quad 4) \frac{20}{\sqrt[3]{10}}; \quad 5) \frac{64}{\sqrt[5]{16}}; \quad 6) \frac{a^5}{\sqrt[7]{a^5}}.$$

83. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

$$1) \frac{42}{\sqrt{26} + \sqrt{5}}; \quad 2) \frac{28}{5 - \sqrt{18}}; \quad 3) \frac{4}{\sqrt[3]{3} + 1}; \quad 4) \frac{9}{\sqrt[3]{4} - \sqrt[3]{2} + 1}.$$

84. Сократите дробь:

$$\begin{aligned} 1) & \frac{\sqrt{m} + \sqrt{n}}{m - n}; & 3) & \frac{\sqrt[3]{x} - 4}{\sqrt[6]{x} - 2}; & 5) & \frac{\sqrt[10]{a^5 b^4} + \sqrt[10]{a^4 b^5}}{\sqrt[5]{b} - \sqrt[5]{a}}; \\ 2) & \frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}; & 4) & \frac{\sqrt[4]{x^3} + x}{\sqrt{x} + \sqrt[4]{x}}; & 6) & \frac{x - 27}{\sqrt[3]{x^2} + 3\sqrt[3]{x} + 9}. \end{aligned}$$

85. Найдите значение выражения:

$$1) \sqrt[3]{4 - \sqrt{15}} \cdot \sqrt[6]{31 + 8\sqrt{15}}; \quad 2) \sqrt{\sqrt{5} + 2} \cdot \sqrt[4]{9 - 4\sqrt{5}}.$$

86. Упростите выражение:

$$1) (\sqrt[4]{x} + 5)(\sqrt[4]{x} - 5) - (\sqrt[4]{x} + 6)^2;$$

$$2) \frac{\sqrt[3]{c}}{\sqrt[3]{c} - 4} - \frac{\sqrt[6]{c}}{\sqrt[6]{c} - 2};$$

$$3) \frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{2\sqrt{a} + 2\sqrt[4]{ab}} + \frac{\sqrt[4]{b}}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}};$$

$$4) \left(\frac{\sqrt[4]{a} + 3}{\sqrt[4]{a} - 3} + \frac{\sqrt[4]{a} - 3}{\sqrt[4]{a} + 3} \right) : \frac{3\sqrt{a} + 27}{9 - \sqrt{a}};$$

$$5) \frac{5\sqrt[10]{a}}{\sqrt[10]{a} + 3} + \frac{\sqrt[10]{a} - 6}{3\sqrt[10]{a} + 9} : \frac{135}{6\sqrt[10]{a} - 5\sqrt{a}};$$

$$6) \left(\frac{8\sqrt[8]{b}}{\sqrt[8]{b} + 7} - \frac{15\sqrt[8]{b}}{\sqrt[4]{b} + 14\sqrt[8]{b} + 49} \right) : \frac{8\sqrt[8]{b} + 41}{\sqrt[4]{b} - 49} + \frac{7\sqrt[8]{b} - 49}{\sqrt[8]{b} + 7}.$$

87. Докажите, что значение выражения $\sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} + \sqrt[3]{9 - \sqrt{80}}$ является числом рациональным.

$$\text{Функция } y = \sqrt[n]{x}$$

88. Найдите область определения функции:

$$1) y = \sqrt[9]{x+1}; \quad 2) y = \sqrt[6]{x-12}; \quad 3) y = \sqrt[5]{\frac{x+5}{x-7}}; \quad 4) y = \sqrt[4]{8x-2x^2}.$$

89. Найдите область значений функции:

1) $y = \sqrt[6]{x} - 8$; 2) $y = 9 - \sqrt[10]{x}$; 3) $y = \sqrt[3]{x} - 6$.

90. Оцените значение выражения $\sqrt[3]{x}$, если:

1) $32 \leq x \leq 1024$; 2) $-100\,000 < x < 243$.

91. Сравните:

1) $\sqrt[5]{6,4}$ и $\sqrt[5]{7,2}$; 4) $\sqrt[4]{7}$ и $\sqrt[8]{50}$; 7) $\sqrt[6]{6}$ и $\sqrt[4]{3}$;
2) $\sqrt[9]{-19}$ и $\sqrt[9]{-23}$; 5) $3\sqrt[3]{3}$ и $2\sqrt[3]{10}$; 8) $\sqrt[8]{4\sqrt{6}}$ и $\sqrt[4]{3}$.
3) 4 и $\sqrt[3]{62}$; 6) $\sqrt{5}$ и $\sqrt[3]{11}$;

92. Между какими двумя последовательными целыми числами находится на координатной прямой число: 1) $\sqrt[3]{20}$; 2) $\sqrt[4]{90}$; 3) $-\sqrt[4]{40}$?

93. Укажите все целые числа, расположенные на координатной прямой между числами: 1) 5 и $\sqrt[3]{400}$; 2) $\sqrt[7]{-98}$ и $\sqrt[4]{1300}$.

94. Постройте график функции:

1) $y = \sqrt[4]{x} + 2$; 2) $y = \sqrt[4]{x-2}$; 3) $y = \sqrt[4]{2-x}$; 4) $y = \sqrt[4]{|x|} - 2$.

Определение и свойства степени с рациональным показателем

95. Представьте степень с дробным показателем в виде корня:

1) $7^{\frac{1}{3}}$; 3) $2^{-\frac{1}{5}}$; 5) $(ab)^{\frac{4}{5}}$; 7) $(m-n)^{2,5}$;
2) $5^{\frac{3}{7}}$; 4) $11^{-\frac{2}{9}}$; 6) $ab^{\frac{4}{5}}$; 8) $m^{-\frac{3}{5}} - n^{2,4}$.

96. Замените арифметический корень степенью с дробным показателем:

1) $\sqrt[3]{x}$; 3) $\sqrt[8]{c^7}$; 5) $\sqrt[3]{7^{-5}}$; 7) $\sqrt[11]{(a+b)^4}$;
2) $\sqrt[5]{y^3}$; 4) $\sqrt[7]{3b}$; 6) $\sqrt[10]{27}$; 8) $\sqrt[11]{a^4 + b^4}$.

97. Вычислите значение выражения:

1) $8^{\frac{1}{3}}$; 2) $32^{-\frac{2}{5}}$; 3) $0,0004^{-1,5}$; 4) $81^{0,75}$; 5) $\left(12\frac{1}{4}\right)^{1,5}$.

98. Найдите область определения функции:

1) $y = x^{\frac{5}{8}}$; 2) $y = x^{-1,2}$; 3) $y = (x-2)^{3,4}$; 4) $y = (5-4x-x^2)^{-\frac{1}{7}}$.

99. Представьте в виде степени или произведения степеней:

1) $x^{-1,3} \cdot x^{2,5}$; 3) $x^{\frac{7}{12}} \cdot x^{\frac{5}{8}}$; 5) $x^{\frac{4}{7}} \cdot x^{\frac{9}{14}} \cdot x^{-\frac{15}{28}}$;
2) $x^{\frac{11}{18}} \cdot x^{-\frac{5}{6}}$; 4) $(x^{-6})^{0,6}$; 6) $\left(x^{\frac{2}{3}} y^{\frac{2}{9}}\right)^{\frac{18}{25}}$;

$$7) \left(x^{\frac{4}{15}}\right)^{\frac{5}{16}} \cdot \left(x^{-\frac{5}{6}}\right)^{\frac{9}{20}}; \quad 9) \left(x^{-\frac{6}{49}} y^{-\frac{9}{28}}\right)^{\frac{7}{18}} \cdot \left(x^{\frac{5}{14}} y^{\frac{9}{16}}\right)^{\frac{2}{3}};$$

$$8) (x^4)^{0,8} \cdot (x^{-1,4})^3 : (x^{-1,5})^6;$$

100. Найдите значение выражения:

$$1) 3^{3,6} \cdot 3^{-1,2} \cdot 3^{1,6};$$

$$2) (5^{-0,8})^7 : 5^{-2,6};$$

$$3) \left(6^{-\frac{4}{11}}\right)^{\frac{11}{20}} \cdot 36^{1,1};$$

$$4) 81^{-1,25} \cdot 9^{1,5} \cdot 27^{\frac{2}{3}};$$

$$5) \left(\frac{7^{-\frac{2}{3}} \cdot 2^{-\frac{2}{3}}}{14^{\frac{2}{3}} \cdot 3^{-\frac{4}{3}}}\right)^{-1,5};$$

$$6) \left(\frac{16^{\frac{4}{3}} \cdot 125^{\frac{1}{9}}}{4^{-\frac{1}{3}} \cdot 25^{\frac{2}{3}}}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{5^{\frac{2}{7}} \cdot 256^{\frac{1}{5}}}{2^{-\frac{2}{5}} \cdot 625^{\frac{4}{7}}}\right)^{\frac{1}{2}};$$

Преобразование выражений, содержащих степени с дробным показателем

101. Упростите выражение:

$$1) a^{\frac{1}{4}} \left(a^{\frac{1}{4}} - 2\right) - \left(a^{\frac{1}{4}} + 2\right)^2;$$

$$2) \left(x^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}}\right) \left(x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}}\right) - \left(3x^{\frac{1}{3}} + 2y^{\frac{1}{3}}\right) \left(2x^{\frac{1}{3}} - 3y^{\frac{1}{3}}\right);$$

$$3) \left(m^{\frac{1}{20}} + n^{\frac{1}{20}}\right) \left(m^{\frac{1}{10}} + n^{\frac{1}{10}}\right) \left(m^{\frac{1}{5}} + n^{\frac{1}{5}}\right) \left(m^{\frac{1}{20}} - n^{\frac{1}{20}}\right);$$

$$4) \left(b^{\frac{1}{2}} + c^{\frac{1}{2}}\right) \left(h - b^{\frac{1}{2}} c^{\frac{1}{2}} + c\right) - b^{\frac{5}{6}} \left(b^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{1}{6}}\right);$$

102. Сократите дроби:

$$1) \frac{x - 9x^{\frac{2}{7}}}{x^{\frac{5}{7}} - 9};$$

$$4) \frac{m - m^{0,5} n^{0,5} + n}{m^{1,5} + n^{1,5}};$$

$$7) \frac{4a^{\frac{2}{3}} - 1}{8a - 1};$$

$$2) \frac{6y^{\frac{2}{3}}}{y^{\frac{5}{6}} - y^{\frac{2}{3}}};$$

$$5) \frac{b + 2b^{0,5} c^{0,5} + c}{bc^{0,5} + b^{0,5} c};$$

$$8) \frac{m^{\frac{5}{8}} + 5m^{\frac{1}{4}}}{m - 25m^{\frac{1}{4}}};$$

$$3) \frac{a^{0,5} - b^{0,5}}{a - b};$$

$$6) \frac{3a^{\frac{1}{3}} + a}{3a^{\frac{1}{6}} + a^{\frac{5}{6}}};$$

$$9) \frac{14^{\frac{1}{5}} + 2^{\frac{1}{5}}}{28^{\frac{1}{5}} + 4^{\frac{1}{5}}}.$$

103. Упростите выражение:

$$1) \frac{a^{\frac{1}{4}} + 4a^{\frac{1}{8}} b^{\frac{1}{8}} + 4b^{\frac{1}{4}}}{a - a^{\frac{3}{4}} b^{\frac{1}{4}}} \cdot \frac{ab^{\frac{7}{8}} - a^{\frac{7}{8}} b}{a^{\frac{1}{8}} b^{\frac{1}{8}} + 2b^{\frac{1}{4}}};$$

$$2) \frac{2y - 5x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}}}{x - 4y} - \frac{x^{\frac{1}{2}}}{2y^{\frac{1}{2}} - x^{\frac{1}{2}}} - \frac{y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}} + 2y^{\frac{1}{2}}};$$

$$3) \frac{x^{\frac{1}{6}} - 1}{2x^{\frac{1}{6}} - 6} - \frac{1}{x^{\frac{1}{6}}} - \frac{3(x^{\frac{1}{6}} - 1)}{2x^{\frac{1}{3}} - 6x^{\frac{1}{6}}};$$

$$4) \left(\frac{a^{\frac{1}{6}} + 4}{a^{\frac{1}{6}} - 4} - \frac{a^{\frac{1}{6}} - 4}{a^{\frac{1}{6}} + 4} \right) : \frac{32a^{\frac{1}{2}}}{16 - a^{\frac{1}{3}}};$$

$$5) \left(\frac{9c^{\frac{1}{8}}}{c^{\frac{1}{8}} - 8} + \frac{7c^{\frac{1}{8}}}{c^{\frac{1}{4}} - 16c^{\frac{1}{8}} + 64} \right) : \frac{9c^{\frac{1}{8}} - 65}{c^{\frac{1}{4}} - 64} - \frac{8c^{\frac{1}{8}} + 64}{c^{\frac{1}{8}} - 8};$$

Иррациональные уравнения

104. Решите уравнение:

$$1) \sqrt[5]{3x-1} = -1;$$

$$6) \sqrt{3x-1} = \sqrt{4x+1};$$

$$2) \sqrt{3x-1} = -1;$$

$$7) \sqrt{3x-1} = \sqrt{4x^2 - 6x + 1};$$

$$3) \sqrt{3x-1} = 1;$$

$$8) \sqrt{3x-1} = 1 - 3x;$$

$$4) \sqrt{3x-1} = \sqrt{9-2x};$$

$$9) \sqrt{3x-1} = \sqrt{0,2-x};$$

$$5) \sqrt{3x-1} = \sqrt{1-3x};$$

$$10) (x+5)\sqrt{x^2-x-20} = 6x+30.$$

105. Решите уравнение:

$$1) \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x+2} = 2;$$

$$6) \sqrt{3x-5} + \sqrt{x-2} = 3;$$

$$2) \sqrt{x+7} = x-5;$$

$$7) \sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} = 3;$$

$$3) 2 + \sqrt{4+2x-x^2} = x;$$

$$8) 2\sqrt{x-3} - \sqrt{x+2} = 1;$$

$$4) \frac{x+2}{\sqrt{x+1}} = \sqrt{3x+4};$$

$$9) \sqrt{x-4} = \sqrt{x-3} - \sqrt{2x-1};$$

$$5) \sqrt{2x-4} - \sqrt{x+5} = 1;$$

$$10) \sqrt{3x+4} + \sqrt{x-4} = 2\sqrt{x};$$

$$11) \sqrt{8-x} - \sqrt{9+5x} - \sqrt{4-5x} + \sqrt{5+x} = 0.$$

106. Решите уравнение:

$$1) \sqrt{x} - 5\sqrt[4]{x} + 6 = 0;$$

$$4) \sqrt{x+2} = 2\sqrt[4]{x+2} + 3;$$

$$2) 3\sqrt[3]{x} + 5\sqrt[9]{x} - 2 = 0;$$

$$5) \sqrt[3]{9-6x+x^2} - \sqrt[3]{3-x} - 2 = 0;$$

$$3) x - 9\sqrt[3]{x} = 0;$$

$$6) x^2 - 2\sqrt{x^2-24} = 39;$$

7) $x^2 + 2x + \sqrt{x^2 + 2x + 8} = 12$;

9) $x\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{x^2} = 4$;

8) $\sqrt{\frac{2x}{x+1}} - 2\sqrt{\frac{x+1}{2x}} = 1$;

10) $\sqrt{3x^2 - 6x + 7} = 7 + 2x - x^2$

107. Решите уравнение:

1) $\sqrt[3]{x+7} - \sqrt{x+3} = 0$;

3) $\sqrt[3]{2-x} = 1 - \sqrt{x-1}$;

2) $\sqrt[3]{12-x} + \sqrt[3]{14+x} = 2$;

4) $\sqrt[4]{80+x} + \sqrt[4]{2-x} = 4$.

108. Решите уравнение:

1) $\sqrt[3]{(x+4)^2} + \sqrt[3]{(x-5)^2} - \sqrt[3]{(x+4)(x-5)} = 3$;

2) $\sqrt{x-4} + 4\sqrt{x-8} - \sqrt{x-4} - 4\sqrt{x-8} = 2$.

Системы иррациональных уравнений

109. Решите систему уравнений:

1)
$$\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt[5]{y} = 5, \\ \sqrt{x} \cdot \sqrt[5]{y} = 14; \end{cases}$$

6)
$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 3, \\ xy = 8; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} x - y = 75, \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 15; \end{cases}$$

7)
$$\begin{cases} \sqrt{x+y} + \sqrt{2x+y+3} = 7, \\ 3x + 2y = 22; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} \sqrt{x+3y+1} = 2, \\ \sqrt{2x-y+2} = 7y-6; \end{cases}$$

8)
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x+y}{x-y}} + 3\sqrt{\frac{x-y}{x+y}} = 4, \\ x^2 + 4x + y^2 - 3y = 0; \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{5}{6}, \\ x - y = 5; \end{cases}$$

9)
$$\begin{cases} 3\sqrt{3x^2 - 2y + 3} = 2y + 15 - 3x^2, \\ 3y - 2x = 5; \end{cases}$$

5)
$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 2, \\ x + y = 26; \end{cases}$$

10)
$$\begin{cases} 7\sqrt[3]{xy} - 3\sqrt{xy} = 4, \\ x + y = 20. \end{cases}$$

Иррациональные неравенства

110. Решите неравенство:

1) $\sqrt{x-3} > 2$; 2) $\sqrt{x-3} < 2$; 3) $\sqrt{x-3} > -2$; 4) $\sqrt{x-3} < -2$

111. Решите неравенство:

1) $\sqrt{x+5} < \sqrt{8-x}$;

4) $\sqrt{2x-x^2} \leq 5-x$;

2) $\sqrt{x^2-7x+5} \geq \sqrt{3x-4}$;

5) $\sqrt{11-5x} \geq x-1$;

3) $\sqrt{x+18} < 2-x$;

6) $\sqrt{x^2+7x+12} > 6-x$.

112. Решите неравенство:

1) $(4 - 3x)\sqrt{x} \geq 0$;

3) $\sqrt{x+3} \leq 6 - \sqrt{x+15}$;

2) $\sqrt[3]{x} + \sqrt{x} - 6 \leq 0$;

4) $3\sqrt{x} - \sqrt{5x+5} > 1$.

113. Для каждого значения a решите неравенство $(a+1)\sqrt{2-x} < 1$.

Радиианное измерение углов

114. Найдите радианную меру углов: 12° ; 45° ; 72° ; 105° ; 135° ; 330° .

115. Найдите градусную меру угла, радианная мера которого равна:

$\frac{\pi}{30}$; $\frac{\pi}{8}$; $\frac{\pi}{4}$; $\frac{\pi}{3}$; $\frac{5\pi}{6}$; $1\frac{3}{4}\pi$; 5π .

116. Радиус окружности равен 2 см. Найдите длину дуги окружности, соответствующей углу в 5 радиан.

117. В какой четверти находится точка единичной окружности, полученная при повороте точки $P_0(1; 0)$ на угол:

1) 283° ;

4) 420° ;

7) $\frac{11\pi}{18}$;

10) $1,9\pi$;

2) 146° ;

5) -53° ;

8) $-\frac{\pi}{3}$;

11) 3 ;

3) -215° ;

6) $\frac{\pi}{9}$;

9) $-2,1\pi$;

12) -4 ?

Тригонометрические функции числового аргумента

118. Найдите значение выражения:

1) $8\cos 90^\circ - 7\cos 180^\circ + 3\sin 270^\circ$;

2) $\sin \pi + \cos \pi + \lg \pi$;

3) $\sin 45^\circ \lg 30^\circ \lg 60^\circ$;

4)
$$\frac{2\lg \frac{\pi}{4} - \sin \frac{3\pi}{2}}{\left(\lg \frac{\pi}{6} - \lg 0\right) \cos \frac{\pi}{6}}$$

5) $\sqrt{(2\cos 30^\circ + 1)^2} - \sqrt{(1 - 2\sin 60^\circ)^2}$.

119. Найдите значение выражения $\operatorname{ctg}(\alpha + \beta) \operatorname{tg}(\alpha - \beta)$ при:

1) $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 15^\circ$;

2) $\alpha = \frac{\pi}{3}$, $\beta = \frac{\pi}{6}$.

120. Возможно ли равенство:

1) $\sin \alpha = -\frac{7}{8}$; 2) $\cos \alpha = \sqrt[4]{2}$; 3) $\cos \alpha = \frac{\pi}{4}$; 4) $\sin \alpha = 3 - \sqrt{2}$?

121. При каких значениях a возможно равенство:

1) $\sin x = 4 - a$;

2) $\cos x = a^2 - 3a + 1$?

122. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения:

1) $7\cos \alpha - 3$;

2) $5 - \sin^2 \alpha$;

3) $\frac{\cos^3 \alpha}{\cos \alpha}$.

123. Найдите область значений выражения:

$$1) 1 - 2|\sin 4x|; \quad 2) \frac{3}{2\cos x + 1}; \quad 3) 1 - \operatorname{ctg}^4 x.$$

Знаки значений тригонометрических функций

124. Какой знак имеет:

$$1) \sin 230^\circ; \quad 3) \operatorname{tg} 330^\circ; \quad 5) \cos 3; \\ 2) \cos 170^\circ; \quad 4) \operatorname{ctg}(-220^\circ); \quad 6) \sin \frac{13\pi}{8}?$$

125. Определите знак выражения:

$$1) \cos 260^\circ \sin 190^\circ; \quad 2) \cos 356^\circ \operatorname{tg}(-100^\circ); \quad 3) \sin 2 \cos 3,5.$$

126. Углом какой четверти является угол α , если известно, что:

$$1) \cos \alpha > 0 \text{ и } \operatorname{tg} \alpha < 0; \quad 2) |\cos \alpha| = -\cos \alpha?$$

127. Сравните:

$$1) \sin 156^\circ \text{ и } \sin 256^\circ; \quad 3) \sin \frac{7\pi}{4} \text{ и } \cos \frac{11\pi}{6}; \\ 2) \operatorname{ctg} 220^\circ \text{ и } \operatorname{tg} 320^\circ; \quad 4) \cos 3 \text{ и } \sin 1.$$

Четность и нечетность тригонометрических функций

128. Найдите значение выражения:

$$1) 4 \sin(-60^\circ) - 3 \operatorname{ctg}(-60^\circ) + 5 \cos(-30^\circ); \\ 2) 2 \sin^2\left(-\frac{\pi}{6}\right) \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) + 3 \cos(-\pi) + 6 \cos^2\left(-\frac{\pi}{4}\right).$$

129. Является ли четной или нечетной функция, заданная формулой:

$$1) f(x) = \operatorname{tg}^3 x; \quad 5) f(x) = \frac{\operatorname{ctg}^2 x}{9 - x^2}; \\ 2) f(x) = \operatorname{tg} x + \sin x; \\ 3) f(x) = \frac{x \sin x}{1 - \cos x}; \quad 6) f(x) = \frac{(1 - \sin x)(x + 1)}{x + 1}; \\ 4) f(x) = x^3 + \cos x;$$

Периодические функции

130. Найдите значение выражения:

$$1) \cos 420^\circ; \quad 3) \operatorname{tg} 390^\circ; \quad 5) \operatorname{tg} \frac{23\pi}{4}; \\ 2) \sin 540^\circ; \quad 4) \operatorname{ctg}(-780^\circ); \quad 6) \sin\left(-\frac{13\pi}{3}\right).$$

131. Покажите, что число T является периодом функции f :

$$1) f(x) = \cos 2x, \quad T = \pi; \quad 3) f(x) = \sin(\operatorname{tg} x), \quad T = \pi; \\ 2) f(x) = \sin \frac{\pi x}{2}, \quad T = 8; \quad 4) f(x) = \frac{1}{\sin x}, \quad T = 2\pi.$$

132. Покажите, что число $T = \frac{\pi}{2}$ не является периодом функции $f(x) = \operatorname{tg} x$.

133. Найдите наименьший положительный период функции:

1) $f(x) = \sin\left(\frac{x}{5} - \frac{\pi}{3}\right)$;

2) $f(x) = \operatorname{ctg}(4x+1)$.

Построение графиков тригонометрических функций

134. Постройте график функции:

1) $y = \sin x + 2$; 3) $y = \sin \frac{x}{2}$; 5) $y = 3 \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 2$;

2) $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$; 4) $y = 3 \sin x$; 6) $y = 3 \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) + 2$.

135. Постройте график функции:

1) $y = \cos x - 1,5$; 4) $y = -\frac{1}{4} \cos x$;

2) $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$; 5) $y = -\frac{1}{4} \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 1,5$;

3) $y = \cos 2x$; 6) $y = -\frac{1}{4} \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - 1,5$.

136. Постройте график функции:

1) $y = \operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$; 2) $y = 2 \operatorname{ctg} x - 1$; 3) $y = \operatorname{tg} \frac{x}{3}$.

137. Постройте график функции:

1) $y = |\cos x|$; 2) $y = \sin |x|$; 3) $y = \operatorname{tg} \left|x + \frac{\pi}{3}\right|$.

138. Постройте график функции:

1) $y = (\sqrt{\cos x})^2$; 5) $y = \sqrt{\sin x - 1}$;

2) $y = \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} |x|$; 6) $y = \frac{|\cos x|}{\cos x}$;

3) $y = \sin x + \sqrt{\sin^2 x}$;

4) $y = \sqrt{-\operatorname{tg}^2 x}$; 7) $y = \frac{\sin x + |\sin x|}{\cos x + |\cos x|}$.

Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента

139. Могут ли одновременно выполняться равенства:

1) $\sin \alpha = 0,4$ и $\cos \alpha = 0,6$; 2) $\operatorname{tg} \alpha = 2 - \sqrt{3}$ и $\operatorname{ctg} \alpha = 2 + \sqrt{3}$;

$$3) \sin \alpha = -\frac{2}{7} \text{ и } \operatorname{ctg} \alpha = \frac{3\sqrt{5}}{2};$$

$$4) \sin \alpha = \frac{2\sqrt{4+2a}}{a+4} \text{ и } \cos \alpha = -\frac{a}{a+4}?$$

140. Вычислите значения тригонометрических функций угла β , если:

$$1) \sin \beta = -\frac{1}{4};$$

$$3) \operatorname{tg} \beta = -3 \text{ и } \frac{\pi}{2} < \beta < \pi;$$

$$2) \cos \beta = \frac{3}{4} \text{ и } \frac{3\pi}{2} < \beta < 2\pi;$$

$$4) \operatorname{ctg} \beta = \sqrt{6} \text{ и } \pi < \beta < \frac{3\pi}{2}.$$

141. Упростите выражение:

$$1) 1 - \cos^2 \gamma;$$

$$7) (\operatorname{tg} \beta + \operatorname{ctg} \beta)^2 - (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{ctg} \beta)^2;$$

$$2) \operatorname{tg}^2 3\varphi + \cos^2 4\varphi + \sin^2 4\varphi;$$

$$8) \operatorname{tg} x + \frac{\cos x}{1 + \sin x};$$

$$3) 5\cos \frac{\beta}{2} - 4\operatorname{ctg} \frac{\beta}{2} \sin \frac{\beta}{2};$$

$$9) \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha};$$

$$4) \frac{\sin^2 \varphi - 1}{\cos^2 \varphi - 1} + \operatorname{ctg} \varphi \operatorname{tg} \varphi;$$

$$10) \sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha;$$

$$5) \frac{\operatorname{tg}^5 \alpha \cos^3 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha};$$

$$11) \frac{1 + \operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{ctg} \alpha};$$

$$6) (\sin x + 1)(\sin x - 1);$$

$$12) \frac{\cos^2(-\beta) - \cos^4(-\beta)}{\sin^2(-\beta) \cos^3(-\beta)}.$$

142. Докажите тождество:

$$1) \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta} = \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta;$$

$$2) \cos^4 \beta - \sin^2 \alpha \sin^2 \beta + \sin^2 \beta \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha \cos^2 \beta = \cos^2 \beta - \sin^2 \alpha;$$

$$3) \frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - 1}{\operatorname{tg} \alpha - \sin \alpha \cos \alpha} = 2\operatorname{ctg}^2 \alpha;$$

$$4) \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha};$$

$$5) \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha + 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1.$$

143. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения:

$$1) \sin^2 \alpha + 4\cos^2 \alpha;$$

$$2) 3\cos^2 \alpha - 3\operatorname{tg}^2 \alpha \cos^2 \alpha.$$

144. Постройте график функции:

$$1) y = \operatorname{tg} 2x \operatorname{ctg} 2x;$$

$$2) y = \operatorname{ctg} x \sin x.$$

145. Упростите выражение:

$$1) \sqrt{1 - \cos^2 \frac{\beta}{4}} - \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\beta}{4}}, \text{ если } 4\pi < \beta < 5\pi;$$

$$2) \sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}} - \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}}, \text{ если } \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2};$$

$$3) \sqrt{\cos^2\beta(1+\operatorname{tg}\beta) + \sin^2\beta(1+\operatorname{ctg}\beta)}, \text{ если } 180^\circ < \beta < 270^\circ.$$

146. Дано: $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha = a$. Найдите:

$$1) \operatorname{tg}^2\alpha + \operatorname{ctg}^2\alpha; \quad 3) \operatorname{tg}^4\alpha + \operatorname{ctg}^4\alpha; \quad 5) \cos\alpha \sin\alpha;$$

$$2) \operatorname{tg}^3\alpha + \operatorname{ctg}^3\alpha; \quad 4) \operatorname{tg}^6\alpha + \operatorname{ctg}^6\alpha; \quad 6) \operatorname{tg}\alpha - \operatorname{ctg}\alpha.$$

147. Найдите значение выражения:

$$1) \frac{4\sin\alpha - \cos\alpha}{\cos\alpha + 4\sin\alpha}, \text{ если } \operatorname{ctg}\alpha = \frac{1}{3};$$

$$2) \frac{7\sin^2\alpha - \sin\alpha \cos\alpha}{5\sin^2\alpha + 3\cos^2\alpha}, \text{ если } \operatorname{tg}\alpha = -2.$$

148. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения $3\cos\alpha - 2\sin^2\alpha$.

Формулы сложения

149. Упростите выражение:

$$1) \sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta); \quad 3) 2\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) - \sqrt{3}\sin\alpha - \cos\alpha;$$

$$2) \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right); \quad 4) \frac{\sin(45^\circ + \alpha) - \cos(45^\circ + \alpha)}{\sin(45^\circ + \alpha) + \cos(45^\circ + \alpha)}.$$

150. Упростите выражение:

$$1) \cos 6\alpha \cos 4\alpha - \sin 6\alpha \sin 4\alpha;$$

$$2) \sin 14^\circ \cos 31^\circ + \cos 14^\circ \sin 31^\circ;$$

$$3) \cos(24^\circ + \alpha) \cos(24^\circ - \alpha) + \sin(24^\circ + \alpha) \sin(24^\circ - \alpha).$$

151. Докажите тождество:

$$1) \frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)} = \operatorname{tg}\alpha \operatorname{ctg}\beta;$$

$$2) \frac{\sin(\alpha + \beta) - 2\cos\alpha \sin\beta}{2\cos\alpha \cos\beta - \cos(\alpha + \beta)} = \operatorname{tg}(\alpha - \beta);$$

$$3) \sin 2\alpha + \cos 2\alpha \operatorname{ctg}\alpha = \operatorname{ctg}\alpha;$$

$$4) \cos^2(\alpha - 30^\circ) + \cos^2(\alpha + 30^\circ) + \sin^2\alpha = 1,5.$$

152. Упростите выражение:

$$1) \frac{\operatorname{tg} 2^\circ - \operatorname{tg} 47^\circ}{1 + \operatorname{tg} 2^\circ \operatorname{tg} 47^\circ};$$

$$2) \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)}{1 - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)}.$$

153. Докажите тождество:

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) - (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta) - \operatorname{tg}(\alpha + \beta) \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta = 0.$$

154. Пользуясь формулами сложения, найдите: 1) $\cos 75^\circ$; 2) $\operatorname{ctg} 75^\circ$.

155. Дано: $\cos \alpha = -\frac{9}{41}$, $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Найдите $\cos(\alpha + 45^\circ)$.

156. Дано: $\cos \alpha = 0,8$, $\cos \beta = -0,96$, $270^\circ < \alpha < 360^\circ$, $180^\circ < \beta < 270^\circ$.
Найдите $\sin(\alpha - \beta)$.

157. Найдите наименьшее значение выражения:

1) $\sin \alpha + \cos \alpha$;

2) $2 \sin \alpha - 7 \cos \alpha$.

Формулы приведения

158. Приведите к тригонометрической функции угла α :

1) $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$; 3) $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$; 5) $\operatorname{tg}^2\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right)$;

2) $\cos(\pi + \alpha)$; 4) $\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$; 6) $\sin^2(180^\circ + \alpha)$.

159. Приведите к значению тригонометрической функции положительного аргумента, меньшего 45° (или $\frac{\pi}{4}$):

1) $\sin 204^\circ$;

5) $\sin 500^\circ$;

9) $\operatorname{tg} 925^\circ$;

2) $\cos 250^\circ$;

6) $\operatorname{ctg}(-108^\circ)$;

10) $\sin 1600^\circ$;

3) $\operatorname{tg} 285^\circ$;

7) $\sin 1,6\pi$;

11) $\operatorname{ctg} 2,4\pi$;

4) $\operatorname{ctg} 343^\circ$;

8) $\cos \frac{7\pi}{11}$;

12) $\sin \frac{32\pi}{7}$.

160. Вычислите:

1) $\sin 150^\circ$;

4) $\operatorname{tg}\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$;

7) $\operatorname{tg} 1050^\circ$;

2) $\cos 135^\circ$;

5) $\sin \frac{5\pi}{3}$;

8) $\cos \frac{43\pi}{4}$;

3) $\operatorname{ctg} 300^\circ$;

6) $\sin 7\pi$;

9) $\sin\left(-\frac{58\pi}{3}\right)$.

161. Найдите значение выражения:

1) $2 \sin 210^\circ + \operatorname{tg} 240^\circ + \operatorname{ctg} 120^\circ + 6 \cos 450^\circ$;

2) $\sin\left(-\frac{11\pi}{6}\right) \cos \frac{19\pi}{6} \operatorname{tg} \frac{5\pi}{4} \operatorname{ctg}\left(-\frac{5\pi}{3}\right)$;

3) $\cos 30^\circ + \cos 40^\circ + \cos 50^\circ + \dots + \cos 150^\circ$;

4) $\sin 113^\circ \cos 323^\circ + \cos 247^\circ \cos 307^\circ$.

162. Упростите выражение:

1) $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(\pi - \alpha) - \cos(\pi - \alpha) - \sin(2\pi - \alpha)$;

$$2) \sin\left(\frac{5\pi}{2} - \alpha\right) \sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) + \cos(\alpha - 4\pi) \cos(3\pi - \alpha);$$

$$3) \frac{\sin(\pi + \alpha) \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \operatorname{tg}(\pi + \alpha)};$$

$$4) \left(\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)}{\operatorname{ctg}(3\pi - \alpha)} + \sin(-\alpha) \operatorname{tg}\left(\frac{5\pi}{2} + \alpha\right) \right)^2 + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)};$$

163. Известно, что α, β, γ — углы треугольника. Докажите, что $\operatorname{tg}\left(\frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{2}\right) = \operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2}$.

164. Найдите значения выражений $\cos(\pi + \alpha)$ и $\operatorname{ctg}\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$, если $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{4}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

165. Докажите тождество:

$$\frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)}{\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)} + \sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = 1.$$

Формулы двойного аргумента

166. Выразите данные тригонометрические функции через функции аргумента в два раза меньшего, чем данный:

1) $\sin \alpha$; 3) $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{6}$; 5) $\sin 2$; 7) $\sin\left(50^\circ + \frac{4\pi}{7}\right)$;

2) $\cos 3\alpha$; 4) $\cos(\alpha - \beta)$; 6) $\sin 10\alpha$; 8) $\cos\left(\frac{8\pi}{9} - 2\beta\right)$.

167. Упростите выражение:

1) $\frac{\sin \alpha}{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}};$

4) $\cos^2 \alpha - 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos^2 \frac{\alpha}{2};$

2) $\frac{\cos \alpha}{\cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2}};$

5) $\frac{\cos 3\alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin 3\alpha}{\cos \alpha};$

3) $2 \cos^2(135^\circ - 2,5\alpha) - 1;$

6) $\frac{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}};$

$$7) \frac{\sin^2 2\alpha - 4 \cos^2 \alpha}{\sin^2 2\alpha + 4 \cos^2 \alpha - 4};$$

$$8) \frac{2 \sin^2 4\alpha - 1}{2 \operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + 4\alpha\right) \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - 4\alpha\right)}.$$

168. Найдите значение выражения:

$$1) 2 \cos^2 \frac{\pi}{8} - 1; \quad 2) \sin 75^\circ \cos 75^\circ; \quad 3) \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6}}{4 \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}}.$$

169. Дано: $\operatorname{tg} \alpha = -2$, $270^\circ < \alpha < 360^\circ$. Найдите:

$$1) \sin 2\alpha; \quad 2) \cos 2\alpha; \quad 3) \operatorname{tg} 2\alpha.$$

170. Дано: $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = 3$, $\operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = -5$. Найдите $\operatorname{tg}(\alpha - \beta)$.

171. Представьте в виде произведения выражение:

$$1) 1 + \cos 6\alpha; \quad 3) 1 + \cos 100^\circ; \quad 5) 1 - \sin \frac{\alpha}{2};$$

$$2) 1 - \cos \frac{\alpha}{4}; \quad 4) 1 + \cos \frac{5\alpha}{2}; \quad 6) 1 + \sin \frac{\pi}{10}.$$

172. Понизьте степень выражения:

$$1) \sin^2 \alpha; \quad 2) \cos^2 12x; \quad 3) \cos^2\left(\frac{\alpha}{2} + \varphi\right); \quad 4) \sin^2\left(\frac{\pi}{10} - \beta\right).$$

173. Докажите тождество:

$$1) 2 \cos^2 \alpha - \cos 2\alpha = 1; \quad 3) \frac{1 - \cos \alpha + \cos 2\alpha}{\sin 2\alpha - \sin \alpha} = \operatorname{ctg} \alpha;$$

$$2) \operatorname{tg} \alpha (1 + \cos 2\alpha) = \sin 2\alpha; \quad 4) \frac{1 - \sin(30^\circ - \alpha)}{1 + \sin(30^\circ - \alpha)} = \operatorname{tg}^2\left(30^\circ + \frac{\alpha}{2}\right).$$

174. Упростите выражение:

$$1) \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha} \cdot \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{1 + \cos \frac{\alpha}{2}};$$

$$3) \frac{1 - \sin 36^\circ}{\cos 36^\circ};$$

$$2) \frac{\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)}{1 + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)};$$

$$4) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}\right) \cdot \frac{1 - \sin \alpha}{\cos \alpha};$$

$$5) \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{5\pi}{4} - \alpha\right)(1 + \sin 2\alpha)}{\cos\left(\frac{5\pi}{2} - 2\alpha\right)}.$$

175. Упростите выражение $\sqrt{\frac{\cos 2\alpha}{\operatorname{ctg}^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha}}$, если $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$.

176. Упростите выражение $\sqrt{0,5 - 0,5 \cos 4\alpha}$, если $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

177. Докажите, что $\cos \frac{\pi}{7} \cos \frac{2\pi}{7} \cos \frac{4\pi}{7} = -\frac{1}{8}$.

Формулы суммы и разности тригонометрических функций

178. Преобразуйте в произведение:

- | | |
|--|---|
| 1) $\sin 20^\circ + \sin 50^\circ$; | 5) $\cos\left(\beta + \frac{\pi}{10}\right) + \cos\left(\beta - \frac{\pi}{10}\right)$; |
| 2) $\sin 13\alpha - \sin 7\alpha$; | 6) $\sin\left(4\alpha - \frac{5\pi}{6}\right) + \sin\left(4\alpha - \frac{\pi}{6}\right)$; |
| 3) $\cos \frac{7\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9}$; | 7) $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)$; |
| 4) $\cos 14\alpha - \cos 6\alpha$; | 8) $\cos\left(3\alpha + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$. |

179. Преобразуйте в произведение:

- 1) $\sin 35^\circ - \cos 75^\circ$; 2) $\sin \frac{\pi}{8} + \cos \frac{\pi}{5}$; 3) $\sin \alpha + \cos \beta$.

180. Преобразуйте в произведение:

- 1) $\operatorname{tg} 63^\circ - \operatorname{tg} 18^\circ$; 3) $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6} - 2\alpha\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3} + 4\alpha\right)$.
- 2) $\operatorname{tg} 14\varphi + \operatorname{tg} 2\varphi$;

181. Преобразуйте в произведение:

- 1) $1 + 2\sin \alpha$; 2) $\sqrt{2} \cos \alpha + 1$; 3) $1 + \operatorname{tg} \alpha$.

182. Докажите тождество:

1) $\cos 5\alpha + \cos 8\alpha + \cos 9\alpha + \cos 12\alpha = 4 \cos \frac{3\alpha}{2} \cos 2\alpha \cos \frac{17\alpha}{2}$;

2) $\frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)} = \operatorname{tg} \alpha$;

3) $\frac{\sin \alpha - 2\sin 2\alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha - 2\cos 2\alpha + \cos 3\alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha$;

4) $\cos^2(\alpha - \beta) - \cos^2(\alpha + \beta) = \sin 2\alpha \sin 2\beta$.

183. Упростите выражение:

1) $\frac{(\sin \alpha + \sin 5\alpha)(\cos 5\alpha - \cos \alpha)}{1 - \cos 6\alpha}$;

2) $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha - \sin \beta)^2$;

3) $\frac{\cos\left(\frac{5\pi}{2} - 6\alpha\right) + \sin(\pi + 4\alpha) + \sin(3\pi - \alpha)}{\sin\left(\frac{5\pi}{2} + 6\alpha\right) + \cos(4\alpha - 2\pi) + \cos(\alpha + 2\pi)}$;

$$4) \sin^2\left(\frac{5\pi}{12} + \alpha\right) - \cos^2\left(\frac{7\pi}{12} + \alpha\right).$$

184. Докажите тождество:

$$1) 1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha = 4 \cos \alpha \cos\left(\frac{\pi}{6} + \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\alpha}{2}\right);$$

$$2) \cos \alpha - \frac{\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(2\alpha + \frac{\pi}{6}\right)}{2 \cos \alpha} = \sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right).$$

Формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму

185. Преобразуйте в сумму произведение:

$$1) \cos 3\alpha \cos 2\alpha;$$

$$3) \sin 5\alpha \sin 3\alpha;$$

$$2) \sin 15^\circ \cos 40^\circ;$$

$$4) \sin(\alpha - \beta) \cos(\alpha + \beta).$$

186. Докажите тождество:

$$1) \cos 2\alpha + 2 \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = 0,5;$$

$$2) \cos 2\alpha \cos \alpha - \sin 4\alpha \sin \alpha = \cos 3\alpha \cos 2\alpha;$$

$$3) \sin^2 \alpha + \cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right) = \frac{1}{4};$$

$$4) \sin^2 \alpha + \sin^2 \beta + \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) = 1.$$

Решение простейших тригонометрических уравнений

187. Решите уравнение:

$$1) \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$3) \operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3};$$

$$5) \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$2) \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$4) \sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$6) \operatorname{tg} x = -\sqrt{3}.$$

188. Решите уравнение:

$$1) \sin \frac{x}{4} = \frac{1}{2};$$

$$6) \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = 1;$$

$$2) \cos 5x = \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$7) \cos(6x - 12) = \frac{4}{7};$$

$$3) \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{10}\right) = 1;$$

$$8) \cos \frac{2x}{\pi} = 0;$$

$$4) \operatorname{ctg}\left(2x + \frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{3};$$

$$9) \sin(7x - 2) = \frac{\pi}{6};$$

$$5) \cos\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{12}\right) = 1;$$

$$10) \cos\left(\frac{3\pi}{8} - \frac{3x}{4}\right) = \frac{1}{2};$$

$$11) \sin\left(\frac{\pi}{9} - \frac{2x}{5}\right) = 0;$$

$$12) \operatorname{ctg}(5 - 4x) = -3.$$

189. Решите уравнение:

$$1) 3 + 3\cos\left(\frac{x}{6} + \frac{\pi}{18}\right) = 0;$$

$$3) \sqrt{3} \operatorname{ctg}\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) + 3 = 0;$$

$$2) 3\operatorname{tg}(3x + 1) + \sqrt{3} = 0;$$

$$4) 2\sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \sqrt{3} = 0$$

190. Решите уравнение:

$$1) \operatorname{tg} \frac{2}{3x} = -1;$$

$$3) \cos x^2 = \frac{1}{2};$$

$$2) \sin \pi \sqrt{x} = -1;$$

$$4) \sin(\sin(\sin x)) = 0.$$

191. Найдите наименьший положительный корень уравнения:

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

192. Сколько корней уравнения $\operatorname{ctg} \frac{x}{2} = -\sqrt{3}$ принадлежит промежутку

$$\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]?$$

193. Найдите все корни уравнения $\sin\left(\frac{\pi}{4} - 8x\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, удовлетворяющие неравенству $\frac{3\pi}{5} < x < \frac{7\pi}{8}$.

194. При каких значениях a имеет решения уравнение:

$$1) \cos x = a - 5;$$

$$3) (a + 3)\sin x = a - 1;$$

$$2) \sin 6x = 4a - a^2 - 5;$$

$$4) (a^2 - 5a + 4)\cos x = a - 4?$$

195. При каких значениях a данное уравнение имеет единственный корень на указанном промежутке:

$$1) (x + a)\operatorname{tg} x = 0, \left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6}\right);$$

$$2) (x - a)\left(\cos x + \frac{1}{2}\right) = 0, \left[\pi; \frac{3\pi}{2}\right]?$$

196. Определите количество корней уравнения $\cos x = a$ на промежутке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}\right]$ в зависимости от значения a .

Функции $y = \arcsin x$, $y = \arccos x$, $y = \operatorname{arctg} x$, $y = \operatorname{arccctg} x$

197. Найдите:

- 1) $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) $\operatorname{arctg} \sqrt{3}$; 5) $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right)$; 7) $\operatorname{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$;
2) $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$; 4) $\operatorname{arccctg} 1$; 6) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; 8) $\operatorname{arccctg}(-\sqrt{3})$.

198. Найдите значение выражения:

- 1) $\arccos(-1) + \arcsin 0 + \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \operatorname{arctg}(-1)$;
2) $2\arcsin 1 - 3\arccos 0 + 4\operatorname{arccctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + 2\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$.

199. Вычислите:

- 1) $\operatorname{tg}\left(\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; 3) $\operatorname{tg}\left(5\operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{4}\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;
2) $\cos(2\operatorname{arctg} 1)$; 4) $\sin\left(\operatorname{arccctg}(-\sqrt{3}) + \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) + \arcsin \frac{1}{2}\right)$.

200. Найдите область определения функции:

- 1) $y = \arccos(4 + x)$; 3) $y = \operatorname{arccctg} \frac{5}{\sqrt{x-1}}$.
2) $y = \arcsin(3 - x^2)$;

201. Найдите область значений функции:

- 1) $y = 2\arccos x - \frac{\pi}{6}$; 2) $y = 3 - 4\operatorname{arctg} 4x$.

202. Вычислите:

- 1) $\sin(\arcsin(-0,2))$; 2) $\cos\left(\arccos \frac{\pi}{5}\right)$; 3) $\operatorname{ctg}(\operatorname{arccctg} \sqrt{3})$.

203. Вычислите:

- 1) $\arccos\left(\cos \frac{7\pi}{12}\right)$; 2) $\operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg} \frac{4\pi}{5}\right)$; 3) $\arcsin(\sin 4)$.

204. Вычислите:

- 1) $\sin\left(\arccos \frac{3}{5}\right)$; 3) $\sin(\operatorname{arccctg}(-5))$; 5) $\operatorname{tg}\left(\arccos \frac{2}{3}\right)$;
2) $\cos\left(\arcsin \frac{4}{9}\right)$; 4) $\cos(\operatorname{arctg} 4)$; 6) $\operatorname{tg}\left(\operatorname{arccctg} \frac{11}{14}\right)$.

205. Решите уравнение:

- 1) $\arccos x = \frac{5\pi}{6}$; 3) $\arcsin(4x + 3) = -\frac{\pi}{3}$.
2) $\operatorname{arccctg}(x - 2) = \frac{3\pi}{4}$;

206. Решите неравенство:

$$1) \arctg x \leq \frac{\pi}{4}; \quad 2) \arcsin \frac{x}{2} > \frac{\pi}{3}; \quad 3) \arccos(2x-4) > \frac{5\pi}{6}.$$

207. Постройте график функции:

$$\begin{array}{ll} 1) y = -3\arcsin x; & 4) y = \operatorname{tg}(\arctg x); \\ 2) y = \arccos x + 1,5; & 5) y = \cos(\arcsin x); \\ 3) y = \frac{|\arccos x|}{\arccos x}; & 6) y = \cos(2\arccos x). \end{array}$$

208. При каких значениях a имеет решение уравнение:

$$\begin{array}{ll} 1) \arccos x = \pi + a; & 5) \frac{\arccos x - \frac{\pi}{3}}{\arcsin x - a} = 0; \\ 2) \arcsin x = \sin a; & \\ 3) \arctg x = \operatorname{tg} a; & \\ 4) \frac{\arcsin x + a}{\arcsin x - \frac{\pi}{4}} = 0; & 6) \frac{\arccos x + a}{\sqrt{\arccos x - \frac{\pi}{2}}} = 0? \end{array}$$

Решение тригонометрических уравнений

209. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} 1) 2\cos^2 \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2} - 1 = 0; & 3) 2\cos x - \cos 2x - \cos^2 x = 0; \\ 2) 2\cos^2 x - 7\sin x - 5 = 0; & 4) \operatorname{tg} 5x + 3\operatorname{ctg} 5x + 4 = 0. \end{array}$$

210. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} 1) 2\sin x - 3\cos x = 0; & 3) 22\cos^2 x + 4\sin 2x = 7; \\ 2) 3\sin^2 x - 7\sin x \cos x + 4\cos^2 x = 0; & 4) \sin x - 6\cos x = 1. \end{array}$$

211. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} 1) \sin 4x - \sin 2x = 0; & 3) \cos x - \sin 11x = 0; \\ 2) \cos 3x = 2\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right); & 4) \sin 2x + \sin(\pi - 8x) = \sqrt{2}\cos 3x; \\ & 5) \sin x + \sin 7x - \cos 5x - \cos(\pi - 3x) = 0. \end{array}$$

212. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} 1) \cos^2 \frac{3x}{2} = \frac{3}{4}; & 3) \sin^2 x + \sin^2 2x = \cos^2 3x + \cos^2 4x; \\ 2) 6\sin^2 x + 2\sin^2 2x = 5; & 4) \sin^4 x + \cos^4 x = \cos 4x. \end{array}$$

213. Решите уравнение:

$$1) \sqrt{3}\cos x - \sin x = \sqrt{2}; \quad 2) \cos x - \sqrt{3}\sin x = 2\cos 5x.$$

214. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} 1) \cos(x + 70^\circ)\cos(x + 10^\circ) = \frac{1}{2}; & 3) \sin x \sin 7x = \sin 3x \sin 5x; \\ 2) \sin 3x \cos 2x = \sin 5x; & 4) 4\sin^2 2x - 1 = \cos 2x \cos 6x. \end{array}$$

215. Решите уравнение:

$$1) \frac{\cos \frac{x}{2}}{1 + \sin \frac{x}{2}} = 0;$$

$$3) \frac{\sin 2x}{1 - \cos x} = 2 \sin x;$$

$$2) \frac{\cos 3x - \cos x}{\sin 3x - \sin x} = 0;$$

$$4) \frac{1 + \sin x + \cos x}{\sin x} = 0.$$

216. Решите уравнение:

$$1) \sqrt{10 - 9 \operatorname{tg} x} = 3 \operatorname{tg} x - 2;$$

$$3) \sqrt{5 \sin x + \cos 2x} + 2 \cos x = 0.$$

$$2) \sqrt{-3 \cos x} = \sqrt{2} \sin x;$$

217. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения:

$$\cos 2x - 3 \cos x = 4 \cos^2 \frac{x}{2}.$$

218. Найдите наименьший положительный корень уравнения:

$$\sin 3x = \cos 5x.$$

219. Найдите все корни уравнения $\sin x \cos x - \sqrt{3} \cos^2 x = 0$, удовлетворяющие неравенству $0 < x < 3$.

220. Сколько корней уравнения $\operatorname{tg} 2x \cos 3x + \sin 3x + \sqrt{2} \sin 5x = 0$ принадлежит промежутку $\left[-\frac{\pi}{4}; \pi\right]$?

221. Решите уравнение $\sqrt{49 - 4x^2} \left(\sin \pi x + 3 \cos \frac{\pi x}{2} \right) = 0$.

222. При каких значениях a имеет решения уравнение:

$$1) \cos^2 x - (a + 7) \cos x + (4 - a)(2a + 3) = 0;$$

$$2) 2 \cos \frac{x}{3} + \cos 7x = a^2 - 6a + 12;$$

$$3) \sin^2 x + 2a \sin x + 2a^2 - 4a + 4 = 0;$$

$$4) 8 \sin \frac{x}{4} + 15 \cos \frac{x}{4} = 2a + 4;$$

$$5) \cos^4 x + (a + 1) \sin^2 x - 2a - 3 = 0 ?$$

223. При каких значениях a уравнение

$$\cos^2 x - \left(a + \frac{7}{10} \right) \cos x + \frac{7a}{10} = 0$$

на промежутке $\left[\frac{\pi}{3}; \frac{11\pi}{6} \right]$ имеет: 1) один корень; 2) два корня?

Решение тригонометрических неравенств**224. Решите неравенство:**

- | | | |
|--|---|--|
| 1) $\sin x < \frac{\sqrt{2}}{2}$; | 4) $\cos x \leq \frac{1}{2}$; | 7) $\operatorname{ctg} x \leq -1$; |
| 2) $\sin x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$; | 5) $\operatorname{tg} x < \frac{\sqrt{3}}{3}$; | 8) $\operatorname{ctg} x > \sqrt{3}$. |
| 3) $\cos x > -\frac{\sqrt{2}}{2}$; | 6) $\operatorname{tg} x \geq 1$; | |

225. Решите неравенство:

- | | |
|--|--|
| 1) $\sin \frac{x}{5} > \frac{1}{2}$; | 4) $\cos\left(3x - \frac{3\pi}{4}\right) > \frac{\sqrt{2}}{2}$; |
| 2) $\cos 4x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$; | 5) $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{12}\right) \leq -\sqrt{3}$; |
| 3) $\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \leq -\frac{\sqrt{3}}{2}$; | 6) $\operatorname{ctg}\left(\frac{5x}{4} - \frac{\pi}{6}\right) \geq 1$. |

226. Решите неравенство:

- | | |
|---|--|
| 1) $-\frac{1}{2} < \sin x < \frac{\sqrt{3}}{2}$; | 3) $ \cos x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$; |
| 2) $\frac{\sqrt{3}}{3} \leq \operatorname{ctg} x \leq \sqrt{3}$; | 4) $ \operatorname{tg} x \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$. |

227. Решите неравенство:

- | | |
|---|---|
| 1) $2\sin^2 \frac{x}{4} < 1,5$; | 3) $\operatorname{ctg}^2 2x - 3\operatorname{ctg} x + 2 \geq 0$; |
| 2) $\sin 4x \cos x - \cos 4x \sin x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$; | 4) $\cos 2x - \cos x \geq 0$. |

Системы тригонометрических уравнений**228. Решите систему уравнений:**

- | | |
|---|---|
| 1) $\begin{cases} 2x - y = \frac{2\pi}{3}, \\ \sin x - \sin \frac{y}{2} = \frac{1}{2}; \end{cases}$ | 3) $\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{3}, \\ \cos x - 2\cos y = 0; \end{cases}$ |
| 2) $\begin{cases} x + y = \frac{5\pi}{6}, \\ \cos^2 x + \cos^2 y = \frac{1}{4}; \end{cases}$ | 4) $\begin{cases} x - y = \frac{2\pi}{3}, \\ \operatorname{tg} x - \operatorname{tg} y = -2\sqrt{3}. \end{cases}$ |

229. Решите систему уравнений:

- | | |
|--|--|
| 1) $\begin{cases} \sin x \cos y = -0,5, \\ \cos x \sin y = 0,5; \end{cases}$ | 2) $\begin{cases} \cos x \cos y = \frac{\sqrt{3}}{4}, \\ \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y = 1. \end{cases}$ |
|--|--|

Вариант 3

Множества. Операции над множествами

1. Поставьте вместо звездочки знак $\in$ или $\notin$ так, чтобы получить верное утверждение:
1) $8 \in N$; 3) $-5 \in N$; 5) $\sqrt{7} \in Q$; 7) $-2,25 \in Q$;
2) $19 \in N$; 4) $-7 \in Q$; 6) $\sqrt{7} \in R$; 8) $-19 \in Z$.
2. Запишите множество корней уравнения:
1) $(x-4)(x^2-16)=0$; 2) $6x-3=0$; 3) $x^2-4x+5=0$
3. Задайте перечислением элементов множество:
1) неправильных дробей с числителем 6;
2) букв слова «химия»;
3) цифр числа 2 211 002.
4. Равны ли множества A и B , если:
1) $A = \{8, 12\}$, $B = \{12, 8\}$;
2) $A = \{(8; 12)\}$, $B = \{(12; 8)\}$;
3) A — множество корней уравнения $x^2 + 9 = 0$, $B = \{-3; 3\}$;
4) A — множество равнобоких трапеций, B — множество трапеций, около которых можно описать окружность?
5. Пусть C — множество цифр числа 1123. Является ли множество цифр числа x подмножеством множества C , если:
1) $x = 321$; 2) $x = 234$; 3) $x = 2121$; 4) $x = 111\ 111$?
6. Запишите все подмножества множества $\{5, 6, 7\}$.
7. Найдите пересечение множеств A и B , если:
1) A — множество цифр числа 42 188, B — множество цифр числа 72 294;
2) A — множество делителей числа 18, B — множество делителей числа 42;
3) A — множество однозначных чисел, B — множество чисел, кратных числу 5;
4) A — множество простых чисел, B — множество составных чисел;
5) A — множество ромбов, B — множество параллелограммов.
8. Найдите:
1) $[-3; 10] \cap (0; 15)$; 4) $N \cap [-3; 3]$; 7) $[0; 8] \cap (8; +\infty)$;
2) $(-\infty; 6) \cap (-2; 5)$; 5) $Z \cap (-2; 1]$; 8) $R \cap (-6; 2]$;
3) $[3; 8] \cap (9; +\infty)$; 6) $[-1; 5] \cap [5; 11]$; 9) $[5; 12] \cap \emptyset$.

9. Найдите объединение множеств A и B , если:

- 1) A — множество цифр числа 53 299, B — множество цифр числа 63 986;
- 2) A — множество делителей числа 24, B — множество делителей числа 32;
- 3) A — множество ромбов, B — множество параллелограммов.

10. Найдите:

- 1) $(-1; 8) \cup (4; 9]$;
- 4) $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$;
- 7) $(-\infty; 20] \cup \mathbb{R}$;
- 2) $[7; 13] \cup (7; +\infty)$;
- 5) $(-2; -1) \cup [-2; +\infty)$;
- 8) $[10; 15] \cup \emptyset$.
- 3) $(-\infty; 0) \cup (-0,1; +\infty)$;
- 6) $(-8; -5) \cup [-8; 8]$;

Функция и ее основные свойства

11. Функция задана формулой $f(x) = \frac{x-4}{x+3}$. Найдите:

- 1) $f(-5)$;
- 2) $f(0)$;
- 3) $f(7)$;
- 4) $f(u)$.

12. Дана функция $f(x) = \begin{cases} -2, & \text{если } x < -1, \\ x^2 + 2x - 1, & \text{если } -1 \leq x < 2, \\ 4x - 1, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$

Найдите: 1) $f(-1,34)$; 2) $f(-1)$; 3) $f(0)$; 4) $f(1,5)$; 5) $f(5)$.

13. Найдите область определения функции:

- 1) $f(x) = 4 - 9x$;
- 10) $f(x) = \frac{x^3}{|x| - 7}$;
- 2) $f(x) = \frac{7}{x+2}$;
- 11) $f(x) = \frac{x-5,2}{|x|+2}$;
- 3) $f(x) = \frac{x+3}{6}$;
- 12) $f(x) = \frac{13}{x - \sqrt{x^2}}$;
- 4) $f(x) = \frac{3x+7}{2x-5}$;
- 13) $f(x) = \sqrt{x-2} + \sqrt{8-x}$;
- 5) $f(x) = \sqrt{7-x}$;
- 14) $f(x) = \sqrt{3-x} + \sqrt{x-3}$;
- 6) $f(x) = \frac{8}{\sqrt{x+1}}$;
- 15) $f(x) = \sqrt{x} + \frac{2x-3}{6x-3}$;
- 7) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-6}$;
- 16) $f(x) = \sqrt{x-6} - \frac{4}{\sqrt{5-x}}$;
- 8) $f(x) = \frac{x-1}{6x^2+11x-2}$;
- 17) $f(x) = \sqrt{x+1} - \frac{7x+8}{x^2+4x}$;
- 9) $f(x) = \frac{x^2+10}{2x^2-3x+5}$;

$$18) f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+4}} - \frac{3x-1}{x^2-x-6}; \quad 21) f(x) = \frac{5x+1}{\sqrt{9-|x|}};$$

$$19) f(x) = \sqrt{x^2-4x}; \quad 22) f(x) = \frac{x+3}{|x|-4} - \frac{x}{x^2+x}.$$

$$20) f(x) = \sqrt{4+4x-3x^2};$$

14. Найдите область значений функции:

$$1) f(x) = \sqrt{x} + 9;$$

$$6) f(x) = \sqrt{x^4+16} + 4;$$

$$2) f(x) = x^2 + 3;$$

$$7) h(x) = \sqrt{-|x-2|};$$

$$3) g(x) = 7 - x^2;$$

$$8) \varphi(x) = \sqrt{x+4} + \sqrt{-x-4};$$

$$4) \varphi(x) = 3 + 4x + x^2;$$

$$9) \varphi(x) = \sqrt{25-|x|};$$

$$5) h(x) = |x| - 6;$$

$$10) h(x) = -\frac{5}{x^2+5}.$$

15. Найдите нули функции:

$$1) f(x) = 4x^2 - 5x + 1;$$

$$4) f(x) = \sqrt{16-x^2};$$

$$2) f(x) = \sqrt{x+4};$$

$$5) f(x) = \sqrt{x^2+3};$$

$$3) f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x-1};$$

$$6) f(x) = (x+1)\sqrt{x}.$$

16. На рисунке 13 изображен график функции $y = f(x)$, определенной на промежутке $[-5; 4]$. Пользуясь графиком, найдите:

$$1) f(-4); f(-3,5); f(-1); f(2); f(3); f(4);$$

$$2) \text{ значения } x, \text{ при которых } f(x) = -2; f(x) = -1; f(x) = 1;$$

3) нули функции;

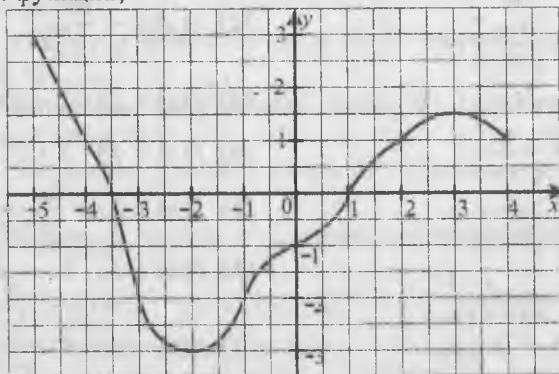
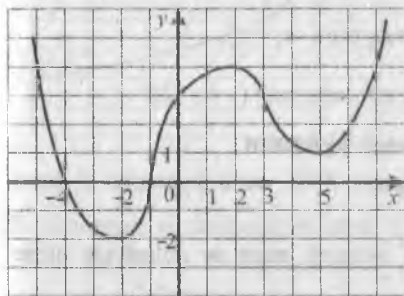


Рис. 13

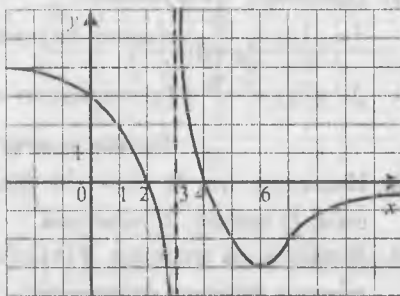
- 4) наибольшее и наименьшее значения функции;
- 5) область значений функции;
- 6) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;
- 7) количество корней уравнения $f'(x) = a$ в зависимости от значения a .

17. На рисунке 14 изображен график функции $y = f(x)$. Пользуясь графиком, найдите:

- 1) нули функции;
- 3) множество решений неравенства $f(x) \geq 0$;
- 3) промежутки возрастания и промежутки убывания функции.



а)



б)

Рис. 14

18. Постройте график функции, укажите промежутки возрастания и промежутки убывания функции:

- | | | |
|------------------------|----------------------------|----------------------------|
| 1) $f(x) = 1 - 2x$; | 4) $f(x) = 3$; | 7) $f(x) = 2x^2 - 4x$; |
| 2) $f(x) = 0.3x + 2$; | 5) $f(x) = \frac{12}{x}$; | 8) $f(x) = 3 - x^2$; |
| 3) $f(x) = 4x$; | 6) $f(x) = -\frac{5}{x}$; | 9) $f(x) = 4x - 3 - x^2$; |

19. Постройте график функции, укажите промежутки возрастания и промежутки убывания функции:

$$1) f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x}, & \text{если } x < -2, \\ \frac{x}{2} - 1, & \text{если } -2 \leq x < 4, \\ \frac{4}{x}, & \text{если } x \geq 4; \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} 3 - x, & \text{если } x \leq -1, \\ x^2 - 2x + 1, & \text{если } -1 < x < 3, \\ 4, & \text{если } x \geq 3; \end{cases}$$

$$3) f(x) = \begin{cases} 3x-4, & \text{если } x \leq 0, \\ \sqrt{x}, & \text{если } 0 < x < 4, \\ 4-0,5x, & \text{если } x \geq 4. \end{cases}$$

20. Найдите область определения и постройте график функции:

$$1) f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1};$$

$$3) f(x) = \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2};$$

$$2) f(x) = \frac{2x + 6}{x^2 + 3x};$$

$$4) f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 2x}{x + 1}.$$

21. Докажите, что функция:

$$1) f(x) = \frac{8}{x+3} \text{ убывает на промежутке } (-3; +\infty);$$

$$2) f(x) = -x^2 - 4x \text{ возрастает на промежутке } (-\infty; -2].$$

Четные и нечетные функции

22. Известно, что $f(-6) = -10$. Найдите $f(6)$, если функция f является: 1) четной; 2) нечетной.

23. Является ли функция $f(x) = |x|$ четной, если ее областью определения является множество:

$$1) [-8; 8]; \quad 2) (-7; -2] \cup [2; 7); \quad 3) [-5; 5]; \quad 4) (8; +\infty)?$$

24. Является ли четной или нечетной функция:

$$1) f(x) = -5x^8;$$

$$8) f(x) = (x+4)^2 - (x-4)^2;$$

$$2) f(x) = 4x^5 + 2x^2;$$

$$9) f(x) = \frac{x^2 + 8x}{2x + 16};$$

$$3) f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 16};$$

$$10) f(x) = \frac{|x|}{x};$$

$$4) f(x) = \sqrt{3 - |x|};$$

$$11) f(x) = \frac{x^2}{(x+1)^2};$$

$$5) f(x) = x^7 - 3x^5 + x;$$

$$12) f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{x^3 - 4x}?$$

$$6) f(x) = \frac{5}{x^4 + 4x^2};$$

$$7) f(x) = (x-8)(x+6) + 2x;$$

25. На рисунке 15 изображена часть графика функции $y = g(x)$, определенной на промежутке $[-5; 5]$. Постройте график этой функции, если она является: 1) четной; 2) нечетной.

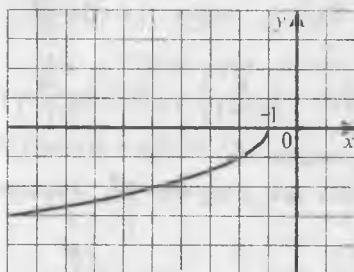


Рис. 15

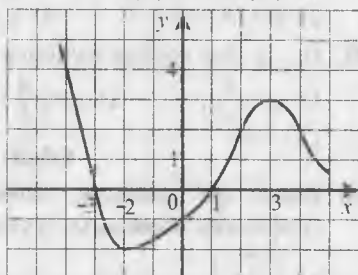
Построение графиков функций с помощью геометрических преобразований

26. На рисунке 16 изображен график функции $y = f(x)$. Постройте график функции:

- 1) $y = f(x) + 3$; 3) $y = f(x+1)$; 5) $y = -f(x)$;
 2) $y = f(x) - 1$; 4) $y = f(x-2)$; 6) $y = -1 - f(x)$.



а)



б)

Рис. 16

27. Постройте график функции:

- 1) $y = \frac{12}{x}$; 3) $y = \frac{12}{x} + 3$; 5) $y = \frac{12}{x+3}$; 7) $y = \frac{3x+12}{x}$;
 2) $y = \frac{12}{x} - 2$; 4) $y = \frac{12}{x-3}$; 6) $y = \frac{12}{x+1} + 1$; 8) $y = \frac{2x+8}{x-2}$.

28. Постройте график функции:

- 1) $y = \sqrt{x}$; 4) $y = \sqrt{x+2} + 3$; 7) $y = 1 - \sqrt{x+1}$;
 2) $y = \sqrt{x} + 1$; 5) $y = -\sqrt{x}$; 8) $y = 3 - \sqrt{x-2}$;
 3) $y = \sqrt{x-2}$; 6) $y = -1 - \sqrt{x}$;

29. Постройте график функции:

- 1) $y = \sqrt{5x}$; 5) $y = \sqrt{2x+6}$;
 2) $y = \sqrt{\frac{x}{6}}$; 6) $y = \sqrt{3x+12} + 2$;
 3) $y = 5\sqrt{x}$; 7) $y = -3\sqrt{x-1} + 4$;
 4) $y = \frac{1}{6}\sqrt{x}$; 8) $y = \frac{1}{5}\sqrt{3x-6} - 1$.

Построение графиков функций $y = f(|x|)$ и $y = |f(x)|$

30. Постройте график функции:

- 1) $y = 3 - 2x - x^2$; 3) $y = |3 - 2x - x^2|$;
 2) $y = 3 - 2|x| - x^2$; 4) $y = |3 - 2|x| - x^2|$.

31. Постройте график функции:

1) $y = 2 - \sqrt{x}$;

3) $y = 2 - \sqrt{|x|}$;

2) $y = |2 - \sqrt{x}|$;

4) $y = |2 - \sqrt{|x|}|$.

32. Постройте график функции:

1) $y = |x|$;

3) $y = |x - 2|$;

5) $y = 2|x|$;

2) $y = |x| - 2$;

4) $y = ||x| - 2|$;

6) $y = |x + 3| - 4$.

33. Постройте график функции:

1) $y = \frac{4}{|x|}$;

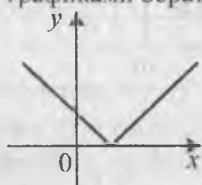
2) $y = \left| \frac{4}{x} - 1 \right|$;

3) $y = \left| \frac{4}{x-1} \right|$;

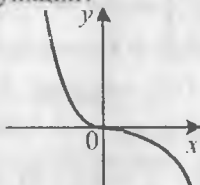
4) $y = \frac{4}{|x| - 1}$.

Обратная функция

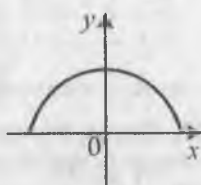
34. Какие из графиков, изображенных на рисунке 17, являются графиками обратимых функций?



a)



б)



в)

Рис. 17

35. Является ли обратимой функция:

1) $y = 2x - 3$;

3) $y = |x|, x \in [0; +\infty)$;

2) $y = |x|, x \in [-9; -2)$;

4) $y = |x|, x \in [-9; +\infty)$?

36. Найдите функцию, обратную данной:

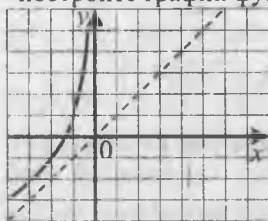
1) $y = 3x + 2$;

3) $y = \sqrt{x+4} + 2$;

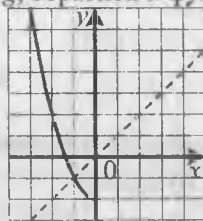
2) $y = \frac{x}{x+3}$;

4) $y = x^2, x \in [0; 1] \cup [1; +\infty)$.

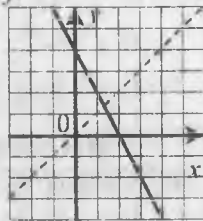
37. С помощью графика функции f , изображенного на рисунке 18, постройте график функции g , обратной к функции f .



a)



б)



в)

Рис. 18

Метод интервалов

38. Решите неравенство:

1) $(x - 4,6)(x + 5) \leq 0$;

2) $(x + 12)(x - 4)(x - 20) > 0$;

3) $(3x + 5)(2x - 7)(x - 6) \leq 0$;

4) $(7 + x)(x - 2)(5 - x) > 0$;

5) $(x + 7,2)(3 - x)(6 - x) \leq 0$;

6) $(6x + 18)(4 - 16x)(7x - 21)(5 - 2x) \geq 0$.

39. Решите неравенство:

1) $\frac{x-3}{x+5} > 0$;

4) $\frac{x-2,3}{x+7,4} \leq 0$;

7) $\frac{(x-4)(x+6)}{x+4} \geq 0$;

2) $\frac{x+7}{x-10} < 0$;

5) $\frac{9-x}{x-20} \geq 0$;

8) $\frac{x-4,6}{(x+8)(x-15)} \leq 0$;

3) $\frac{x}{x+1,4} \geq 0$;

6) $\frac{4x+2,8}{1,8-0,3x} \leq 0$;

9) $\frac{x+6,1}{(14-x)(x-16)} \geq 0$.

40. Найдите множество решений неравенства:

1) $(x^2 - 10x)(x^2 - 49) \geq 0$;

3) $\frac{x^2 - 7x - 8}{x^2 - 8x + 7} > 0$;

2) $(x^2 - 10x + 9)(x^2 + 4x) < 0$;

4) $\frac{x^2 - x - 20}{x^2 - 36} \leq 0$.

41. Решите неравенство:

1) $(x^2 + 9)(x^2 - 3x - 4) \leq 0$;

6) $(x - 2)^2(x^2 - 4x + 3) > 0$;

2) $(x + 9)^2(x^2 - 3x - 4) < 0$;

7) $(x - 2)^2(x^2 - 4x + 3) \geq 0$;

3) $(x + 9)^2(x^2 - 3x - 4) \leq 0$;

8) $(x - 2)^2(x^2 - 4x + 3) < 0$;

4) $(x + 9)^2(x^2 - 3x - 4) > 0$;

9) $(x - 2)^2(x^2 - 4x + 3) \leq 0$;

5) $(x + 9)^2(x^2 - 3x - 4) \geq 0$;

10) $(x + 2)^2(x - 3)^4(x - 4)^3 > 0$;

11) $(x + 2)^2(x - 3)^4(x - 4)^3 \geq 0$;

12) $(x + 2)^2(x - 3)^3(x - 4)^4(x - 6)^5 \leq 0$;

13) $(x^2 + 2x - 3)(x^2 + 3x + 6) \leq 0$;

14) $(x^2 + 2x - 10)(4x - x^2 - 5) \geq 0$.

42. Решите неравенство:

$$1) \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 10x + 25} > 0;$$

$$6) \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 4x - 5} \geq 0;$$

$$2) \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 10x + 25} \geq 0;$$

$$7) \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 4x - 5} < 0;$$

$$3) \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 10x + 25} < 0;$$

$$8) \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 4x - 5} \leq 0;$$

$$4) \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 10x + 25} \leq 0;$$

$$9) \frac{x^2 - 6x + 8}{|x - 8|} \geq 0;$$

$$5) \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 + 4x - 5} > 0;$$

$$10) \frac{|x + 1|}{x^2 + 4x - 12} \geq 0.$$

43. Найдите множество решений неравенства:

$$1) \frac{x^2 + 5x}{x^2 - 25} \geq 0;$$

$$2) \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 8x + 15} \leq 0.$$

44. Решите неравенство:

$$1) \frac{x - 4}{x - 5} \leq \frac{3x + 8}{x - 5};$$

$$3) \frac{x^2 + 8x}{x + 6} \leq \frac{20}{x + 6};$$

$$2) \frac{7x}{3x - 4} \geq 1;$$

$$4) \frac{x^2 + 6x}{x - 3} \geq -16.$$

45. Для каждого значения a решите неравенство:

$$1) (x + 6)(x - a) > 0;$$

$$6) \frac{x + 5}{x - a} \geq 0;$$

$$2) (x + 6)(x - a)^2 < 0;$$

$$7) \frac{(x + 2)(x - a)}{x + 2} \leq 0;$$

$$3) (x + 6)(x - a)^2 \leq 0;$$

$$8) \frac{(x + 2)(x - a)}{x - a} \geq 0.$$

$$4) (x - a)(x - 1)^2 < 0;$$

$$5) (x - a)(x - 1)^2 \leq 0;$$

Степенная функция с натуральным показателем

46. Через какие из данных точек проходит график функции $y = x^3$:

$$A(-4; -64); \quad B(3; -27); \quad C(0,2; 0,008); \quad D(-5; 125)?$$

47. Функция задана формулой $\varphi(x) = x^{16}$. Сравните:

$$1) \varphi(3,5) \text{ и } \varphi(2,9);$$

$$3) \varphi(1,4) \text{ и } \varphi(-1,4);$$

$$2) \varphi(-8,1) \text{ и } \varphi(-6,5);$$

$$4) \varphi(-0,18) \text{ и } \varphi(0,14).$$

48. Функция задана формулой $\varphi(x) = x^{17}$. Сравните:

- 1) $\varphi(9,4)$ и $\varphi(7,8)$; 3) $\varphi(-3,6)$ и $\varphi(3,6)$;
2) $\varphi(-4,7)$ и $\varphi(-4,2)$; 4) $\varphi(-6,4)$ и $\varphi(0,3)$.

49. Решите уравнение:

- 1) $x^5 = -32$; 2) $x^3 = 343$; 3) $x^4 = 10\,000$; 4) $x^4 = -81$.

50. Сколько корней в зависимости от значения a имеет уравнение:

- 1) $x^{12} = 5 - a$; 2) $x^{18} = 12 + 4a - a^2$?

51. Постройте график функции:

- 1) $y = x^3 - 2$; 2) $y = (x - 2)^3$; 3) $y = x^4 + 2$; 4) $y = -\frac{1}{4}x^4$.

52. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^8$ на промежутке:

- 1) $[-2; 0]$; 2) $[1; 2]$; 3) $[-2; 2]$; 4) $(-\infty; -1]$.

53. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^5$ на промежутке: 1) $[-3; 2]$; 2) $(-\infty; -2]$.

54. Четным или нечетным натуральным числом является показатель степени n функции $y = x^n$, если:

- 1) $f(-6) > f(-5)$; 3) $f(5) < f(6)$; 5) $f(-6) > f(5)$;
2) $f(6) > f(-5)$; 4) $f(6) = f(-6)$; 6) $f(-6) < f(-5)$?

Степенная функция с целым показателем

55. Проходит ли график функции $y = x^{-5}$ через точку:

- 1) $A(-1; 5)$; 2) $B\left(2; \frac{1}{32}\right)$; 3) $C(-3; -243)$; 4) $D\left(\frac{1}{3}; 243\right)$?

56. При каком значении a график функции $y = ax^{-2}$ проходит через точку: 1) $A\left(\frac{1}{2}; 8\right)$; 2) $B\left(-4; \frac{1}{64}\right)$?

57. Дана функция $f(x) = x^{-15}$. Сравните:

- 1) $f(5)$ и $f(-12)$; 2) $f(1,9)$ и $f(2,4)$; 3) $f(-50)$ и $f(-30)$.

58. Дана функция $f(x) = x^{-26}$. Сравните:

- 1) $f(-3,9)$ и $f(-2,5)$; 3) $f(19)$ и $f(16)$;
2) $f(0,4)$ и $f(-0,4)$; 4) $f(-26)$ и $f(3)$.

59. Постройте график функции:

- 1) $y = x^{-4} - 3$; 2) $y = (x - 3)^{-4}$; 3) $y = \frac{1}{3}x^{-2}$.

67. Решите уравнение:

1) $x^6 - 6x^3 - 16 = 0$;

3) $x^{16} + x^8 - 30 = 0$.

2) $x^8 - 84x^4 + 243 = 0$;

68. Оцените значение x , если:

1) $6 \leq \sqrt[3]{x} \leq 10$;

2) $0,3 < \sqrt[4]{x} < 0,4$.

69. Для каждого значения a решите уравнение:

1) $a\sqrt[n]{x-1} = 0$;

4) $\sqrt[n]{x-2} = a$;

7) $x^7 = a - 10$;

2) $\sqrt[n]{(a-1)x} = 0$;

5) $x^6 = 8 - a$;

8) $x^4 = a^2 + 3a$.

3) $a\sqrt[n]{x-1} = a$;

6) $(a-3)x^{10} = 8$;

Свойства корня n -й степени

70. Вычислите значение корня:

1) $\sqrt[3]{8 \cdot 125}$;

3) $\sqrt[5]{32 \cdot 0,00001}$;

5) $\sqrt[8]{0,5^8 \cdot 3^{16}}$;

2) $\sqrt[4]{0,0016 \cdot 81}$;

4) $\sqrt[3]{7^6 \cdot 2^9}$;

6) $\sqrt[6]{\frac{6^{12} \cdot 5^6}{2^{18} \cdot 3^{18}}}$.

71. Найдите значение выражения:

1) $\sqrt[6]{16} \cdot \sqrt[6]{4}$;

2) $\sqrt[5]{1000} \cdot \sqrt[5]{100}$;

3) $\sqrt[3]{0,054} \cdot \sqrt[3]{4}$;

4) $\sqrt[7]{7^4 \cdot 2^9} \cdot \sqrt[7]{7^3 \cdot 2^5}$;

5) $\frac{\sqrt[4]{48}}{\sqrt[4]{243}}$;

6) $\frac{\sqrt[3]{6^{10} \cdot 3^5}}{\sqrt[3]{3^{14} \cdot 6^7}}$;

7) $\sqrt[3]{\sqrt{37}+8} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{37}-8}$;

8) $\sqrt[4]{17-\sqrt{33}} \cdot \sqrt[4]{17+\sqrt{33}}$;

9) $\sqrt[5]{12\sqrt{3}-3\sqrt{21}} \cdot \sqrt[5]{12\sqrt{3}+3\sqrt{21}}$.

72. Упростите выражение:

1) $\sqrt[6]{x^6}$, если $x \geq 0$;

5) $\sqrt[4]{81x^{16}y^{20}z^4}$, если $y \leq 0$, $z \geq 0$;

2) $\sqrt[8]{y^8}$, если $y \leq 0$;

6) $4,5a^2 \sqrt[6]{64a^{18}}$, если $a \leq 0$;

3) $\sqrt[7]{a^7}$;

7) $\frac{m^7 n^6 k^5}{\sqrt[8]{m^8 n^{16} k^{40}}}$, если $m > 0$, $k < 0$;

4) $\sqrt[3]{125a^9c^{12}}$;

8) $-0,6x^4 \cdot \sqrt[4]{256x^8y^{28}}$, если $y \leq 0$.

73. Упростите выражение:

1) $\sqrt[4]{(5-x)^4}$;

2) $\sqrt[6]{(m-3)^6}$, если $m \leq 3$;

3) $\sqrt[8]{(y+1)^8}$, если $y \geq -1$;

4) $(x-12) \sqrt[10]{\frac{1024}{(12-x)^{10}}}$, если $x < 12$.

74. Упростите выражение:

1) $\sqrt[4]{4b}$; 2) $\sqrt[5]{3c}$; 3) $\sqrt[6]{y}$; 4) $\sqrt[3]{m^7}$; 5) $\sqrt[20]{a^{15}b^{10}}$.

75. Упростите выражение:

1) $\sqrt[4]{(3-\sqrt{10})^4}$;

3) $\sqrt[6]{(\sqrt{10}-\sqrt{7})^6}$;

2) $\sqrt[5]{(1-7\sqrt{2})^5}$;

4) $\sqrt[8]{(3-5\sqrt{3})^8} - \sqrt[3]{(3-4\sqrt{3})^3}$.

76. Постройте график функции:

1) $y = \sqrt[4]{x^4} + x$, если $x \geq 0$;

4) $y = \sqrt[4]{x^4} + 2x$;

2) $y = (\sqrt[6]{x+2})^6$;

5) $y = \sqrt[8]{(x-3)^5} \cdot \sqrt[8]{(x-3)^3}$;

3) $y = \sqrt[6]{(x+2)^6}$;

6) $y = \frac{(x-4)^2}{\sqrt[4]{(x-4)^4}}$.

Тождественные преобразования выражений, содержащих корни n -й степени

77. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt[3]{24}$;

2) $\sqrt[4]{1875}$;

3) $\sqrt[5]{160}$;

4) $\sqrt[4]{243}$.

78. Вынесите множитель из-под знака корня:

1) $\sqrt{48x^{16}}$;

5) $\sqrt[4]{810a^{26}b^{17}}$;

9) $\sqrt[4]{a^{13}b^{13}}$, если $a \leq 0$, $b \leq 0$;

2) $\sqrt[4]{x^{17}}$;

6) $\sqrt[3]{128m^{13}n^8}$;

10) $\sqrt[8]{m^{10}n^9}$, если $m \leq 0$;

3) $\sqrt[5]{-b^{12}}$;

7) $\sqrt[4]{-625a^{15}}$;

11) $\sqrt[4]{x^{23}y^{18}z^{36}}$, если $z < 0$;

4) $\sqrt[4]{x^{18}y^7}$;

8) $\sqrt[6]{x^{14}y^{17}}$;

12) $\sqrt[6]{-m^{49}n^{20}}$, если $n \geq 0$.

79. Внесите множитель под знак корня:

1) $3\sqrt{5}$;

2) $3\sqrt[3]{4}$;

3) $0,1\sqrt[4]{23}$;

4) $\frac{2}{5}\sqrt[3]{500}$.

80. Внесите множитель под знак корня:

- 1) $m\sqrt{6}$; 4) $3y\sqrt[5]{2y^2}$; 7) $c\sqrt[8]{c^6}$, если $c \leq 0$;
 2) $m\sqrt{-m^5}$; 5) $a\sqrt[9]{6a}$; 8) $xy\sqrt[6]{xy^4}$, если $y > 0$;
 3) $m^4\sqrt{m^5}$; 6) $2b^4\sqrt[3]{\frac{3}{4b^2}}$; 9) $x^3y^7\sqrt[10]{x^8y^{12}}$, если $x < 0$, $y > 0$.

81. Упростите выражение (переменные принимают неотрицательные значения):

- 1) $\sqrt[7]{a^3\sqrt{a}}$; 2) $\sqrt[8]{c^5\sqrt{c^3}}$; 3) $\sqrt[9]{p^5\sqrt[4]{p^7}}$.

82. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

- 1) $\frac{15}{\sqrt{3}}$; 2) $\frac{20}{\sqrt[3]{5}}$; 3) $\frac{24}{\sqrt[4]{216}}$; 4) $\frac{32}{\sqrt[3]{16}}$; 5) $\frac{6}{\sqrt[5]{27}}$; 6) $\frac{c^6}{\sqrt[9]{c^7}}$.

83. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

- 1) $\frac{16}{\sqrt{7}-\sqrt{15}}$; 2) $\frac{24}{4+\sqrt{10}}$; 3) $\frac{4}{\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{5}}$; 4) $\frac{7}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{25}}$.

84. Сократите дроби:

- 1) $\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$; 3) $\frac{\sqrt{x}-9}{\sqrt[4]{x}+3}$; 5) $\frac{\sqrt[8]{8a^5}-\sqrt[8]{32a^3}}{\sqrt[8]{2a^5}-\sqrt[8]{32a}}$;
 2) $\frac{\sqrt[6]{m}+\sqrt[6]{n}}{\sqrt[3]{m}-\sqrt[3]{n}}$; 4) $\frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3}-\sqrt{x}}$; 6) $\frac{x+y}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{xy}+\sqrt[3]{y^2}}$.

85. Найдите значение выражения:

- 1) $\sqrt[3]{3+\sqrt{10}} \cdot \sqrt[6]{19-6\sqrt{10}}$; 2) $\sqrt[4]{8-2\sqrt{15}} \cdot \sqrt{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$.

86. Упростите выражение:

- 1) $(\sqrt[5]{a}-1)(\sqrt[5]{a}+1)-(\sqrt[5]{a}-2)^2$; 2) $\frac{\sqrt[6]{x}}{\sqrt[6]{x}-3}-\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}-9}$;
 3) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[4]{ab}-\sqrt{b}}+\frac{\sqrt[4]{b}}{\sqrt[4]{b}-\sqrt[4]{a}}$; 4) $\left(\frac{\sqrt[4]{a}+4}{\sqrt[4]{a}-4}-\frac{\sqrt[4]{a}-4}{\sqrt[4]{a}+4}\right) \cdot \frac{16-\sqrt{a}}{32\sqrt[4]{a^3}}$;
 5) $\frac{2\sqrt[8]{m}}{\sqrt[8]{m}-2}+\frac{\sqrt[8]{m}+7}{8-4\sqrt[8]{m}}-\frac{32}{7\sqrt[8]{m}+4\sqrt[4]{m}}$;
 6) $\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[6]{x}+\sqrt[6]{y}}-\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}+2\sqrt[6]{xy}+\sqrt[3]{y}}\right) : \left(\frac{\sqrt[6]{x}}{\sqrt[6]{x}-\sqrt[6]{y}}-\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{y}}\right)$.

87. Докажите, что значение выражения $\sqrt[3]{14\sqrt{2} + 20} - \sqrt[3]{14\sqrt{2} - 20}$ является числом рациональным.

Функция $y = \sqrt[3]{x}$

88. Найдите область определения функции:

1) $y = \sqrt[5]{x-6}$; 2) $y = \sqrt[12]{7-x}$; 3) $y = \sqrt[9]{\frac{x-9}{x-10}}$; 4) $y = \sqrt[6]{x^2 + 8x - 9}$.

89. Найдите область значений функции:

1) $y = \sqrt[4]{x} + 15$; 2) $y = -\sqrt[4]{x} - 1$; 3) $y = \sqrt[3]{x} - 7$.

90. Оцените значение выражения $\sqrt[4]{x}$, если:

1) $0,0016 \leq x \leq 81$; 2) $625 < x < 1296$.

91. Сравните:

1) $\sqrt[4]{5,8}$ и $\sqrt[4]{4,9}$; 4) $\sqrt{6}$ и $\sqrt[6]{210}$; 7) $\sqrt[6]{3}$ и $\sqrt[2]{5}$;
 2) $\sqrt[5]{-42}$ и $\sqrt[5]{-45}$; 5) $4\sqrt[3]{2}$ и $3\sqrt[3]{5}$; 8) $\sqrt[3]{20\sqrt{2}}$ и $\sqrt{8}$.
 3) $\sqrt[5]{34}$ и 2; 6) $\sqrt{7}$ и $\sqrt[3]{18}$;

92. Между какими двумя последовательными целыми числами находится на координатной прямой число: 1) $\sqrt[3]{42}$; 2) $\sqrt[4]{300}$; 3) $-\sqrt[3]{250}$?

93. Укажите все целые числа, расположенные на координатной прямой между числами:

1) 3 и $\sqrt[3]{250}$; 2) $\sqrt[5]{-30}$ и $\sqrt[6]{750}$.

94. Постройте график функции:

1) $y = \sqrt[3]{x} + 1$; 2) $y = \sqrt[3]{3+x}$; 3) $y = \sqrt[3]{3-x}$; 4) $y = -\sqrt[3]{|x|}$.

Определение и свойства степени с рациональным показателем

95. Представьте степень с дробным показателем в виде корня:

1) $5^{\frac{1}{4}}$; 3) $3^{-\frac{1}{3}}$; 5) $(xy)^{\frac{3}{7}}$; 7) $(b+c)^{3,5}$;
 2) $8^{\frac{7}{10}}$; 4) $6^{-\frac{4}{11}}$; 6) $xy^{\frac{3}{7}}$; 8) $b^{-\frac{2}{5}} + c^{1,8}$.

96. Замените арифметический корень степенью с дробным показателем:

1) $\sqrt[4]{m}$; 3) $\sqrt[5]{b^3}$; 5) $\sqrt[9]{4^{-4}}$; 7) $\sqrt[16]{(m-n)^{13}}$;
 2) $\sqrt[6]{a^5}$; 4) $\sqrt[8]{4a}$; 6) $\sqrt[5]{25}$; 8) $\sqrt[16]{m^{13} - n^{13}}$.

97. Вычислите значение выражения:

1) $27^{\frac{1}{3}}$; 2) $64^{-\frac{5}{6}}$; 3) $0,0001^{-0,25}$; 4) $256^{0,375}$; 5) $\left(2\frac{23}{49}\right)^{-1,5}$.

98. Найдите область определения функции:

1) $y = x^{\frac{6}{7}}$; 2) $y = x^{-2,3}$; 3) $y = (3-x)^{2,8}$; 4) $y = (2x^2 - 5x + 2)^{-\frac{1}{6}}$.

99. Представьте в виде степени или произведения степеней:

1) $y^{3,4} \cdot y^{-1,8}$; 6) $\left(x^{\frac{10}{21}} y^{\frac{16}{35}}\right)^{\frac{49}{20}}$;
 2) $y^{\frac{17}{24}} \cdot y^{-\frac{3}{8}}$; 7) $\left(y^{\frac{7}{12}}\right)^{\frac{3}{14}} \cdot \left(y^{\frac{17}{42}}\right)^{-\frac{21}{34}}$;
 3) $y^{\frac{15}{28}} : y^{\frac{6}{7}}$; 8) $(y^6)^{-0,9} \cdot (y^{2,3})^4 : (y^{-2,5})^4$;
 4) $(y^{-4})^{0,9}$; 9) $\left(x^{\frac{5}{36}} y^{-\frac{40}{81}}\right)^{\frac{9}{20}} \cdot \left(x^{-\frac{15}{64}} y^{\frac{5}{32}}\right)^{\frac{8}{45}}$;
 5) $y^{\frac{5}{9}} \cdot y^{\frac{5}{12}} \cdot y^{-\frac{5}{6}}$;

100. Найдите значение выражения:

1) $5^{3,2} \cdot 5^{-2,8} \cdot 5^{2,6}$; 5) $\left(\frac{3^{-\frac{5}{7}} \cdot 5^{-\frac{5}{7}}}{15^{-1} \cdot 2^{\frac{2}{7}}}\right)^{-7}$;
 2) $(3^{-0,9})^8 : 3^{-10,2}$; 6) $\left(\frac{128^{\frac{3}{14}} \cdot 9^{-\frac{5}{6}}}{3^{-\frac{1}{6}} \cdot 8^{\frac{1}{4}}}\right)^{-1} \cdot \left(\frac{64^{\frac{1}{4}} \cdot 81^{\frac{9}{8}}}{27^2 \cdot 2^{-\frac{3}{4}}}\right)^{\frac{1}{3}}$;
 3) $\left(7^{\frac{16}{17}}\right)^{-\frac{51}{32}} \cdot 49^{1,25}$;
 4) $625^{-2,25} \cdot 25^{-\frac{2}{3}} \cdot 125^{\frac{25}{9}}$;

Преобразование выражений, содержащих степени с дробным показателем

101. Упростите выражение:

1) $b^{\frac{1}{6}}(b^{\frac{1}{6}} - 4) - (b^{\frac{1}{6}} - 2)^2$;
 2) $\left(b^{\frac{1}{8}} - c^{\frac{1}{4}}\right)\left(b^{\frac{1}{8}} + c^{\frac{1}{4}}\right) - \left(5b^{\frac{1}{8}} + 2c^{\frac{1}{4}}\right)\left(3b^{\frac{1}{8}} - 4c^{\frac{1}{4}}\right)$;
 3) $\left(a^{\frac{1}{24}} + b^{\frac{1}{24}}\right)\left(a^{\frac{1}{24}} - b^{\frac{1}{24}}\right)\left(a^{\frac{1}{12}} + b^{\frac{1}{12}}\right)\left(a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{6}}b^{\frac{1}{6}} + b^{\frac{1}{3}}\right)$;
 4) $\left(x^{\frac{1}{9}} + 1\right)\left(x^{\frac{2}{9}} - x^{\frac{1}{9}} + 1\right) - x^{\frac{1}{6}}\left(x^{\frac{1}{6}} + x^{\frac{1}{12}}\right)$.

102. Сократите дробь:

1) $\frac{m+4m^{\frac{5}{8}}}{m^{\frac{3}{8}}+4}$

4) $\frac{x+y}{x^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{1}{3}}}$

7) $\frac{a^{\frac{2}{3}}-16b^{\frac{2}{3}}}{a-64b}$

2) $\frac{7b^{\frac{4}{9}}}{b^{\frac{7}{12}}-b^{\frac{4}{9}}}$

5) $\frac{a-6a^{0,5}b^{0,5}+9b}{a^3b^{2,5}-3a^{2,5}b^3}$

8) $\frac{p-7p^{\frac{7}{9}}}{p-49p^{\frac{5}{9}}}$

3) $\frac{a-4b}{a^{\frac{1}{2}}+2b^{\frac{1}{2}}}$

6) $\frac{4m-m^{\frac{3}{4}}}{4m^{\frac{5}{4}}-m}$

9) $\frac{15^{\frac{1}{4}}+45^{\frac{1}{4}}}{10^{\frac{1}{4}}+30^{\frac{1}{4}}}$

103. Упростите выражение:

1) $\frac{a+a^{\frac{3}{5}}b^{\frac{2}{5}}}{4a^{\frac{1}{5}}+a^{\frac{1}{10}}b^{\frac{1}{10}}} \cdot \frac{16a^{\frac{1}{5}}+8a^{\frac{1}{10}}b^{\frac{1}{10}}+b^{\frac{1}{5}}}{ab^{\frac{1}{5}}-a^{\frac{1}{5}}b}$

2) $\frac{m^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{1}{2}}+n^{\frac{1}{2}}} - \frac{2n}{n-m} - \frac{n^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{1}{2}}-n^{\frac{1}{2}}}$

3) $\frac{a^{\frac{1}{4}}-2,4}{a^{\frac{1}{2}}-2a^{\frac{1}{4}}} - \frac{a^{\frac{1}{4}}-3}{5a^{\frac{1}{4}}-10} + \frac{a^{\frac{1}{4}}+2}{5a^{\frac{1}{4}}}$

4) $\left(\frac{m^{\frac{1}{5}}}{m^{\frac{1}{5}}+n^{\frac{1}{5}}} - \frac{m^{\frac{1}{5}}}{m^{\frac{1}{5}}-n^{\frac{1}{5}}} \right) \cdot \frac{m^{\frac{6}{5}}n^{\frac{1}{5}}-m^{\frac{1}{5}}n^{\frac{6}{5}}}{m^{\frac{2}{5}}-n^{\frac{2}{5}}}$

5) $\left(\frac{8b^{\frac{1}{4}}}{b^{\frac{1}{4}}+7} - \frac{15b^{\frac{1}{4}}}{b^{\frac{1}{2}}+14b^{\frac{1}{4}}+49} \right) \cdot \frac{8b^{\frac{1}{4}}+41}{b^{\frac{1}{2}}-49} + \frac{7b^{\frac{1}{4}}-49}{b^{\frac{1}{4}}+7}$

Иррациональные уравнения

104. Решите уравнение:

1) $\sqrt[3]{x+4} = -2$

6) $\sqrt{x+4} = \sqrt{2x+9}$

2) $\sqrt{x+4} = -2$

7) $\sqrt{x+4} = \sqrt{x^2+5x-1}$

3) $\sqrt{x+4} = 2$

8) $\sqrt{x+4} = -x-4$

4) $\sqrt{x+4} = \sqrt{5-2x}$

9) $\sqrt{x+4} = \sqrt{-x-6}$

5) $\sqrt{x+4} = \sqrt{-x-4}$

10) $(x-3)\sqrt{x^2-5x+4} = 2x-6$

105. Решите уравнение:

1) $\sqrt{3-x} \cdot \sqrt{2-x} = \sqrt{2}$;

6) $\sqrt{x+1} + \sqrt{3x+1} = 8$;

2) $\sqrt{5x+1} = 1-x$;

7) $\sqrt{3x+1} + \sqrt{16-3x} = 5$;

3) $x + \sqrt{2x^2 - 14x + 13} = 5$;

8) $2\sqrt{x-1} - \sqrt{x+4} = 1$;

4) $\frac{x+1}{\sqrt{3x+1}} = \sqrt{2x+1}$;

9) $\sqrt{x-3} = \sqrt{2x+1} - \sqrt{x+4}$;

5) $\sqrt{4x+8} - \sqrt{3x-2} = 2$;

10) $2\sqrt{x+3} - \sqrt{2x+7} = \sqrt{x}$;

11) $\sqrt{11x+3} - \sqrt{2-x} = \sqrt{9x+7} - \sqrt{x-2}$.

106. Решите уравнение:

1) $\sqrt{x} - 6\sqrt[4]{x} + 8 = 0$;

6) $x^2 + 2\sqrt{41-x^2} = 26$;

2) $2\sqrt[3]{x} + 5\sqrt[6]{x} - 3 = 0$;

7) $x^2 - x + \sqrt{x^2 - x - 2} = 8$;

3) $x + 27\sqrt[4]{x} = 0$;

8) $\sqrt{\frac{x+4}{x-4}} - 2\sqrt{\frac{x-4}{x+4}} = \frac{7}{3}$;

4) $\sqrt{x-5} - 8 = 2\sqrt[4]{x-5}$;

9) $x\sqrt[4]{x} + 2\sqrt[8]{x^5} = 3$;

5) $4\sqrt[3]{x+2} + 5 = \sqrt[3]{x^2 + 4x + 4}$;

10) $3x^2 + 15x + 2\sqrt{x^2 + 5x + 1} = 2$.

107. Решите уравнение:

1) $\sqrt{x+6} - \sqrt[3]{4x+15} = 0$;

3) $\sqrt[3]{24+x} + \sqrt{12-x} = 6$;

2) $\sqrt[3]{13-x} + \sqrt[3]{22+x} = 5$;

4) $\sqrt[4]{97-x} + \sqrt[4]{x} = 5$.

108. Решите уравнение:

1) $\sqrt[3]{(8-x)^2} + \sqrt[3]{(27+x)^2} = \sqrt[3]{(8-x)(27+x)} + 7$;

2) $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 3$.

Системы иррациональных уравнений**109. Решите систему уравнений:**

1) $\begin{cases} \sqrt[3]{x} - \sqrt[4]{y} = 3, \\ \sqrt[4]{y} \cdot \sqrt[3]{x} = 10; \end{cases}$

4) $\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{5}{2}, \\ x+y = 25; \end{cases}$

2) $\begin{cases} y-x = -7, \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 7; \end{cases}$

5) $\begin{cases} \sqrt[3]{y} - \sqrt[3]{x} = 5, \\ x-y = -35; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \sqrt{2x-y+1} = 2, \\ \sqrt{x+y+1} = 3-y; \end{cases}$

6) $\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 4, \\ xy = 27; \end{cases}$

$$\begin{aligned}
 7) \begin{cases} \sqrt{x+2y} + \sqrt{x-y+2} = 3, \\ 2x+y=3; \end{cases} & 9) \begin{cases} 5y^2 - 30x + 13 = 3\sqrt{y^2 - 6x + 3}, \\ 2x - y = 4; \end{cases} \\
 8) \begin{cases} \sqrt{\frac{3y-2x}{y}} + 2\sqrt{\frac{y}{3y-2x}} = 2\sqrt{2}, \\ 3x^2 + x + 2 = y^2 - yx + 2y; \end{cases} & 10) \begin{cases} x + 25y + 10\sqrt{xy} = 100, \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 4. \end{cases}
 \end{aligned}$$

Иррациональные неравенства

110. Решите неравенство:

$$1) \sqrt{4-x} > 3; \quad 2) \sqrt{4-x} < 3; \quad 3) \sqrt{4-x} > -4; \quad 4) \sqrt{4-x} < -4.$$

111. Решите неравенство:

$$\begin{aligned}
 1) \sqrt{3-2x} > \sqrt{x+1}; & 4) \sqrt{x^2-3x-10} \leq 8-x; \\
 2) \sqrt{x^2-4} \leq \sqrt{2x^2-x-6}; & 5) \sqrt{2x+14} \geq x+3; \\
 3) \sqrt{2x-1} < x-2; & 6) \sqrt{2x^2+5x-6} > 2-x.
 \end{aligned}$$

112. Решите неравенство:

$$\begin{aligned}
 1) (6-7x)\sqrt{x} \geq 0; & 3) \sqrt{2x-1} + \sqrt{x+15} \leq 5; \\
 2) \sqrt[3]{x} + 2\sqrt[10]{x} - 8 \geq 0; & 4) 2\sqrt{x-2} - \sqrt{x+3} \leq 1.
 \end{aligned}$$

113. Для каждого значения a решите неравенство $a\sqrt{3-x} \geq 1$.

Радиианное измерение углов

114. Найдите радианную меру углов: 10° ; 20° ; 54° ; 60° ; 125° ; 270° .

115. Найдите градусную меру угла, радианная мера которого равна:

$$\frac{\pi}{15}; \frac{\pi}{10}; \frac{\pi}{4}; \frac{2\pi}{3}; \frac{5\pi}{3}; \frac{7\pi}{4}; \frac{9\pi}{2}.$$

116. Радиус окружности равен 1 см. Найдите длину дуги окружности, соответствующей углу в 6 радиан.

117. В какой четверти находится точка единичной окружности, полученная при повороте точки $P_0(1; 0)$ на угол:

$$\begin{aligned}
 1) 126^\circ; & 4) 620^\circ; & 7) \frac{4\pi}{3}; & 10) -1,9\pi; \\
 2) 254^\circ; & 5) -290^\circ; & 8) -\frac{7\pi}{6}; & 11) 4; \\
 3) -110^\circ; & 6) \frac{\pi}{5}; & 9) 0,8\pi; & 12) -5?
 \end{aligned}$$

Тригонометрические функции числового аргумента

118. Найдите значение выражения:

$$1) 6\sin 270^\circ - 3\cos 0^\circ + 4\operatorname{ctg} 90^\circ; \quad 2) \cos \frac{3\pi}{2} - \sin \frac{3\pi}{2} + \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{2};$$

3) $\cos 30^\circ \operatorname{tg} 60^\circ \operatorname{ctg} 45^\circ$;

5) $\sqrt{(\operatorname{ctg} 30^\circ + 2)^2} + \sqrt{(\operatorname{tg} 60^\circ - 2)^2}$.

4)
$$\frac{\left(\operatorname{ctg} \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6}\right) \cdot 4 \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}}{\cos \pi + 2 \sin \frac{\pi}{2}};$$

119. Найдите значение выражения $\cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)$ при:

1) $\alpha = 75^\circ$, $\beta = 15^\circ$;

2) $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $\beta = \frac{\pi}{12}$.

120. Возможно ли равенство:

1) $\sin \alpha = \frac{2}{3}$;

3) $\cos \alpha = \frac{\pi}{3}$;

2) $\cos \alpha = -\sqrt[3]{0,6}$;

4) $\sin \alpha = \sqrt{5} - \sqrt{3}$?

121. При каких значениях a возможно равенство:

1) $\sin x = a + 6$;

2) $\cos x = a^4 + 1$?

122. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения:

1) $1 + 3 \sin \alpha$;

2) $\cos^2 \alpha - 5$;

3) $\frac{\cos \alpha (1 - \sin \alpha)}{\cos \alpha}$.

123. Найдите область значений выражения:

1) $\frac{1}{4 + \cos 5x}$;

2) $\frac{2}{5 \sin x - 4}$;

3) $\operatorname{tg}^6 x - 4$.

Знаки значений тригонометрических функций

124. Какой знак имеет:

1) $\cos 260^\circ$;

3) $\operatorname{ctg} 310^\circ$;

5) $\operatorname{tg} 4$;

2) $\sin 185^\circ$;

4) $\operatorname{tg}(-220^\circ)$;

6) $\operatorname{ctg} \frac{5\pi}{3}$?

125. Определите знак выражения:

1) $\operatorname{ctg} 204^\circ \sin 164^\circ$;

2) $\cos 100^\circ \sin(-193^\circ)$;

3) $\cos 5 \operatorname{ctg} 2,4$.

126. Углом какой четверти является угол α , если известно, что:

1) $\sin \alpha < 0$ и $\operatorname{tg} \alpha > 0$;

2) $|\operatorname{tg} \alpha| - \operatorname{tg} \alpha = 0$?

127. Сравните:

1) $\cos 40^\circ$ и $\cos 240^\circ$;

3) $\sin \frac{17\pi}{10}$ и $\cos \frac{3\pi}{10}$;

2) $\operatorname{tg} 130^\circ$ и $\operatorname{ctg}(-160^\circ)$;

4) $\operatorname{tg} 5$ и $\sin 2,5$.

Четность и нечетность тригонометрических функций

128. Найдите значение выражения:

1) $8 \sin^4(-45^\circ) - \sqrt{2} \operatorname{ctg}(-45^\circ) + \cos(-45^\circ)$;

2) $2 \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{4}\right) \operatorname{tg}^2\left(-\frac{\pi}{3}\right) + 3 \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) + 10 \cos^2\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.

129. Является ли четной или нечетной функция, заданная формулой:

$$1) f(x) = -\frac{1}{\sin^2 x};$$

$$5) f(x) = \frac{\sin x}{|x| - 3};$$

$$2) f(x) = \cos x + \operatorname{ctg} x;$$

$$3) f(x) = \frac{x \operatorname{tg} x}{2 - \cos x};$$

$$6) f(x) = \frac{\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \operatorname{tg} x}{x - \frac{\pi}{4}}?$$

$$4) f(x) = \operatorname{tg}^2 x + \cos x;$$

Периодические функции

130. Найдите значение выражения:

$$1) \sin 405^\circ;$$

$$3) \operatorname{tg} 1110^\circ;$$

$$5) \operatorname{tg} \frac{25\pi}{4};$$

$$2) \cos 390^\circ;$$

$$4) \sin(-900^\circ);$$

$$6) \operatorname{ctg}\left(-\frac{35\pi}{6}\right).$$

131. Покажите, что число T является периодом функции f :

$$1) f(x) = \sin(5x - 1), T = \frac{4\pi}{5};$$

$$3) f(x) = |\sin x|, T = \pi;$$

$$2) f(x) = \cos\left(\frac{3\pi x}{2} - \frac{\pi}{7}\right), T = \frac{8}{3};$$

$$4) f(x) = \sqrt{-\cos^2 x}, T = \pi.$$

132. Покажите, что число $T = 2$ не является периодом функции $f(x) = \operatorname{ctg} x$.

133. Найдите наименьший положительный период функции:

$$1) f(x) = \cos\left(\frac{3x}{4} + 2\right);$$

$$2) f(x) = \operatorname{tg}\left(\pi x - \frac{\pi}{6}\right).$$

Построение графиков тригонометрических функций

134. Постройте график функции:

$$1) y = \sin x - 2;$$

$$3) y = \sin 3x;$$

$$5) y = \frac{1}{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 2;$$

$$2) y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right);$$

$$4) y = \frac{1}{2} \sin x;$$

$$6) y = \frac{1}{2} \sin\left(3x - \frac{3\pi}{4}\right) - 2.$$

135. Постройте график функции:

$$1) y = \cos x + 1;$$

$$3) y = \cos \frac{x}{2};$$

$$5) y = -3 \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) + 1;$$

$$2) y = \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right);$$

$$4) y = -3 \cos x;$$

$$6) y = -3 \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{3}\right) + 1.$$

136. Постройте график функции:

$$1) y = \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{6}\right);$$

$$2) y = \frac{1}{2} \operatorname{tg} x + 2;$$

$$3) y = \operatorname{ctg} 2x.$$

137. Постройте график функции:

1) $y = |\operatorname{tg} x|$;

2) $y = \operatorname{ctg} |x|$;

3) $y = \sin \left| x - \frac{\pi}{6} \right|$.

138. Постройте график функции:

1) $y = (\sqrt{\operatorname{tg} x})^2$;

5) $y = \sqrt{\cos 2x - 1}$;

2) $y = \operatorname{ctg} |x| - \operatorname{ctg} x$;

6) $y = \frac{\sin |x|}{\sin x}$;

3) $y = \sqrt{\cos^2 x} - \cos x$;

7) $y = \frac{\cos x + |\cos x|}{\sin x - |\sin x|}$;

4) $y = \sqrt{-\cos^2 x}$;

Соотношения между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента

139. Могут ли одновременно выполняться равенства:

1) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{5}$ и $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{22}}{5}$;

2) $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3} + 1$ и $\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{3} - 1$;

3) $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ и $\operatorname{tg} \alpha = \frac{12}{7}$;

4) $\sin \alpha = \frac{a^2 - 1}{a^2 + 1}$ и $\cos \alpha = \frac{2a}{a^2 + 1}$?

140. Вычислите значения тригонометрических функций угла γ , если:

1) $\sin \gamma = 0,2$;

3) $\operatorname{tg} \gamma = 5$ и $\pi < \gamma < \frac{3\pi}{2}$;

2) $\cos \gamma = -\frac{3}{8}$ и $\frac{\pi}{2} < \gamma < \pi$;

4) $\operatorname{ctg} \gamma = -\sqrt{5}$ и $\frac{3\pi}{2} < \gamma < 2\pi$.

141. Упростите выражение:

1) $\cos^2 \varphi - 1$;

7) $(1 + \operatorname{ctg} \beta)^2 + (1 - \operatorname{ctg} \beta)^2$;

2) $\cos^2 3\gamma + \sin^2 3\gamma + \operatorname{tg}^2 4\gamma$;

8) $\operatorname{ctg} x - \frac{\sin x}{1 - \cos x}$;

3) $3\cos \frac{\alpha}{4} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{4} - 2\sin \frac{\alpha}{4}$;

9) $\frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} + \frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha}$;

4) $\operatorname{tg} \beta \operatorname{ctg} \beta - \frac{\sin^2 \beta - 1}{1 - \cos^2 \beta}$;

10) $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + 2\cos^2 \alpha$;

5) $\frac{\operatorname{ctg} \alpha \sin \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$;

11) $\frac{1 - \operatorname{ctg} \gamma}{1 - \operatorname{tg} \gamma}$;

6) $\left(1 - \sin \frac{\beta}{4}\right) \left(1 + \sin \frac{\beta}{4}\right)$;

12) $\frac{\cos^2 \beta + \sin(-\beta)}{\cos(-\beta)} - \operatorname{tg}(-\beta)$.

142. Докажите тождество:

$$1) \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{ctg} \beta} = -\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta;$$

$$2) \sin^2 \alpha \sin^2 \beta - \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha - \cos^4 \alpha + \cos^2 \alpha \sin^2 \beta = \sin^2 \beta - \cos^2 \alpha;$$

$$3) \frac{\cos^2 \alpha - \operatorname{ctg}^2 \alpha + 1}{\sin^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \alpha - 1} = \operatorname{ctg}^2 \alpha;$$

$$4) \frac{\sqrt{3} - 2 \sin \alpha}{2 \cos \alpha - 1} = \frac{1 + 2 \cos \alpha}{2 \sin \alpha + \sqrt{3}};$$

$$5) 2(\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha) - 3(\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha) = -1.$$

143. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения:

$$1) 5 \sin^2 \alpha - 2 \cos^2 \alpha;$$

$$2) 4 \sin^2 \alpha - 3 \operatorname{ctg}^2 \alpha \sin^2 \alpha.$$

144. Постройте график функции:

$$y = |\operatorname{tg} x| \operatorname{ctg} x;$$

$$2) y = \operatorname{tg} x |\cos x|.$$

145. Упростите выражение:

$$1) \sqrt{1 - \cos^2 \frac{\alpha}{3}} + \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\alpha}{3}}, \text{ если } 2\pi < \alpha < 3\pi;$$

$$2) \sqrt{\frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}} + \sqrt{\frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha}}, \text{ если } 270^\circ < \alpha < 360^\circ;$$

$$3) \sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta (1 + \operatorname{ctg}^2 \beta) + \operatorname{ctg}^2 \beta (1 + \operatorname{tg}^2 \beta)}, \text{ если } \frac{\pi}{2} < \beta < \pi.$$

146. Дано: $\sin \alpha - \cos \alpha = a$. Найдите:

$$1) \sin \alpha \cos \alpha;$$

$$3) \frac{1}{\sin^4 \alpha} + \frac{1}{\cos^4 \alpha};$$

$$5) \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha;$$

$$2) \sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha;$$

$$4) \sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha;$$

$$6) \cos \alpha + \sin \alpha.$$

147. Найдите значение выражения:

$$1) \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{2 \sin \alpha + 3 \cos \alpha}, \text{ если } \operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{4};$$

$$2) \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\sin^2 \alpha - 4 \cos^2 \alpha}, \text{ если } \operatorname{ctg} \alpha = 5.$$

148. Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения

$$5 \sin^2 \alpha + 2 \cos \alpha.$$

Формулы сложения

149. Упростите выражение:

$$1) \cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta);$$

$$2) \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{5\pi}{6} + \alpha\right);$$

$$3) \sqrt{2} \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) - \sin \alpha + \cos \alpha; \quad 4) \frac{\sin \alpha + 2 \sin(60^\circ - \alpha)}{2 \cos(30^\circ - \alpha) - \sqrt{3} \cos \alpha}.$$

150. Упростите выражение:

$$1) \cos 2\beta \cos 5\beta + \sin 2\beta \sin 5\beta;$$

$$2) \sin 53^\circ \cos 7^\circ + \cos 53^\circ \sin 7^\circ;$$

$$3) \cos(4^\circ + \alpha) \sin(\alpha - 41^\circ) - \cos(\alpha - 41^\circ) \sin(\alpha + 4^\circ).$$

151. Докажите тождество:

$$1) \frac{\sin(30^\circ + \alpha) - \cos(60^\circ + \alpha)}{\sin(30^\circ + \alpha) + \cos(60^\circ + \alpha)} = \sqrt{3} \operatorname{tg} \alpha;$$

$$2) \frac{\sin(\alpha - \beta) + 2 \cos \alpha \sin \beta}{2 \cos \alpha \cos \beta - \cos(\alpha - \beta)} = \operatorname{tg}(\alpha + \beta);$$

$$3) \sin 2\alpha - \cos 2\alpha \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha;$$

$$4) \cos^2 \alpha + \cos^2(60^\circ + \alpha) + \cos^2(60^\circ - \alpha) = 1,5.$$

152. Упростите выражение:

$$1) \frac{1 + \operatorname{tg} 47^\circ \operatorname{tg} 17^\circ}{\operatorname{tg} 47^\circ - \operatorname{tg} 17^\circ}; \quad 2) \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{8} + \alpha\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{8} - \alpha\right)}{1 - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{8} + \alpha\right) \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{8} - \alpha\right)}.$$

153. Докажите тождество:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg}(\alpha - \beta)}{\operatorname{tg}(\alpha - \beta) \operatorname{tg} \beta} = \operatorname{tg} \alpha.$$

154. Пользуясь формулами сложения, найдите:

$$1) \cos 105^\circ;$$

$$2) \operatorname{tg} 105^\circ.$$

155. Дано: $\cos \alpha = -0,6$, $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Найдите $\sin(60^\circ - \alpha)$.

156. Дано: $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $\cos \beta = -\frac{5}{13}$, $0^\circ < \alpha < 90^\circ$, $180^\circ < \beta < 270^\circ$.

Найдите $\cos(\alpha + \beta)$.

157. Найдите наибольшее значение выражения:

$$1) \cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha;$$

$$2) 3 \sin \alpha - \cos \alpha.$$

Формулы приведения

158. Приведите к тригонометрической функции угла α :

$$1) \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right);$$

$$3) \operatorname{tg}(\pi + \alpha);$$

$$5) \cos^2(\pi - \alpha);$$

$$2) \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right);$$

$$4) \sin(\alpha - \pi);$$

$$6) \operatorname{ctg}^2(270^\circ + \alpha).$$

159. Приведите к значению тригонометрической функции положительного аргумента, меньшего 45° (или $\frac{\pi}{4}$):

- | | | |
|------------------------------------|---|--------------------------------------|
| 1) $\operatorname{tg} 104^\circ$; | 5) $\sin 410^\circ$; | 9) $\cos 1325^\circ$; |
| 2) $\sin 253^\circ$; | 6) $\sin(-244^\circ)$; | 10) $\operatorname{tg} 2000^\circ$; |
| 3) $\cos 295^\circ$; | 7) $\operatorname{tg} 2,1\pi$; | 11) $\sin 6,3\pi$; |
| 4) $\operatorname{tg} 168^\circ$; | 8) $\operatorname{ctg} \frac{15\pi}{7}$; | 12) $\cos \frac{27\pi}{8}$. |

160. Вычислите:

- | | | |
|------------------------------------|---|---|
| 1) $\sin 210^\circ$; | 4) $\sin\left(-\frac{7\pi}{3}\right)$; | 7) $\cos 855^\circ$; |
| 2) $\operatorname{tg} 120^\circ$; | 5) $\operatorname{tg} \frac{7\pi}{4}$; | 8) $\sin \frac{37\pi}{6}$; |
| 3) $\cos(-315^\circ)$; | 6) $\cos 13\pi$; | 9) $\operatorname{tg}\left(-\frac{17\pi}{3}\right)$. |

161. Найдите значение выражения:

- 1) $4 \sin 225^\circ - 6 \cos 120^\circ + \operatorname{tg} 300^\circ + 3 \operatorname{ctg} 240^\circ$;
- 2) $\sin\left(-\frac{11\pi}{3}\right) \cos \frac{13\pi}{4} \operatorname{tg}\left(-\frac{5\pi}{6}\right) \operatorname{ctg} \frac{7\pi}{6}$;
- 3) $\operatorname{ctg} 20^\circ + \operatorname{ctg} 40^\circ + \operatorname{ctg} 60^\circ + \dots + \operatorname{ctg} 160^\circ$;
- 4) $\sin 463^\circ \cos 373^\circ + \cos 103^\circ \sin 193^\circ$.

162. Упростите выражение:

- 1) $\cos(\pi - \alpha) + \operatorname{ctg}(\pi + \alpha) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$;
- 2) $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \cos\left(\alpha - \frac{5\pi}{2}\right) + \sin(\pi - \alpha) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$;
- 3) $\frac{\sin(\beta - \pi) \cos(2\pi - \beta) \sin(2\pi + \beta)}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) \operatorname{ctg}(\pi - \beta) \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} + \beta\right)}$;
- 4) $\frac{\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - \sin(2\pi - \alpha)\right)^2 - 1}{\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(\pi + \alpha) \cos(\pi - \alpha)}$.

163. Известно, что α , β , γ — углы треугольника. Докажите, что

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2}\right) = \sin \frac{\gamma}{2}.$$

164. Найдите значения выражений $\cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$ и $\operatorname{tg}(\pi - \alpha)$, если $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{2}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

165. Докажите тождество:

$$\sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)\operatorname{tg}(\pi + \alpha) = \cos^2 \alpha.$$

Формулы двойного аргумента

166. Выразите данные тригонометрические функции через функции аргумента в два раза меньшего, чем данный:

- 1) $\sin \frac{\alpha}{2}$; 3) $\operatorname{tg} 4\alpha$; 5) $\cos 4$; 7) $\sin\left(\beta + \frac{3\pi}{5}\right)$;
2) $\cos 7\alpha$; 4) $\sin(\alpha - \beta)$; 6) $\sin 12\alpha$; 8) $\cos\left(\frac{6x}{7} - 60^\circ\right)$.

167. Упростите выражение:

- 1) $\frac{\sin 70^\circ}{2\cos 35^\circ}$; 6) $\frac{\operatorname{tg} 2\alpha}{\operatorname{tg} 4\alpha - \operatorname{tg} 2\alpha}$;
2) $\frac{\cos 4\alpha}{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha}$; 7) $\frac{\sin^2 2\alpha + 4\sin^4 \alpha}{4 - \sin^2 2\alpha - 4\sin^2 \alpha}$;
3) $\cos^4(45^\circ + \alpha) - \sin^4(45^\circ + \alpha)$; 8) $\frac{\operatorname{tg}\left(\frac{5\pi}{4} - 4\alpha\right)\sin^2\left(\frac{5\pi}{4} + 4\alpha\right)}{1 - 2\cos^2 4\alpha}$;
4) $\cos^2 2\alpha + 4\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$;
5) $\frac{\sin 9\alpha}{\sin 3\alpha} - \frac{\cos 9\alpha}{\cos 3\alpha}$;

168. Найдите значение выражения:

- 1) $\sin 22^\circ 30' \cos 22^\circ 30'$; 2) $1 - 2\sin^2 15^\circ$; 3) $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{8}}$.

169. Дано: $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$, $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Найдите:

- 1) $\sin 2\alpha$; 2) $\cos 2\alpha$; 3) $\operatorname{tg} 2\alpha$.

170. Дано: $\operatorname{tg} \gamma = 4$. Найдите $\operatorname{tg}\left(2\gamma + \frac{\pi}{4}\right)$.

171. Представьте в виде произведения выражение:

- 1) $1 + \cos 4\beta$; 3) $1 - \cos 80^\circ$; 5) $1 - \sin 8\alpha$;
2) $1 - \cos \frac{\gamma}{3}$; 4) $1 + \cos \frac{6\alpha}{5}$; 6) $1 + \sin \frac{4\pi}{9}$.

172. Понижьте степень выражения:

$$1) \sin^2 \frac{\alpha}{4}; \quad 2) \cos^2 5x; \quad 3) \sin^2(3\beta + 5^\circ); \quad 4) \cos^2\left(\frac{\varphi}{6} - \frac{\pi}{14}\right).$$

173. Докажите тождество:

$$1) 2 \cos^2(45^\circ - \alpha) - \sin 2\alpha = 1;$$

$$2) \frac{1 + \cos 8\alpha}{1 - \cos 8\alpha} \cdot \operatorname{tg}^2 4\alpha - \cos^2 4\alpha = \sin^2 4\alpha;$$

$$3) \frac{\sin \alpha + \sin \frac{\alpha}{2}}{1 + \cos \alpha + \cos \frac{\alpha}{2}} = \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2};$$

$$4) \frac{1 + \sin(60^\circ + 4\alpha)}{1 - \sin(60^\circ + 4\alpha)} = \operatorname{ctg}^2(15^\circ - 2\alpha).$$

174. Упростите выражение:

$$1) \frac{\sin 8\alpha}{1 + \cos 8\alpha} \cdot \frac{\cos 4\alpha}{1 + \cos 4\alpha} \cdot \frac{\sin 4\alpha}{1 - \cos 4\alpha}; \quad 4) \operatorname{ctg}\left(\alpha - \frac{3\pi}{4}\right)(1 + \sin 2\alpha);$$

$$2) \frac{\cos\left(\frac{\pi}{8} - 2\alpha\right)}{1 - \sin\left(\frac{\pi}{8} - 2\alpha\right)}; \quad 5) \frac{\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)\left(1 + \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 2\alpha\right)\right)}{\cos\left(2\alpha - \frac{5\pi}{2}\right)}$$

$$3) \frac{\cos 24^\circ}{1 + \sin 24^\circ};$$

175. Упростите выражение $\sqrt{(\operatorname{ctg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha) \cdot 2 \operatorname{ctg} 2\alpha \cdot \operatorname{tg} 2\alpha} + 2$, если $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$.

176. Упростите выражение $\frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 + \cos 2\alpha}} - \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \cos 2\alpha}}$, если $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

177. Докажите, что $\sin 6^\circ \cos 12^\circ \cos 24^\circ \sin 42^\circ = \frac{1}{16}$.

Формулы суммы и разности тригонометрических функций

178. Преобразуйте в произведение:

$$1) \sin 100^\circ - \sin 40^\circ;$$

$$2) \cos 3\alpha + \cos 11\alpha;$$

$$3) \sin \frac{5\pi}{8} + \sin \frac{3\pi}{8};$$

$$4) \cos 2\alpha + \cos 8\alpha;$$

$$5) \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{5}\right) - \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{5}\right);$$

$$6) \cos\left(3\alpha - \frac{3\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} + 3\alpha\right);$$

$$7) \sin(x - y) + \sin(x + y);$$

$$8) \cos\left(4\alpha - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right).$$

179. Преобразуйте в произведение:

1) $\cos 70^\circ - \sin 36^\circ$; 2) $\sin \frac{\pi}{5} - \cos \frac{2\pi}{5}$; 3) $\sin \alpha + \cos \alpha$.

180. Преобразуйте в произведение:

1) $\operatorname{tg} 34^\circ + \operatorname{tg} 26^\circ$; 3) $\operatorname{tg} \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) - \operatorname{tg} \left(4\alpha - \frac{\pi}{6} \right)$;
2) $\operatorname{tg} 3\varphi - \operatorname{tg} 10\varphi$;

181. Преобразуйте в произведение:

1) $2\cos \alpha - 1$; 2) $\sqrt{3} + 2\sin \alpha$; 3) $\sqrt{3} \operatorname{tg} \alpha - 1$.

182. Докажите тождество:

1) $\sin 5\alpha - \sin 6\alpha + \sin 8\alpha - \sin 7\alpha = -4\sin \frac{\alpha}{2} \sin \alpha \sin \frac{13\alpha}{2}$;

2) $\frac{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta)} = -\operatorname{ctg} \alpha$;

3) $\frac{\sin \alpha + \sin 2\alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha$;

4) $\sin^2 \alpha - \sin^2 \beta = \sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta)$.

183. Упростите выражение:

1) $\frac{(\sin 8\alpha - \sin 2\alpha)(\cos 2\alpha - \cos 8\alpha) \cos 10\alpha}{1 - \cos 6\alpha}$;

2) $(\cos \alpha - \cos \beta)^2 + (\sin \alpha + \sin \beta)^2$;

3) $\frac{\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta) - \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)}$;

4) $\sin^2\left(\frac{9\pi}{8} + \alpha\right) - \sin^2\left(\frac{17\pi}{8} - \alpha\right)$.

184. Докажите тождество:

1) $1 - \sin \alpha - \cos \alpha = 2\sqrt{2} \sin \frac{\alpha}{2} \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$;

2) $\sin \alpha + \cos 2\alpha + \sin 3\alpha + \cos 4\alpha = 4 \cos \alpha \sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{5\alpha}{2}\right)$.

Формулы преобразования произведения тригонометрических функций в сумму

185. Преобразуйте в сумму произведение:

1) $\sin \alpha \sin 7\alpha$; 2) $\sin 36^\circ \cos 24^\circ$;

3) $\cos \frac{5\alpha}{2} \cos \frac{3\alpha}{2}$;

4) $\sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right) \sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)$.

186. Докажите тождество:

1) $\sin \alpha - 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2} - 15^\circ\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} + 15^\circ\right) = 0,5$;

2) $\sin 4\alpha \cos \alpha + \sin 2\alpha \cos 5\alpha = \sin 6\alpha \cos \alpha$;

3) $\sin \alpha \sin(\beta - \alpha) + \sin^2\left(\frac{\beta}{2} - \alpha\right) = \sin^2 \frac{\beta}{2}$;

4) $\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \sin^2\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right) - \sin \frac{\pi}{12} \cos\left(\frac{\pi}{12} + 2\alpha\right) = \sin 2\alpha$.

Решение простейших тригонометрических уравнений

187. Решите уравнение:

1) $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

3) $\operatorname{tg} x = 1$;

5) $\cos x = -\frac{1}{2}$;

2) $\cos x = \frac{1}{2}$;

4) $\sin x = -\frac{1}{2}$;

6) $\operatorname{tg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

188. Решите уравнение:

1) $\sin 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

7) $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{5} + 2\right) = \frac{3}{8}$;

2) $\cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

8) $\sin \frac{x}{4\pi} = 0$;

3) $\operatorname{ctg}\left(x + \frac{\pi}{5}\right) = 1$;

9) $\sin(8x + 1) = \frac{\pi}{5}$;

4) $\operatorname{tg}\left(6x - \frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$;

10) $\cos\left(\frac{2\pi}{9} - \frac{4x}{3}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

5) $\sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{18}\right) = -1$;

11) $\sin\left(\frac{\pi}{6} - \frac{3x}{5}\right) = -1$;

6) $\cos(3x - 5) = 0$;

12) $\operatorname{tg}(10 - 5x) = -4$.

189. Решите уравнение:

1) $4 - 4 \sin\left(\frac{x}{6} - \frac{\pi}{24}\right) = 0$;

3) $\sqrt{3} - 3 \operatorname{ctg}\left(10x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$;

2) $2 \sin\left(3x + \frac{\pi}{8}\right) + \sqrt{3} = 0$;

4) $5 - 5 \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{3} - 4x\right) = 0$.

190. Решите уравнение:

1) $\cos \frac{2\pi}{x} = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

3) $\sin \pi x^2 = 0$;

2) $\operatorname{tg} \frac{\pi}{x} = 1$;

4) $\sin(\sin(\cos x)) = 0$.

191. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения:

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

192. Сколько корней уравнения $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ принадлежит промежутку

$$\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]?$$

193. Найдите все корни уравнения $\operatorname{tg}\left(3x + \frac{\pi}{8}\right) = \sqrt{3}$, удовлетворяющие неравенству $-\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{2}$.

194. При каких значениях a имеет решения уравнение:

1) $\cos x = 3 - a$;

3) $(a - 5)\cos x = a + 2$;

2) $\sin \frac{x}{5} = a^2 - 8a + 17$;

4) $(a^2 - 6a)\sin x = a^2 - 2a - 24$?

195. При каких значениях a данное уравнение имеет единственный корень на указанном промежутке:

1) $(x - a)\left(\sin x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 0, \left[\frac{2\pi}{3}, \pi\right]$;

2) $(x + a)\left(\operatorname{ctg} x - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 0, \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$?

196. Определите количество корней уравнения $\sin x = a$ на промежутке $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}\right]$ в зависимости от значения a .

Функции $y = \arcsin x, y = \arccos x, y = \operatorname{arctg} x, y = \operatorname{arccctg} x$

197. Найдите:

1) $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\operatorname{arctg} 1$; 5) $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; 7) $\operatorname{arctg}(-1)$;

2) $\arccos \frac{1}{2}$; 4) $\operatorname{arccctg} \frac{\sqrt{3}}{3}$; 6) $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; 8) $\operatorname{arccctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

198. Найдите значение выражения:

1) $\arccos 0 + \arcsin 1 + \operatorname{arctg} \sqrt{3} + \operatorname{arccctg}(-\sqrt{3})$;

2) $5\arccos 1 - 6\arcsin(-1) + 3\operatorname{arctg} 1 + 2\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

199. Вычислите:

$$\begin{array}{ll} 1) \operatorname{ctg}\left(\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}\right); & 3) \operatorname{tg}\left(2 \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\arcsin \frac{1}{2}\right); \\ 2) \sin (2 \operatorname{arctg}(-1)); & 4) \cos \left(\arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)-\arccos \left(-\frac{1}{2}\right)+\operatorname{arctg} 1\right). \end{array}$$

200. Найдите область определения функции:

$$\begin{array}{ll} 1) y=\arcsin (2 x-3); & 3) y=\operatorname{arctg} \frac{6}{\sqrt{x+5}}. \\ 2) y=\arccos \left(x^2-2\right); & \end{array}$$

201. Найдите область значений функции:

$$1) y=4 \arcsin x+\frac{\pi}{3}; \quad 2) y=2-5 \operatorname{arctg} 3 x.$$

202. Вычислите:

$$1) \operatorname{tg}(\operatorname{arctg} 5); \quad 2) \sin \left(\arcsin \frac{\pi}{7}\right); \quad 3) \cos \left(\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

203. Вычислите:

$$1) \operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\left(-\frac{5 \pi}{11}\right)\right); \quad 2) \arcsin \left(\sin \frac{5 \pi}{9}\right); \quad 3) \arccos (\cos 5).$$

204. Вычислите:

$$\begin{array}{lll} 1) \cos \left(\arcsin \frac{4}{7}\right); & 3) \cos (\operatorname{arctg} 0,3); & 5) \operatorname{ctg}\left(\arcsin \frac{4}{9}\right); \\ 2) \sin \left(\arccos \frac{1}{4}\right); & 4) \sin (\operatorname{arctg} 8); & 6) \operatorname{tg}(\operatorname{arctg}(-10)). \end{array}$$

205. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} 1) \operatorname{arctg} x=-\frac{\pi}{4}; & 3) \arcsin (5 x-6)=\frac{\pi}{2}. \\ 2) \arccos (3-x)=\frac{3 \pi}{4}; & \end{array}$$

206. Решите неравенство:

$$\begin{array}{ll} 1) \arcsin x < -\frac{\pi}{4}; & 3) \operatorname{arctg}(1-2 x) \geq -\frac{\pi}{4}. \\ 2) \arccos \frac{4 x}{5} \geq \frac{3 \pi}{4}; & \end{array}$$

207. Постройте график функции:

$$\begin{array}{ll} 1) y'=\frac{1}{2} \operatorname{arctg} x; & 4) y=\sin (\arcsin x); \\ 2) y=\arcsin x+\frac{\pi}{2}; & 5) y=\operatorname{ctg}(\operatorname{arctg} x); \\ 3) y=\frac{\operatorname{arctg} x}{\operatorname{arctg}|x|}; & 6) y=\cos ^2(\operatorname{arctg} x). \end{array}$$

208. При каких значениях a имеет решение уравнение:

1) $\operatorname{arctg} x = \frac{\pi}{4} + a$;

2) $\arccos x = \sin a$;

3) $\operatorname{arcc} \operatorname{ctg} x = \operatorname{ctg} a$;

4) $\frac{\arcsin x - a}{\arcsin x + \frac{\pi}{3}} = 0$;

5) $\frac{\arccos x - \frac{2\pi}{3}}{\operatorname{arctg} x - a} = 0$;

6) $\frac{\operatorname{arctg} x + a}{\sqrt{\operatorname{arctg} x - \frac{\pi}{4}}} = 0$?

Решение тригонометрических уравнений

209. Решите уравнение:

1) $6 \cos^2 4x + \cos 4x - 1 = 0$;

3) $5 \sin \frac{x}{4} - \cos \frac{x}{2} + 3 = 0$;

2) $2 \cos^2 x + \sqrt{2} \sin x = 0$;

4) $\operatorname{tg} \frac{x}{3} - 5 \operatorname{ctg} \frac{x}{3} = 4$.

210. Решите уравнение:

1) $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 0$;

2) $\sin^2 x + \sin x \cos x - 2 \cos^2 x = 0$;

3) $6 \sin^2 x - 1,5 \sin 2x - 5 \cos^2 x = 2$;

4) $2 \sin x - 3 \cos x = 3$.

211. Решите уравнение:

1) $\cos 7x - \cos x = 0$;

2) $\sin 12x = 2 \cos \left(\frac{\pi}{2} - 4x \right)$;

3) $\sin 10x - \cos 4x = 0$;

4) $\sqrt{3} \sin 2x + \cos 5x - \cos 9x = 0$;

5) $\sin x - \sin 2x + \sin 5x - \sin(\pi + 8x) = 0$.

212. Решите уравнение:

1) $\sin^2 \frac{x}{6} = \frac{1}{2}$;

2) $2 \cos^2 2x + \cos 10x - 1 = 0$;

3) $\sin^2 2x + \sin^2 3x + \sin^2 4x + \sin^2 5x = 2$;

4) $\cos^4 \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) + \cos^4 3x = \frac{1}{4}$.

213. Решите уравнение:

1) $\sqrt{2}(\cos x + \sin x) = 1$;

2) $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 2 \sin 2x$.

214. Решите уравнение:

1) $\sin(x + 60^\circ)\cos(x + 30^\circ) = \frac{1}{2}$; 3) $\cos 3x \cos 6x = \cos 4x \cos 7x$;

2) $\sin 3x \sin x + \cos 4x = 0$; 4) $12 \cos^2 \frac{x}{2} = 9 - 4 \cos \frac{x}{2} \cos \frac{3x}{2}$.

215. Решите уравнение:

1) $\frac{\sin 5x}{1 - \cos 5x} = 0$;

3) $\frac{\sin x}{1 + \cos x} = 1 - \cos x$;

2) $\frac{\cos 4x - \cos 2x}{\sin 4x + \sin 2x} = 0$;

4) $\frac{1 + \sin x - \cos x}{\sin 2x} = 0$.

216. Решите уравнение:

1) $\sqrt{13 - 6 \operatorname{tg} x} = 2 \operatorname{tg} x - 3$;

3) $\sqrt{1 - 3 \cos x - \cos 2x} - 2 \sin x = 0$.

2) $\sqrt{6 \sin x} = -2 \cos x$;

217. Найдите наибольший отрицательный корень уравнения:

$$5(1 + \cos x) = 2 + \sin^4 x - \cos^4 x.$$

218. Найдите наименьший положительный корень уравнения:

$$1 + \cos 2x = (\cos 3x + \sin 3x)^2.$$

219. Найдите все корни уравнения $\sin^2 x - \sqrt{3} \sin 2x - \cos^2 x = -2$, удовлетворяющие неравенству $0 < x < 4$.

220. Сколько корней уравнения $\sin 2x + \sin(\pi - 8x) = \sqrt{2} \cos 3x$ принадлежит промежутку $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{2\pi}{3}\right]$?

221. Решите уравнение $\sqrt{1 - 4x^2} \left(\sin \pi x - \sqrt{5} \sin \frac{\pi x}{2} \right) = 0$.

222. При каких значениях a имеет решения уравнение:

1) $\sin^2 x - (4a - 9)\sin x + (a - 5)(3a - 4) = 0$;

2) $\sin x - \cos 2x = 4a^2 + 4a + 3$;

3) $5 \cos^2 x - 2(2a - 1)\cos x + a^2 - 2a + 2 = 0$;

4) $5 \cos 3x + 12 \sin 3x = a - 5$;

5) $\sin^4 x + (2a - 1)\cos^2 x - 6a - 1 = 0$?

223. При каких значениях a уравнение $\sin^2 x - \left(a + \frac{1}{2}\right)\sin x + \frac{a}{2} = 0$ на

промежутке $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{4}\right]$ имеет: 1) один корень; 2) два корня?

Решение тригонометрических неравенств

224. Решите неравенство:

- 1) $\sin x < \frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $\cos x > -\frac{1}{2}$; 7) $\operatorname{ctg} x > 1$;
2) $\sin x \geq -\frac{1}{2}$; 5) $\operatorname{tg} x < 1$; 8) $\operatorname{ctg} x \leq \sqrt{3}$.
3) $\cos x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$; 6) $\operatorname{tg} x \geq -\sqrt{3}$;

225. Решите неравенство:

- 1) $\cos 2x < \frac{1}{2}$; 4) $\sin\left(4x - \frac{\pi}{6}\right) < \frac{1}{2}$;
2) $\sin \frac{x}{6} \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$; 5) $\operatorname{ctg}\left(\frac{x}{5} - \frac{\pi}{10}\right) \leq \frac{\sqrt{3}}{3}$;
3) $\cos\left(x + \frac{\pi}{18}\right) > \frac{\sqrt{3}}{2}$; 6) $\operatorname{tg}\left(\frac{3x}{4} + \frac{\pi}{4}\right) \geq -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

226. Решите неравенство:

- 1) $\frac{1}{2} \leq \cos x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) $|\sin x| > \frac{\sqrt{2}}{2}$;
2) $-3 \leq \operatorname{tg} x \leq \sqrt{3}$; 4) $|\operatorname{ctg} x| \geq \frac{\sqrt{3}}{3}$.

227. Решите неравенство:

- 1) $\sin^2 3x > \frac{1}{4}$; 3) $3\operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x - 4 \geq 0$;
2) $\sin 2x \cos \frac{x}{3} + \sin \frac{x}{3} \cos 2x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$; 4) $2\cos^2 x - \sqrt{3} \sin x + 1 \leq 0$.

Системы тригонометрических уравнений

228. Решите систему уравнений:

- 1) $\begin{cases} x + y = \frac{2\pi}{3}, \\ \cos 6x + \cos 6y = 2; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x + y = \frac{2\pi}{3}, \\ 2\sin x - \sin y = 0; \end{cases}$
2) $\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{3}, \\ \cos^2 x - \cos^2 y = -\frac{3}{4}; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x - y = \frac{\pi}{3}, \\ \operatorname{ctg} x - \operatorname{ctg} y = -\sqrt{3}. \end{cases}$

229. Решите систему уравнений:

- 1) $\begin{cases} \cos x \cos y = \frac{1}{4}, \\ \sin x \sin y = \frac{3}{4}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \sin \pi x \cos \pi y = -\frac{1}{2}, \\ \operatorname{tg} \pi x \operatorname{ctg} \pi y = -1. \end{cases}$

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ**Вариант 1****Контрольная работа № 1**

Тема. *Множества. Функции и ее основные свойства*

- 1.° Найдите пересечение и объединение множеств A и B , где A — множество делителей числа 18, B — множество делителей числа 24.
- 2.° Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{(x-7)(x+10)}{x-2}}$.
- 3.° Задайте функцию, обратную функции $y = \frac{1}{6}x + 2$.
- 4.* Постройте график функции $y = -\frac{1}{2}\sqrt{x} + 1$. Пользуясь построенным графиком, найдите:
- 1) нули функции;
 - 2) промежутки знакопостоянства;
 - 3) промежутки возрастания и промежутки убывания;
 - 4) область значений функции.
- 5.* Исследуйте на четность функцию:
- 1) $f(x) = 4x^7 - 2x^3$; 2) $f(x) = x^2 - 3x^4$; 3) $f(x) = x^3 + x^6$.
- 6.* Найдите множество решений неравенства:
- 1) $(x-6)(x+3)^2(x+1) > 0$; 2) $\frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 + 8x + 16} < 0$.
- 7.** Решите неравенство $\frac{(x-4)^2(x+7)^3}{x-6} \geq 0$.

Контрольная работа № 2

Тема. *Степенная функция. Корень n -й степени и его свойства*

- 1.° Функция задана формулой $f(x) = x^{16}$. Сравните:
- 1) $f(5,6)$ и $f(2,4)$; 3) $f(4,5)$ и $f(-4,5)$;
- 2) $f(-2,8)$ и $f(-7,3)$; 4) $f(0,3)$ и $f(-0,8)$.
- 2.° Найдите значение выражения:
- 1) $3\sqrt[3]{8} + 4\sqrt[5]{-32} + \sqrt[4]{625}$; 2) $\sqrt[3]{27 \cdot 0,008}$; 3) $\sqrt[4]{2^{12} \cdot 5^8}$; 4) $\frac{\sqrt[3]{432}}{\sqrt[3]{2}}$.
- 3.° Решите уравнение:
- 1) $x^3 = 1000$; 3) $x^4 = 16$; 5) $x^7 = -128$; 7) $\sqrt[3]{x} = 2$;
- 2) $x^5 = 6$; 4) $x^6 = 12$; 6) $x^4 = -81$; 8) $\sqrt[4]{x} = -1$.

- 4.* Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^{-4}$ на промежутке $[2; 4]$.
- 5.* Упростите выражение:
- 1) $\sqrt[18]{a^3}$;
 - 2) $\sqrt[3]{m^2} \sqrt[4]{m}$;
 - 3) $\sqrt[8]{a^8}$, если $a \geq 0$;
 - 4) $\sqrt[4]{(a-1)^4}$, если $a \leq 1$.
- 6.* Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:
- 1) $\frac{1}{\sqrt[3]{9}}$;
 - 2) $\frac{4}{\sqrt[3]{7-3\sqrt{3}}}$.
- 7.** Упростите выражение $\left(\frac{8}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt[4]{x}+1}{\sqrt[4]{x}-1} - \frac{\sqrt[4]{x}+3}{\sqrt[4]{x}+1} \right) \cdot \frac{3}{\sqrt{x}-1}$.

Контрольная работа № 3

Тема. *Степень с рациональным показателем и ее свойства. Иррациональные уравнения*

- 1.° Найдите значение выражения:

$$1) 5 \cdot 64^{\frac{1}{2}}; \quad 2) 125^{-\frac{1}{3}}; \quad 3) 32^{0.8}; \quad 4) \left(2\frac{7}{9} \right)^{-1.5}$$

- 2.° Представьте выражение в виде степени или произведения степеней:

$$1) a^{0.6} \cdot a^{3.4}; \quad 3) \left(a^{\frac{5}{12}} \right)^{\frac{3}{5}}; \quad 5) (a^{-0.8})^4 \cdot (a^{-1.4})^{-2} : (a^{0.4})^{-6};$$

$$2) a^{-\frac{3}{7}} a^{\frac{5}{14}}; \quad 4) a^{\frac{7}{15}} : a^{\frac{1}{6}}; \quad 6) \left(a^{\frac{5}{18}} b^{\frac{10}{27}} \right)^{\frac{9}{5}}$$

- 3.° Решите уравнение $\sqrt{2x+8} = x$.

- 4.* Сократите дробь:

$$1) \frac{m-3m^{\frac{1}{3}}}{m^{\frac{2}{3}}-3}; \quad 2) \frac{m^{\frac{1}{2}}-n^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{1}{4}}+n^{\frac{1}{4}}}; \quad 3) \frac{x^{\frac{1}{3}}-2x^{\frac{1}{6}}y^{\frac{1}{6}}+y^{\frac{1}{3}}}{x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{3}}-x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{2}}}$$

- 5.* Решите уравнение $\sqrt{x-4} + 2\sqrt{x-4} = 35$.

- 6.* Упростите выражение $\frac{x-y}{x^{\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}}} \cdot \frac{xy^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{2}{3}}y}{x^{\frac{2}{3}}+x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{2}{3}}}$.

- 7.** Решите уравнение $\sqrt{x+5} - \sqrt{8-x} = 1$.

Контрольная работа № 4

Тема. *Тригонометрические функции и их свойства. Соотношение между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента*

- 1.° Найдите значение выражения $2\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \operatorname{ctg} \left(-\frac{\pi}{6}\right) + \cos \pi - 2\sin \frac{\pi}{4}$.
- 2.° Упростите выражение:
 - 1) $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha + \operatorname{tg}^2 \beta$;
 - 2) $\frac{1 - \cos^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha} + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha$.
- 3.° Определите знак выражения:
 - 1) $\sin 124^\circ \cos 203^\circ \operatorname{tg} (-280^\circ)$;
 - 2) $\sin \frac{7\pi}{10} \cos \frac{13\pi}{12}$.
- 4.° Исследуйте на четность функцию:
 - 1) $f(x) = x^2 + 4\cos x$;
 - 2) $f(x) = \frac{\operatorname{ctg}^2 x}{1 - \sin x}$.
- 5.° Постройте график функции $f(x) = \cos 3x$, укажите ее промежутки возрастания и убывания.
- 6.° Упростите выражение:
 - 1) $\operatorname{ctg} x - \frac{\sin x}{1 - \cos x}$;
 - 2) $\sin(-\alpha)\cos(-\alpha)(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{ctg} \alpha)$.
- 7.° Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения:

$$2\sin^2 \alpha - 3\cos^2 \alpha.$$
- 8.** Постройте график функции $y = \sqrt{\sin x - 1}$.

Контрольная работа № 5

Тема. *Формулы сложения и их следствия*

- 1.° Упростите выражение:
 - 1) $\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$;
 - 4) $\frac{\sin 2\alpha + \sin 8\alpha}{\cos 2\alpha - \cos 8\alpha}$;
 - 2) $\sin \beta \cos 4\beta + \cos \beta \sin 4\beta$;
 - 5) $\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \cos(\pi - \alpha)$;
 - 3) $\frac{\sin 2\alpha}{2\sin \alpha}$;
 - 6) $2\sin 5\alpha \cos 3\alpha - \sin 8\alpha$.
- 2.° Дано: $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$, $\cos \beta = -\frac{12}{13}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$.
Найдите $\sin(\alpha + \beta)$.

3.° Докажите тождество:

$$1) \frac{1}{1 - \operatorname{tg} \alpha} - \frac{1}{1 + \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha;$$

$$2) \frac{\left(\sin(\pi - 3\alpha) - \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) \right) \left(\sin\left(\frac{\pi}{2} + 3\alpha\right) + \cos(\pi + \alpha) \right)}{1 + \cos(\pi - 2\alpha)} = -\sin 4\alpha.$$

4.** Найдите наибольшее значение выражения $\sqrt{3} \sin \alpha + \cos \alpha$.

Контрольная работа № 6

Тема. *Тригонометрические уравнения и неравенства*

1.° Решите уравнение:

$$1) \sin 4x = -\frac{\sqrt{2}}{2}; \quad 2) \cos\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) = 0; \quad 3) \cos 3x + \cos x = 0.$$

2.° Решите неравенство:

$$1) \cos x < \frac{1}{2}; \quad 2) \operatorname{tg} x > -\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

3.° Решите уравнение:

$$\begin{aligned} 1) 3 \cos^2 x + 7 \sin x - 5 &= 0; \\ 2) 2 \sin^2 x + 1,5 \sin 2x - 3 \cos^2 x &= 1; \\ 3) \sin x + \sin 3x + \cos x &= 0. \end{aligned}$$

4.** Решите уравнение $\sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x = 2 \cos 3x$.

Контрольная работа № 7

Тема. *Обобщение и систематизация знаний учащихся*

1.° Найдите область определения функции $y = \sqrt[4]{2 \sin x - 1}$.

2.° Вычислите значение выражения $16^{-0.75} \cdot 8^{-\frac{5}{12}} \cdot 4^{\frac{5}{8}}$.

3.° Решите уравнение:

$$1) \sqrt{3x - 2} + 2 = x; \quad 2) \sin x + \sqrt{3} \cos x = 0.$$

4.* Сравните $\sqrt[4]{3}$ и $\sqrt[6]{2\sqrt{7}}$.

5.° Докажите тождество:

$$\left(\frac{\cos \alpha}{\cos 4\alpha} - \frac{\sin \alpha}{\sin 4\alpha} \right) \cdot \frac{\cos 6\alpha - \cos 10\alpha}{\sin 3\alpha} = 4 \sin 2\alpha.$$

6.* Найдите корни уравнения:

$$1) \cos 2x - 2 \cos x + 1 = 0; \quad 2) \sqrt[3]{x+4} - \sqrt{x+4} = 2.$$

7.** Постройте график функции $y = \operatorname{tg} x + \cos x$.

Вариант 2

Контрольная работа № 1

Тема. *Множества. Функция и ее основные свойства*

- 1.° Найдите пересечение и объединение множеств A и B , где A — множество делителей числа 12, B — множество делителей числа 30.
- 2.° Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{(x-8)(x+9)}{x-1}}$.
- 3.° Задайте функцию, обратную функции $y = 3x - 1$.
- 4.* Постройте график функции $y = -2\sqrt{x} + 4$. Пользуясь построенным графиком, найдите:
- 1) нули функции;
 - 2) промежутки знакопостоянства;
 - 3) промежутки возрастания и промежутки убывания;
 - 4) область значений функции.
- 5.* Исследуйте на четность функцию:
- 1) $f(x) = 6x^6 - 5x^2$;
 - 2) $f(x) = x^3 - 5x^5$;
 - 3) $f(x) = x^4 - x$.
- 6.* Найдите множество решений неравенства:
- 1) $(x+8)(x+2)^2(x-4) < 0$;
 - 2) $\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 12x + 36} > 0$.
- 7.** Решите неравенство $\frac{(x-2)(x-3)^4}{(x-1)^5} \leq 0$.

Контрольная работа № 2

Тема. *Степенная функция. Корень n -й степени и его свойства*

- 1.° Функция задана формулой $f(x) = x^{19}$. Сравните:
- 1) $f(3,6)$ и $f(1,8)$;
 - 3) $f(-5,4)$ и $f(5,4)$;
 - 2) $f(-1,7)$ и $f(-2,5)$;
 - 4) $f(0,9)$ и $f(-0,2)$.
- 2.° Найдите значение выражения:
- 1) $5\sqrt[4]{16} - 2\sqrt[3]{-216} - \sqrt[6]{64}$;
 - 3) $\sqrt[6]{3^{12} \cdot 2^{18}}$;
 - 2) $\sqrt[3]{8 \cdot 125}$;
 - 4) $\frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{243}}$.
- 3.° Решите уравнение:
- 1) $x^3 = 27$;
 - 3) $x^6 = 64$;
 - 5) $x^5 = -32$;
 - 7) $\sqrt[5]{x} = 1$;
 - 2) $x^7 = 10$;
 - 4) $x^8 = 3$;
 - 6) $x^4 = -16$;
 - 8) $\sqrt[6]{x} = -3$.

- 4.* Найдите наибольшее и наименьшее значения функции $y = x^{-3}$ на промежутке $[-3; -1]$.
- 5.* Упростите выражение:
- 1) $\sqrt[28]{a^7}$; 3) $\sqrt[6]{m^6}$, если $m \leq 0$;
- 2) $\sqrt[5]{b^3} \sqrt[4]{b^3}$; 4) $\sqrt[10]{(x-2)^{10}}$, если $x \geq 2$.
- 6.* Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:
- 1) $\frac{1}{\sqrt[4]{8}}$; 2) $\frac{6}{\sqrt[3]{5+1}}$.
- 7.** Упростите выражение $\left(\frac{3\sqrt[6]{x}-2}{\sqrt[6]{x}+2} - \frac{2\sqrt[3]{x}-14\sqrt[6]{x}}{\sqrt[3]{x}-4} - \frac{\sqrt[6]{x}+3}{\sqrt[6]{x}-2} \right) \cdot \frac{4}{\sqrt[6]{x}+2}$.

Контрольная работа № 3

Тема. *Степень с рациональным показателем и ее свойства.*

Иррациональные уравнения

- 1.° Найдите значение выражения:
- 1) $3 \cdot 81^{\frac{1}{4}}$; 2) $32^{-\frac{1}{5}}$; 3) $16^{1,25}$; 4) $\left(6\frac{1}{4}\right)^{-0,5}$.
- 2.° Представьте выражение в виде степени или произведения степеней:
- 1) $c^{3,8} \cdot c^{1,2}$; 3) $\left(c^{\frac{15}{28}}\right)^{\frac{14}{45}}$; 5) $(c^{0,6})^6 \cdot (c^{0,4})^{-7} : (c^{-1,6})^{-3}$;
- 2) $c^{-\frac{4}{9}} c^{\frac{11}{18}}$; 4) $c^{\frac{5}{8}} : c^{\frac{1}{6}}$; 6) $\left(b^{\frac{7}{30}} c^{\frac{3}{10}}\right)^{\frac{10}{21}}$.
- 3.° Решите уравнение $\sqrt{2x+48} = -x$.
- 4.* Сократите дробь:
- 1) $\frac{x+7x^{\frac{2}{5}}}{x^{\frac{1}{5}}+7}$; 2) $\frac{a^{\frac{1}{3}}-b^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{1}{6}}-b^{\frac{1}{6}}}$; 3) $\frac{m^{\frac{1}{2}}n^{\frac{1}{4}}+3m^{\frac{1}{4}}n^{\frac{1}{2}}}{m^{\frac{1}{2}}+6m^{\frac{1}{4}}n^{\frac{1}{4}}+9n^{\frac{1}{2}}}$.
- 5.* Решите уравнение $\sqrt{x-2} + \sqrt[4]{x-2} = 20$.
- 6.* Упростите выражение $\frac{a+b}{a^{\frac{5}{3}}b^{\frac{5}{3}}} \cdot \frac{a^2b^3 - a^3b^2}{a^3 - a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}}$.
- 7.** Решите уравнение $\sqrt{2x+7} - \sqrt{2-x} = 2$.

Контрольная работа № 4

Тема. *Тригонометрические функции и их свойства. Соотношение между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента*

- 1.° Найдите значение выражения $3 \operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{6}\right) \operatorname{ctg} \frac{\pi}{3} + \sin \frac{3\pi}{2} - 4 \cos \frac{\pi}{4}$.
- 2.° Упростите выражение:
 - 1) $\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi + \operatorname{ctg}^2 \varphi$;
 - 2) $\frac{\cos^2 \alpha - 1}{1 - \sin^2 \alpha} - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{ctg} \alpha$.
- 3.° Определите знак выражения:
 - 1) $\cos 156^\circ \sin(-350^\circ) \operatorname{ctg} 230^\circ$;
 - 2) $\cos \frac{13\pi}{15} \operatorname{ctg} \frac{23\pi}{18}$.
- 4.° Исследуйте на четность функцию:
 - 1) $f(x) = x^3 - 5 \sin x$;
 - 2) $f(x) = \operatorname{tg}^2 x + 3 \cos x$.
- 5.° Постройте график функции $f(x) = \sin \frac{x}{2}$, укажите ее промежутки возрастания и убывания.
- 6.° Упростите выражение:
 - 1) $\operatorname{tg} x - \frac{\cos x}{1 - \sin x}$;
 - 2) $\frac{\cos^2(-\alpha)}{1 + \sin(-\alpha)}$.
- 7.° Найдите наибольшее и наименьшее значения выражения:

$$6 \cos^2 \alpha - 3 \sin^2 \alpha.$$
- 8.** Постройте график функции $y = \sqrt{\cos x} - 1$.

Контрольная работа № 5

Тема. *Формулы сложения и их следствия*

- 1.° Упростите выражение:
 - 1) $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)$;
 - 2) $\cos 6\varphi \cos 4\varphi - \sin 6\varphi \sin 4\varphi$;
 - 3) $\frac{2 \cos^2 \alpha}{\sin 2\alpha}$;
 - 4) $\frac{\sin 6\alpha - \sin 2\alpha}{\cos 6\alpha + \cos 2\alpha}$;
 - 5) $\operatorname{tg}(\pi + \alpha) - \operatorname{ctg}\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$;
 - 6) $2 \cos 4\alpha \cos \alpha - \cos 3\alpha$.
- 2.° Дано: $\cos \alpha = 0,6$, $\sin \beta = -0,8$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$, $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$.
Найдите $\cos(\alpha + \beta)$.

3.* Докажите тождество:

$$1) \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 + \operatorname{tg} \alpha} + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha;$$

$$2) \frac{\left(\cos(2\pi - \alpha) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} + 5\alpha\right) \right) \left(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \sin(\pi + 5\alpha) \right)}{1 + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 6\alpha\right)} = \sin 4\alpha.$$

4.** Найдите наименьшее значение выражения $\cos \alpha - \sqrt{3} \sin \alpha$.

Контрольная работа № 6

Тема. *Тригонометрические уравнения и неравенства*

1.° Решите уравнение:

$$1) \cos 6x = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \quad 2) \sin\left(\frac{x}{3} + \frac{\pi}{6}\right) = -1; \quad 3) \sin 5x + \sin x = 0$$

2.° Решите неравенство:

$$1) \sin x > \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad 2) \operatorname{ctg} x < -1.$$

3.* Решите уравнение:

$$\begin{aligned} 1) 4\sin^2 x - 11\cos x - 1 &= 0; \\ 2) 3\sin^2 x - \sin 2x - \cos^2 x &= 2; \\ 3) \cos x - \cos 3x + \sin x &= 0. \end{aligned}$$

4.** Решите уравнение $\sin 3x - \cos 3x = \sqrt{2} \sin x$.

Контрольная работа № 7

Тема. *Обобщение и систематизация знаний учащихся*

1.° Найдите область определения функции $y = \sqrt[6]{2\cos x - \sqrt{2}}$.

2.° Вычислите значение выражения $81^{-2.25} \cdot 9^{-\frac{2}{3}} \cdot 27^{\frac{25}{9}}$.

3.° Решите уравнение:

$$1) \sqrt{7-x} + x = 5; \quad 2) \sqrt{3} \sin x - \cos x = 0.$$

4.* Сравните $\sqrt[3]{5}$ и $\sqrt{2\sqrt[3]{3}}$.

5.* Докажите тождество:

$$\left(\frac{\cos 6\alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin 6\alpha}{\cos \alpha} \right) \cdot \frac{\sin 10\alpha - \sin 6\alpha}{\cos 5\alpha} = 4 \cos 8\alpha.$$

6.* Найдите корни уравнения:

$$1) \cos 2x - 2 \sin x - 1 = 0; \quad 2) \sqrt[3]{1-x} + 2\sqrt[4]{1-x} = 3.$$

7.** Постройте график функции $y = \operatorname{ctg} x \cdot |\sin x|$.

ИТОГОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Итоговая контрольная работа № 1

Тема. *Функции, уравнения, неравенства. Степенная функция*

Вариант 1

Часть первая

Задания 1 – 16 содержат по четыре варианта ответов, из которых только ОДИН ответ ПРАВИЛЬНЫЙ. Выберите правильный ответ и отметьте его в бланке ответов.

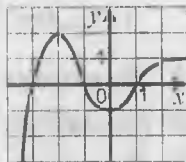
1. Какова область определения функции $f(x) = \sqrt{1-x^2}$?

- А) R ; Б) $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$; В) $(-\infty; 1]$; Г) $[-1; 1]$.

2. Найдите нули функции $y = x - \frac{4}{x}$.

- А) 4; Б) -2; 2; В) -4; 4; Г) 2.

3. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на множестве действительных чисел. Укажите промежутки убывания функции.



- А) $[-2; 0]$; Б) $[-1; 2]$; В) $[-1; 1]$; Г) $[-2; 1]$.

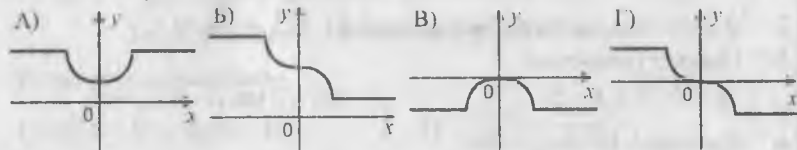
4. Область значений которой из функций состоит из одного числа?

- А) $y = \sqrt[4]{-x}$; Б) $y = \sqrt[3]{-x}$; В) $y = \sqrt[4]{-x^2}$; Г) $y = \sqrt[3]{-x^2}$.

5. Какая из данных функций является четной?

- А) $y = x^2 - 1$; Б) $y = x - 1$; В) $y = \sqrt{x} - 1$; Г) $y = \frac{2}{x}$.

6. На каком из рисунков изображен график нечетной функции?



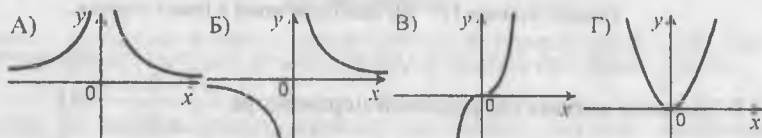
7. Какая функция является обратной к функции $y = x + 4$?

- А) $y = -x + 4$; Б) $y = -x - 4$; В) $y = x + 4$; Г) $y = x - 4$.

8. Множеством решений которого из неравенств является промежуток $[-4; 3]$?

- А) $(x+4)(x-3) \leq 0$; Б) $(x+4)(x-3) < 0$; В) $\frac{x+4}{x-3} \leq 0$; Г) $\frac{x+4}{x-3} < 0$.

9. Укажите рисунок, на котором изображен график функции $y = x^{-3}$.



10. Дана функция $f(x) = x^6$. Сравните $f(-3,4)$ и $f(-2,8)$.

А) $f(-3,4) > f(-2,8)$;

В) $f(-3,4) = f(-2,8)$;

Б) $f(-3,4) < f(-2,8)$;

Г) сравнить невозможно.

11. Найдите значение выражения $\sqrt[3]{0,027 \cdot 2^9}$.

А) 1,2;

Б) 0,12;

В) 0,24;

Г) 2,4.

12. Вычислите значение выражения $\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{125} - \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{2}}$.

А) 2;

Б) 3;

В) 4;

Г) 5.

13. Упростите выражение $\sqrt[3]{b\sqrt{b}}$.

А) $\sqrt[5]{b^3}$;

Б) $\sqrt[6]{b}$;

В) $\sqrt{b}$;

Г) $\sqrt[3]{b}$.

14. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби $\frac{5}{\sqrt[3]{9}}$.

А) $\frac{5\sqrt[3]{9}}{9}$;

Б) $\frac{5\sqrt[3]{9}}{3}$;

В) $\frac{5\sqrt[3]{3}}{3}$;

Г) $\frac{5\sqrt[3]{3}}{9}$.

15. Упростите выражение $\frac{x^{\frac{3}{4}}x^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{4}}}$.

А) $x^{\frac{5}{2}}$;

Б) x^4 ;

В) x^4 ;

Г) x .

16. Сократите дробь $\frac{a^{1,5}b + ab^{1,5}}{ab^{0,5} + a^{0,5}b}$.

А) ab ;

Б) $a^{0,5}b^{0,5}$;

В) $a + b$;

Г) $a^{0,5} + b^{0,5}$.

Часть вторая

Решите задания 17 – 20. Запишите ответ в бланк ответов.

17. Найдите множество решений неравенства $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 + 5x + 4} \geq 1$.

18. Упростите выражение $\left(\frac{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} - \frac{1}{\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b}} \right) : \frac{2\sqrt[4]{b}}{\sqrt{a} + 2\sqrt[4]{ab} + \sqrt{b}}$.

19. Какова область определения функции

$$y = \sqrt[6]{x^2 - x - 2} + (x^2 - x - 2)^{-\frac{1}{6}}?$$

20. Решите уравнение $\sqrt{4x^2 - 3x - 1} = x + 1$.

Часть третья

Решение задач 21 и 22 должно содержать обоснование, в нем надо записать последовательные логические действия и объяснения.

21. Найдите функцию, обратную функции $y = \frac{x-4}{x}$. Постройте график найденной функции и укажите ее промежутки возрастания.

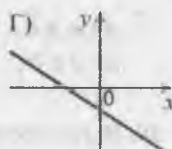
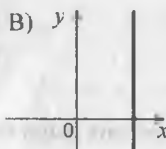
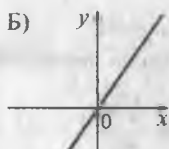
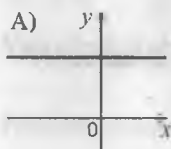
22. Решите уравнение $x^2 + 2\sqrt{x^2 - 3x + 11} = 3x + 4$.

Вариант 2

Часть первая

Задания 1–16 содержат по четыре варианта ответов, из которых только ОДИН ответ ПРАВИЛЬНЫЙ. Выберите правильный ответ и отметьте его в бланке ответов.

1. Какая из изображенных прямых не может служить графиком функции?



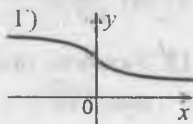
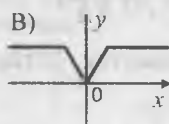
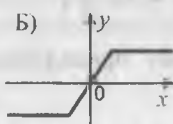
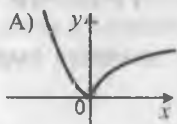
2. График функции $y = \sqrt[3]{x}$ сжали в 3 раза к оси ординат и перенесли на 4 единицы вверх. График какой функции был получен?

А) $y = \sqrt[3]{3x} + 4$; Б) $y = \sqrt[3]{3x} - 4$; В) $y = \sqrt[3]{\frac{1}{3}x} + 4$; Г) $y = \sqrt[3]{\frac{1}{3}x} - 4$.

3. Функция $f(x) = x^2$ определена на множестве D . В каком из приведенных случаев эта функция является обратимой?

А) $D = \mathbb{R}$; Б) $D = [-1; 1]$; В) $D = (-1; 1]$; Г) $D = [-1; 0]$.

4. На каком из рисунков изображен график четной функции?



5. Укажите пару равносильных уравнений.

А) $(4x - 1)^2 = (3x + 4)^2$ и $4x - 1 = 3x + 4$; Б) $\frac{x^2}{x-3} = \frac{9}{x-3}$ и $x^2 = 9$;

Б) $2x - 3 = 5 - 2x$ и $\frac{2x-3}{x-1} = \frac{5-2x}{x-1}$; Г) $\sqrt{x-1} = x$ и $x-1 = x^2$.

6. Решите неравенство $(x+2)(x-1)(3-x) < 0$.

А) $(-\infty; -3) \cup (-1; 2)$;

В) $(-\infty; -2) \cup (1; 3)$;

Б) $(-3; -1) \cup (2; +\infty)$;

Г) $(-2; 1) \cup (3; +\infty)$.

7. Среди данных функций укажите степенную.

А) $y = x^6$;

Б) $y = \frac{x}{6}$;

В) $y = \frac{6}{x}$;

Г) $y = 6x$.

8. Укажите верное утверждение, если $f(x) = x^{-7}$.

- А) $f(1,1) > f(-1,1) > f(-2,1)$; В) $f(-2,1) > f(-1,1) > f(1,1)$;
Б) $f(1,1) > f(-2,1) > f(-1,1)$; Г) $f(-1,1) > f(-2,1) > f(1,1)$.

9. Укажите все значения a , при которых выполняется равенство

$$\sqrt[8]{a^8} = a.$$

- А) $a \geq 0$; В) $a = 0$;
Б) $a \leq 0$; Г) таких значений не существует.

10. Вычислите значение выражения $\frac{\sqrt[4]{80}}{\sqrt[4]{5}}$.

- А) 4; Б) 8; В) 16; Г) 2.

11. Вынесите множитель из-под знака корня $\sqrt[6]{a^7 b^7}$, если $a < 0$ и $b < 0$.

- А) $ab\sqrt[6]{ab}$; Б) $-ab\sqrt[6]{ab}$; В) $ab\sqrt[6]{-ab}$; Г) $-ab\sqrt[6]{-ab}$.

12. Сократите дробь $\frac{\sqrt{a} + \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{ab} + \sqrt{b}}$.

- А) $\sqrt{\frac{a}{b}}$; Б) $\sqrt[4]{\frac{a}{b}}$; В) $\frac{a}{b}$; Г) $\sqrt{a} + \sqrt{b}$.

13. Укажите промежуток, которому принадлежит значение выражения $3\sqrt[3]{2}$.

- А) (2; 3); Б) (3; 4); В) (4; 5); Г) (5; 6).

14. Какова область определения функции $y = (x - 8)^{-0,4}$?

- А) R ; Б) $\emptyset$; В) $(8; +\infty)$; Г) $[8; +\infty)$.

15. Представьте в виде степени выражение $\frac{y^{\frac{5}{6}} y^{\frac{2}{3}}}{y^{-0,5}}$.

- А) y^2 ; Б) y ; В) $y^{\frac{1}{2}}$; Г) $y^{-\frac{1}{2}}$.

16. Решите уравнение $\sqrt{x+6} = -x$.

- А) -2; Б) -2; 3; В) 3; Г) корней нет.

Часть вторая

Решите задания 17 – 20. Запишите ответ в бланк ответов.

17. Найдите множество решений неравенства $(x+9)(x-5)^2(x-8) \leq 0$.

18. Вычислите значение выражения $\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2-\sqrt{3}} \cdot \sqrt[4]{8+4\sqrt{3}}$.

19. Упростите выражение $\frac{a-1}{a+a^{\frac{1}{2}}+1} : \frac{a^{\frac{1}{2}}+1}{a^{\frac{3}{2}}-1}$.

20. Решите уравнение $\sqrt[5]{x} + 3\sqrt[10]{x} - 10 = 0$.

Часть третья

Решение задач 21 и 22 должно содержать обоснование, в нем надо записать последовательные логические действия и объяснения.

21. Решите неравенство $\frac{4}{x+4} + \frac{1}{x+1} \geq 1$.

22. Постройте график функции $y = \begin{cases} x^3, & \text{если } x \geq 0, \\ -\sqrt[3]{x}, & \text{если } x < 0. \end{cases}$

Пользуясь построенным графиком, укажите промежутки возрастания и промежутки убывания функции.

Вариант 3

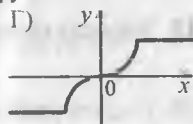
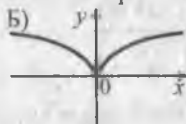
Часть первая

Задания 1–16 содержат по четыре варианта ответов, из которых только ОДИН ответ ПРАВИЛЬНЫЙ. Выберите правильный ответ и отметьте его в бланке ответов.

1. Какая из данных функций является возрастающей на множестве $\mathbb{R}$?

- А) $y = x^2$; Б) $y = \sqrt[3]{x}$; В) $y = \sqrt{x}$; Г) $y = -\frac{2}{x}$.

2. На каком из рисунков изображен график нечетной функции?



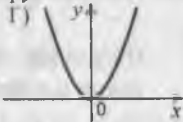
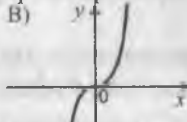
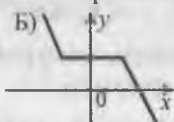
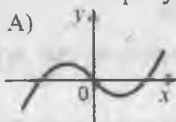
3. Какова область определения функции $y = \sqrt[3]{\frac{x^2}{x-1}}$?

- А) $(-\infty; 0] \cup (1; +\infty)$; В) $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$;
Б) $(1; +\infty)$; Г) $(1; +\infty) \cup \{0\}$.

4. Какое из данных уравнений равносильно уравнению $\frac{1}{x} = 0$?

- А) $\sqrt{x} = -x$; Б) $x^3 = -4$; В) $x^{\frac{1}{2}} = 0$; Г) $x^{-\frac{1}{3}} = -1$.

5. На каком из рисунков изображен график обратимой функции?



6. Решите неравенство $\frac{x+2}{x-4} \leq 0$.

- А) $[-2; 4]$; Б) $[-4; 2]$; В) $[-2; 4)$; Г) $(-4; 2]$.

7. Решите уравнение $x^4 = 2$.

- А) $\frac{1}{2}$; Б) $-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}$; В) $\sqrt[4]{2}$; Г) $-\sqrt[4]{2}; \sqrt[4]{2}$.

8. При каком из указанных условий выполняется равенство

$$(\sqrt[4]{a})^4 \cdot \sqrt[4]{b^4} = -ab?$$

- А) $a > 0$ и $b > 0$; В) $a < 0$ и $b > 0$;
Б) $a > 0$ и $b < 0$; Г) $a < 0$ и $b < 0$.

9. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби $\frac{24}{\sqrt[3]{8}}$.

- А) $3\sqrt[3]{2}$; Б) $3\sqrt[3]{8}$; В) $12\sqrt[3]{2}$; Г) $12\sqrt[3]{4}$.

10. Сравните $5\sqrt[3]{2}$ и $\sqrt[3]{250}$.

А) $5\sqrt[3]{2} < \sqrt[3]{250}$;

В) $5\sqrt[3]{2} > \sqrt[3]{250}$;

Б) $5\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{250}$;

Г) сравнить невозможно.

11. Вычислите значение выражения $16^{\frac{5}{4}} + (0,125)^{-\frac{2}{3}}$.

А) 36;

Б) 32;

В) 57;

Г) 40.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = x^{-2}$ на промежутке $[-3; -2]$.

А) 9;

Б) $\frac{1}{9}$;

В) 4;

Г) $\frac{1}{4}$.

13. Укажите область определения функции $y = (1-x)^{-\frac{1}{5}}$.

А) $(-\infty; 1)$;

Б) $(-\infty; 1]$;

В) $[1; +\infty)$;

Г) $(1; +\infty)$.

14. Представьте в виде степени выражение $\left(a^{\frac{2}{3}}\right)^{12}$.

А) a^6 ;

Б) a^{21} ;

В) a^8 ;

Г) a^{18} .

15. Сократите дробь $\frac{a - a^{\frac{2}{7}}}{a^{\frac{5}{7}} - 1}$.

А) $a^{\frac{2}{7}}$;

Б) $a^{\frac{5}{7}}$;

В) $a^{\frac{2}{7}} - 1$;

Г) $a^{\frac{2}{7}} + 1$.

16. Найдите сумму корней уравнения $\sqrt[6]{x-1} \cdot \sqrt[5]{x+2} \cdot \sqrt[4]{3-x} = 0$.

А) 4;

Б) 6;

В) 2;

Г) 3.

Часть вторая

Решите задания 17 – 20. Запишите ответ в бланк ответов.

17. Найдите функцию, обратную функции $y = \frac{x^3 - 2}{3}$.

18. Решите уравнение $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+15} = 2$.

19. Чему равно значение выражения $\sqrt[3]{1+\sqrt{2}} \cdot \sqrt[6]{3-2\sqrt{2}}$?

20. Решите неравенство $\frac{4-x}{x-5} > \frac{1}{1-x}$.

Часть третья

Решение задач 21 и 22 должно содержать обоснование, в нем надо записать последовательные логические действия и объяснения.

21. Докажите, что функция $f(x) = \frac{6}{5-x}$ возрастает на промежутке $(5; +\infty)$.

22. Установите графически количество корней уравнения:

$$x^{-2} = 5 - 2x.$$

Вариант 4

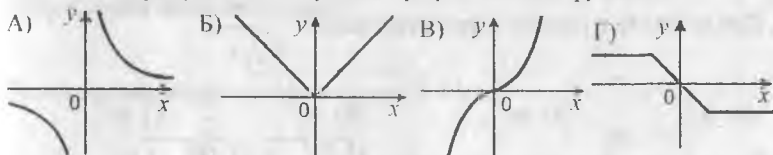
Часть первая

Задания 1 – 16 содержат по четыре варианта ответов, из которых только ОДИН ответ ПРАВИЛЬНЫЙ. Выберите правильный ответ и отметьте его в бланке ответов.

1. Какая из данных функций убывает на промежутке $(0; +\infty)$?

- А) $y = x^6$; Б) $y = -\frac{6}{x}$; В) $y = x^{-6}$; Г) $y = \frac{x}{6}$.

2. На каком из рисунков изображен график четной функции?



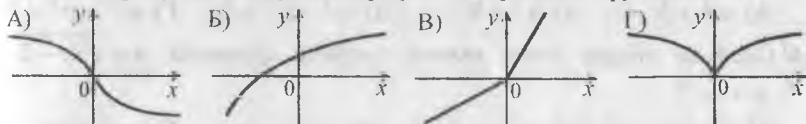
3. Функция $y = f(x)$ является нечетной. Найдите $f(-6)$, если $f(6) = -2$.

- А) 0; Б) -2; В) 2; Г) найти невозможно.

4. Какова область определения функции $y = \sqrt[4]{\frac{x}{(x-1)^2}}$?

- А) $(1; +\infty)$; Б) $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$; В) $[0; 1) \cup (1; +\infty)$; Г) $[0; +\infty)$.

5. На каком рисунке изображен график необратимой функции?



6. Каково множество решений неравенства $\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$?

- А) $(-\infty; 2)$; Б) $(2; +\infty)$; В) $(0; 2)$; Г) $(-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$.

7. Сколько корней имеет уравнение $(x-3)(x-5)\sqrt{2-x} = 0$?

- А) один; Б) два; В) три; Г) ни одного.

8. Вычислите значение выражения $\left(\frac{1}{3}\sqrt[3]{3}\right)^3$.

- А) 9; Б) 1; В) $\frac{1}{3}$; Г) $\frac{1}{9}$.

9. Найдите координаты точки пересечения графика функции $y = x^5 + 32$ с осью абсцисс.

- А) $(2; 0)$; Б) $(-2; 0)$; В) $(0; 2)$; Г) $(0; -2)$.

10. Известно, что $a < 0$ и $b > 0$. Какое из данных равенств верно?

А) $\sqrt[6]{-ab} = \sqrt[6]{-a} \cdot \sqrt[6]{b}$;

В) $\sqrt[6]{-ab} = \sqrt[6]{-a} \cdot \sqrt[6]{-b}$;

Б) $\sqrt[6]{-ab} = \sqrt[6]{a} \cdot \sqrt[6]{-b}$;

Г) $\sqrt[6]{-ab} = \sqrt[6]{a} \cdot \sqrt[6]{b}$.

11. Сравните $2\sqrt[4]{3}$ и $\sqrt[4]{45}$.

А) $2\sqrt[4]{3} < \sqrt[4]{45}$;

В) $2\sqrt[4]{3} > \sqrt[4]{45}$;

Б) $2\sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{45}$;

Г) сравнить невозможно.

12. Представьте в виде степени выражение $\frac{m\sqrt{m}}{\sqrt[3]{\sqrt{m}}}$.

А) $m^{\frac{4}{3}}$;

Б) $m^{\frac{5}{6}}$;

В) $m^{\frac{7}{6}}$;

Г) $m^{\frac{1}{3}}$.

13. Чему равно значение выражения $\sqrt[3]{\sqrt{52}-5} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{52}+5}$?

А) 1;

Б) 2;

В) 3;

Г) 4.

14. Упростите выражение $a^{0,6} a^{4,4} a^{-3}$.

А) a^8 ;

Б) a^2 ;

В) a^{-2} ;

Г) a^3 .

15. Сократите дробь $\frac{a+27}{a^{\frac{1}{3}}+3}$.

А) $a^{\frac{1}{3}}+3$;

Б) $a^{\frac{2}{3}}+9$;

В) $a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}+9$;

Г) $a^{\frac{2}{3}}+a^{\frac{1}{3}}+9$.

16. Сколько общих точек имеют графики функций $y = \sqrt{3x-2}$ и $y = -x$?

А) три;

Б) две;

В) одну;

Г) ни одной.

Часть вторая

Решите задания 17 – 20. Запишите ответ в бланк ответов.

17. Упростите выражение $\frac{a+5a^{\frac{1}{8}}}{a^{\frac{7}{8}}+5} \cdot \frac{a^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{4}}}{a^{\frac{1}{8}}+b^{\frac{1}{8}}}$.

18. Решите неравенство $\frac{x^2-3x-4}{x^2+4x+3} \leq 0$.

19. Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби $\frac{23}{3-\sqrt[3]{4}}$.

20. Найдите функцию, обратную функции $y = \frac{\sqrt[5]{x}-7}{5}$.

Часть третья

Решение задач 21 и 22 должно содержать обоснование, в нем надо записать последовательные логические действия и объяснения.

21. Постройте график функции $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt[6]{x^6}} + 2$. Пользуясь построенным графиком, найдите промежутки убывания и промежутки возрастания данной функции.

22. Решите уравнение $\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-12} = 1$.

Итоговая контрольная работа № 2

Тема. Тригонометрические функции. Тригонометрические уравнения и неравенства

Вариант 1

Часть первая

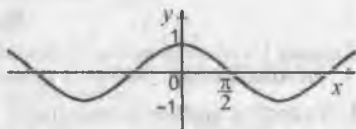
Задания 1 – 16 содержат по четыре варианта ответов, из которых только ОДИН ответ ПРАВИЛЬНЫЙ. Выберите правильный ответ и отметьте его в бланке ответов.

1. Вычислите значение выражения $2\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) + 4\cos\frac{2\pi}{3}$.
А) -4 ; Б) 2 ; В) 0 ; Г) -1 .
2. Укажите верное неравенство.
А) $\sin 160^\circ < 0$; Б) $\cos 250^\circ > 0$; В) $\operatorname{tg} 140^\circ > 0$; Г) $\operatorname{ctg} 200^\circ > 0$.
3. Какая из данных функций является нечетной?
А) $y = \frac{1}{\cos x}$; Б) $y = \sqrt{\cos x}$; В) $y = x + \cos x$; Г) $y = x \cos x$.
4. Чему равно наименьшее значение выражения $1 - 2\cos \alpha$?
А) -2 ; Б) -1 ; В) 0 ; Г) 1 .
5. Упростите выражение $\frac{1 - \cos^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}$.
А) -1 ; Б) 1 ; В) $\operatorname{tg}^2 \alpha$; Г) $\operatorname{ctg}^2 \alpha$.
6. Найдите значение выражения $\cos 37^\circ \cos 23^\circ - \sin 37^\circ \sin 23^\circ$.
А) $\frac{1}{2}$; Б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; В) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; Г) 1 .
7. Упростите выражение $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \sin(\pi - \alpha)$.
А) $\cos \alpha + \sin \alpha$; Б) $2\sin \alpha$; В) $\cos \alpha - \sin \alpha$; Г) 0 .
8. Известно, что $\cos(\alpha + \beta) = 0$ и $\sin \alpha = 1$. Найдите значение $\sin \beta$.
А) 2 ; Б) 1 ; В) 0 ; Г) -1 .
9. Упростите выражение $\frac{\sin 2\alpha}{\cos \alpha}$.
А) 2 ; Б) $2\cos \alpha$; В) $2\sin \alpha$; Г) $\sin \alpha \cos \alpha$.
10. Вычислите значение выражения $\frac{\cos 20^\circ - \cos 80^\circ}{\sin 20^\circ + \sin 80^\circ}$.
А) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; Б) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$; В) $\sqrt{3}$; Г) $-\sqrt{3}$.
11. Какое из данных уравнений не имеет корней?
А) $\sin x = \frac{1}{7}$; Б) $\cos x = \frac{8}{7}$; В) $\operatorname{tg} x = \frac{1}{7}$; Г) $\operatorname{ctg} x = \frac{8}{7}$.

12. График какой функции изображен на рисунке?

А) $y = \sin x$; В) $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$;

Б) $y = \sin(\pi + x)$; Г) $y = \sin(2\pi - x)$.



13. Найдите корни уравнения $\operatorname{tg} 2x = 0$.

А) $\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

В) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

Б) $\frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$;

Г) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

14. Решите уравнение $\cos \frac{x}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

А) $\pm \frac{5\pi}{2} + 6\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

В) $\pm \frac{5\pi}{18} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$;

Б) $\pm \frac{\pi}{2} + 6\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

Г) $\pm \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

15. Решите уравнение $\frac{\sin 2x}{\sin x} = 0$.

А) $\frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$; Б) $\pi k, k \in \mathbb{Z}$; В) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$; Г) корней нет.

16. Укажите множество решений неравенства $\sin x > -\frac{1}{2}$.

А) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k < x < \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; В) $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k < x < \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

Б) $-\frac{\pi}{6} + 2\pi k < x < \frac{7\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; Г) $-\frac{\pi}{3} + 2\pi k < x < \frac{4\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

Часть вторая

Решите задания 17 – 20. Запишите ответ в бланк ответов.

17. Найдите $\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{1}{4}$.

18. Упростите выражение $\operatorname{tg}^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \operatorname{tg}^2 \alpha \sin^2 \alpha$.

19. Решите уравнение $1 - \cos 6x = \sin 3x$.

20. Решите неравенство $2 \cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{x}{2}\right) \geq \operatorname{tg} \frac{3\pi}{4}$.

Часть третья

Решение задач 21 и 22 должно содержать обоснование, в нем надо записать последовательные логические действия и объяснения.

21. Постройте график функции $y = \operatorname{tg} x |\cos x|$.

22. Докажите тождество $\sin^2 2\alpha - \cos\left(\frac{\pi}{3} - 2\alpha\right) \sin\left(2\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{4}$.

Вариант 2

Часть первая

Задания 1 – 16 содержат по четыре варианта ответов, из которых только ОДИН ответ ПРАВИЛЬНЫЙ. Выберите правильный ответ и отметьте его в бланке ответов.

1. Укажите верное равенство?

А) $|\sin 2| = \sin 2$;

В) $|\sin 2| = \cos 2$;

Б) $|\sin 2| = -\sin 2$;

Г) $|\sin 2| = -\cos 2$.

2. Какая из данных функций не является ни четной, ни нечетной?

А) $y = x^2 \operatorname{tg} x$; Б) $y = x^2 + \sin x$; В) $y = x^2 + \cos x$; Г) $y = x \sin x$.

3. Областью определения периодической функции $y = f(x)$ с периодом $T = 3$ является множество действительных чисел. Чему равно значение выражения $2f(-2) + 3f(10)$, если $f(1) = 5$?

А) 25;

Б) 15;

В) 10;

Г) 5.

4. Как надо перенести параллельно график функции $y = \cos x$, чтобы получить график функции $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$?

А) на $\frac{\pi}{4}$ единиц вправо;

В) на $\frac{\pi}{4}$ единиц вверх;

Б) на $\frac{\pi}{4}$ единиц влево;

Г) на $\frac{\pi}{4}$ единиц вниз.

5. Какое из данных неравенств выполняется при всех действительных значениях x ?

А) $\cos x < 0,99$;

Б) $\cos x > 1$;

В) $\cos x > -1$;

Г) $\cos x > -1,1$.

6. Вычислите значение выражения $\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + \arccos 0$.

А) $\frac{2\pi}{3}$;

Б) $\frac{7\pi}{6}$;

В) $\frac{4\pi}{3}$;

Г) $\frac{5\pi}{6}$.

7. Найдите значение выражения $\operatorname{tg} \frac{11\pi}{6}$.

А) $\sqrt{3}$;

Б) $-\sqrt{3}$;

В) $\frac{\sqrt{3}}{3}$;

Г) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$.

8. График какой функции изображен на рисунке?

А) $y = \sin(\pi - x)$;

Б) $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$;

В) $y = \cos(\pi - x)$;

Г) $y = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.



9. Каково множество значений функции $y = (\sin x + \cos x)^2$?

А) $[0; 1]$;

Б) $[0; 2]$;

В) $[1; 2]$;

Г) $[1; 3]$.

10. Чему равно значение выражения $\cos^2 \frac{\pi}{12} - \sin^2 \frac{\pi}{12}$?

- А) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; Б) $\frac{1}{2}$; В) 0; Г) 1.

11. Упростите выражение $\cos 8\alpha \cos 6\alpha - \sin 8\alpha \sin 6\alpha$.

- А) $\cos 2\alpha$; Б) $\sin 2\alpha$; В) $\cos 14\alpha$; Г) $\sin 14\alpha$.

12. Упростите выражение $\frac{\cos 4\alpha + \cos 2\alpha}{\cos \alpha}$.

- А) $2\cos 4\alpha$; Б) $\cos 4\alpha$; В) $2\cos 3\alpha$; Г) $\cos 3\alpha$.

13. Решите уравнение $2\cos^2 \frac{x}{2} - 1 = 2$.

- А) $\pm \arccos 2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; В) $\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;
Б) $2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; Г) корней нет.

14. Сколько корней уравнения $\sin x = 1$ принадлежат промежутку $\left[-\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{2}\right]$?

- А) ни одного; Б) один; В) два; Г) бесконечно много.

15. Решите уравнение $\arcsin x = \pi$.

- А) 0; Б) -1; В) 1; Г) корней нет.

16. Решите неравенство $\cos x > \frac{\sqrt{2}}{2}$.

- А) $\frac{\pi}{4} + 2\pi k < x < \frac{7\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; В) $-\frac{\pi}{4} + 2\pi k < x < \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
Б) $-\frac{3\pi}{4} + 2\pi k < x < \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$; Г) $\frac{\pi}{4} + 2\pi k < x < \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

Часть вторая

Решите задания 17 – 20. Запишите ответ в бланк ответов.

17. Чему равно значение выражения $\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$, если $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$?

18. Упростите выражение $\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha}$.

19. Решите уравнение $6\sin^2 x - 3\sin x \cos x - \cos^2 x = 1$.

20. Найдите наибольшее значение выражения $4\sin \alpha + 3\cos \alpha$.

Часть третья

Решение задач 21 и 22 должно содержать обоснование, в нем надо записать последовательные логические действия и объяснения.

21. Докажите тождество $3 - 4\cos(4\alpha - 3\pi) - \cos(5\pi + 8\alpha) = 8\cos^4 2\alpha$.

22. Постройте график функции $y = \cos x - \sqrt{\cos^2 x}$.

Вариант 3

Часть первая

Задания 1 – 16 содержат по четыре варианта ответов, из которых только ОДИН ответ ПРАВИЛЬНЫЙ. Выберите правильный ответ и отметьте его в бланке ответов.

1. Найдите область значений функции $y = 2\cos x + 3$.

- А) $[-1; 1]$; Б) $[2; 4]$; В) $[1; 5]$; Г) $[-5; 5]$.

2. Чему равно значение выражения $\operatorname{tg}\left(\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$?

- А) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; Б) $\frac{1}{2}$; В) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; Г) $\sqrt{3}$.

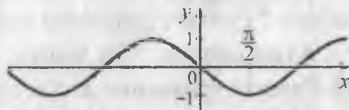
3. Какова область определения функции $y = \sqrt{x\sin 4}$?

- А) $[-1; 1]$; Б) $[0; 1]$; В) $(-\infty; 0]$; Г) $[0; +\infty)$.

4. График какой функции изображен на рисунке?

- А) $y = \sin(\pi + x)$; Б) $y = \sin(\pi - x)$;

- В) $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$; Г) $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.



5. Упростите выражение $\sin^4 \alpha + \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$.

- А) $1 + \sin^2 \alpha$; Б) $\sin^2 \alpha$; В) $\cos^2 \alpha$; Г) 1.

6. Вычислите значение выражения $\sin 52^\circ \cos 38^\circ + \cos 52^\circ \sin 38^\circ$.

- А) $\frac{1}{2}$; Б) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; В) 1; Г) 0.

7. Упростите выражение $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \operatorname{tg}(\pi + \alpha)$.

- А) -1; Б) 1; В) $\operatorname{tg}^2 \alpha$; Г) $\operatorname{ctg}^2 \alpha$.

8. Упростите выражение $\frac{\operatorname{tg} 7\alpha - \operatorname{tg} 2\alpha}{1 + \operatorname{tg} 7\alpha \operatorname{tg} 2\alpha}$

- А) $\operatorname{ctg} 9\alpha$; Б) $\operatorname{tg} 9\alpha$; В) $\operatorname{ctg} 5\alpha$; Г) $\operatorname{tg} 5\alpha$.

9. Найдите значение выражения $2\sin 75^\circ \cos 75^\circ$.

- А) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; Б) $\frac{1}{2}$; В) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$; Г) $-\frac{1}{2}$.

10. Упростите выражение $\frac{\cos 3\alpha - \cos 7\alpha}{\sin 5\alpha}$.

- А) $2\cos 2\alpha$; Б) $-2\cos 2\alpha$; В) $2\sin 2\alpha$; Г) $-2\sin 2\alpha$.

11. Какое из данных уравнений не имеет корней?

- А) $\sin x = \frac{8}{9}$; Б) $\sin x = -\frac{\pi}{6}$; В) $\sin x = \frac{\pi}{4}$; Г) $\sin x = -\frac{\pi}{3}$.

12. Решите уравнение $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} 2$.

А) 2;

В) $\arctg 2 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

Б) $2 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

Г) корней нет.

13. Найдите корни уравнения $\sin 2x = \frac{1}{2}$.

А) $\pm \frac{\pi}{12} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

В) $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$;

Б) $\pm \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$;

Г) $(-1)^k \cdot \frac{\pi}{12} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

14. Укажите все значения a , при которых неравенство $\sin x > a + 1$ имеет решения.

А) $-1 \leq a \leq 1$; Б) $a < 0$; В) $a > -2$; Г) таких значений не существует.

15. Решите неравенство $\operatorname{ctg} x \leq 1$.

А) $\frac{\pi}{4} + \pi k \leq x < \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

В) $x \geq \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

Б) $\pi k < x \leq \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

Г) $x \leq \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

16. Укажите неверное утверждение.

А) функция $y = \arctg x$ является нечетной;

Б) функция $y = \arccos x$ является четной;

В) функция $y = \arcsin x$ является нечетной;

Г) функция $y = x \arcsin x$ является четной.

Часть вторая

Решите задания 17 – 20. Запишите ответ в бланк ответов.

17. Найдите значение выражения $\sin \frac{7\pi}{8} + \cos \frac{5\pi}{8} + \operatorname{tg} \frac{7\pi}{4}$.

18. Упростите выражение $\operatorname{tg} \alpha (1 + \cos 2\alpha)$.

19. Решите уравнение $\sin 2x + \sin 6x = 3 \cos 2x$.

20. Расположите в порядке возрастания числа:

$\operatorname{tg}(-0,6), \operatorname{tg} 1,4, \operatorname{tg} 0,8, \operatorname{tg} 1,6$.

Часть третья

Решение задач 21 и 22 должно содержать обоснование, в нем надо записать последовательные логические действия и объяснения.

21. Постройте график функции $y = \cos \frac{x}{2}$. Пользуясь построенным графиком, найдите промежутки возрастания и промежутки убывания функции.

22. Упростите выражение $\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos \alpha}}$, если $\pi < \alpha < 2\pi$.

Вариант 4

Часть первая

Задания 1 – 16 содержат по четыре варианта ответов, из которых только ОДИН ответ ПРАВИЛЬНЫЙ. Выберите правильный ответ и отметьте его в бланке ответов.

1. Укажите верное неравенство.

A) $\sin 130^\circ < \cos 140^\circ$;

B) $\sin 130^\circ < \operatorname{tg} 140^\circ$;

B) $\cos 110^\circ < \sin 20^\circ$;

Г) $\cos 110^\circ < \cos 180^\circ$.

2. Чему равно значение выражения $\sin\left(\operatorname{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\right)$?

A) $\frac{1}{2}$;

B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$;

B) $-\frac{1}{2}$;

Г) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

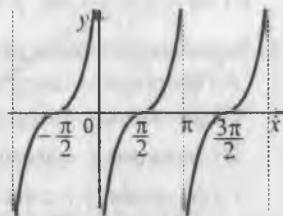
3. Какая из данных функций является нечетной?

A) $y = x \cos x$; B) $y = x - \cos x$; B) $y = \sqrt{\sin x}$; Г) $y = x^3 \sin x$.

4. График какой функции изображен на рисунке?

A) $y = \operatorname{tg}(\pi + x)$; B) $y = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$;

B) $y = \operatorname{tg}(\pi - x)$; Г) $y = \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$.



5. Упростите выражение $\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \operatorname{ctg}^2 \alpha$.

A) $\sin^2 \alpha$; B) $\cos^2 \alpha$; B) -1 ; Г) 1 .

6. Сократите дробь $\frac{\sin 6\alpha}{2 \sin 3\alpha}$.

A) $\sin 3\alpha$;

B) $\cos 3\alpha$;

B) $\sin 2\alpha$;

Г) $\cos 2\alpha$.

7. Найдите значение $\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{6}}{4}$.

A) $-\frac{1}{4}$;

B) $-\frac{1}{2}$;

B) $\frac{1}{4}$;

Г) $\frac{1}{2}$.

8. Чему равно значение выражения $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right)$, если $\operatorname{tg} \beta = 2$?

A) -3 ;

B) 3 ;

B) $-\frac{1}{3}$;

Г) $\frac{1}{3}$.

9. Сколько корней имеет уравнение $\sin x = \sqrt[4]{0,98}$?

A) один;

B) два;

B) бесконечно много;

Г) ни одного.

10. Решите уравнение $\cos\left(3x + \frac{\pi}{2}\right) = 1$.

A) $\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$;

B) $\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$;

B) $\frac{2\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$;

Г) $-\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$.

11. Найдите корни уравнения $\operatorname{tg} \frac{x}{3} = \sqrt{3}$.

А) $\pi + \pi k, k \in \mathbb{Z}$;

В) $\frac{\pi}{9} + \frac{\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$;

Б) $\pi + 3\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

Г) $\frac{\pi}{9} + 3\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

12. Сколько корней уравнения $\sin x = 0$ принадлежат промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{4}\right]$?

А) один;

Б) два;

В) три;

Г) четыре.

13. Каково множество решений неравенства $\cos 3x < 3$?

А) $(-\infty; 1)$;

Б) $(-\infty; 3)$;

В) $(-\infty; +\infty)$;

Г) $\left(-\infty; \frac{1}{3} \arccos 3\right)$.

14. Укажите множество решений неравенства $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$.

А) $\frac{\pi}{3} + 2\pi k < x < \frac{5\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

В) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k < x < \frac{7\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

Б) $\frac{\pi}{3} + 2\pi k < x < \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;

Г) $\frac{\pi}{6} + 2\pi k < x < \frac{11\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

15. Найдите область определения функции $y = \arcsin(4x - 1)$.

А) $(-\infty; +\infty)$;

Б) $[-1; 1]$;

В) $\left[0; \frac{1}{2}\right]$;

Г) $[0; 2]$.

16. Какое из данных неравенств не имеет решений?

А) $\arcsin x > \frac{\pi}{2}$;

Б) $\arcsin x < \frac{\pi}{2}$;

В) $\arcsin x > 0$;

Г) $\arcsin x < 0$.

Часть вторая

Решите задания 17 – 20. Запишите ответ в бланк ответов.

17. Расположите в порядке возрастания числа:

$\cos 0,3, \cos 1,2, \cos 1,6, \cos(-0,2)$.

18. Упростите выражение $\frac{\sqrt{2} \cos \alpha - 2 \cos(45^\circ + \alpha)}{2 \sin(45^\circ + \alpha) - \sqrt{2} \sin \alpha}$.

19. Решите уравнение $2 \sin^2 x = 1 + \cos x$.

20. Найдите корни уравнения $\frac{1 + \cos 2x}{1 + \sin x} = 0$.

Часть третья

Решение задач 21 и 22 должно содержать обоснование, в нем надо записать последовательные логические действия и объяснения.

21. Постройте график функции $y = \frac{|\sin x|}{\sin x}$.

22. Найдите значение выражения $\cos^4 \alpha + \sin^4 \alpha$, если $\sin 2\alpha = \frac{3}{4}$.

ОТВЕТЫ И УКАЗАНИЯ К ТРЕНИРОВОЧНЫМ УПРАЖНЕНИЯМ

Вариант 1

27. 7) Указание. $\frac{2x+4}{x} = 2 + \frac{4}{x}$; 8) Указание. $\frac{2x-4}{x-3} = \frac{(2x-6)+2}{x-3} = 2 + \frac{2}{x-3}$. 43. 1) $(-\infty; -6) \cup [0; 6) \cup (6; +\infty)$; 2) $(-4; 1)$. 45. 1) Если $a=4$, то решений нет; если $a < 4$, то $a < x < 4$; если $a > 4$, то $4 < x < a$; 2) если $a \leq 4$, то $x > 4$; если $a > 4$, то $4 < x < a$ или $x > a$; 3) если $a < 4$, то $x \geq 4$ или $x = a$; если $a \geq 4$, то $x \geq 4$; 4) если $a \leq -2$, то $x < a$; если $a > -2$, то $x < -2$ или $-2 < x < a$; 5) если $a < -2$, то $x \leq a$ или $x = -2$; если $a \geq -2$, то $x \leq a$; 6) если $a = 7$, то решений нет; если $a < 7$, то $a < x \leq 7$; если $a > 7$, то $7 \leq x < a$; 7) если $a = 5$, то $x > 5$; если $a < 5$, то $a \leq x < 5$ или $x > 5$; если $a > 5$, то $x \geq a$; 8) если $a = 5$, то $x < 5$; если $a > 5$, то $x \leq 5$; если $a < 5$, то $x < a$ или $a < x \leq 5$. 54. 1) Четное; 2) нечетное; 3) нечетное; 4) может быть как четным, так и нечетным; 5) четное; 6) может быть как четным, так и нечетным. 56. 1) $a = -125$; 2) $a = 81$. 61. 1) Нечетное; 2) может быть как четным, так и нечетным; 3) четное; 4) такое неравенство не может выполняться ни при каком n . 69. 1) Если $a = 0$, то $x \geq 0$; если $a \neq 0$, то $x = 0$; 2) если $a = 0$, то x — любое число; если $a \neq 0$, то $x = 0$; 3) если $a = 0$, то x — любое число; если $a \neq 0$, то $x = 1$; 6) если $a \leq 0$, то корней нет; если $a > 0$, то $x = \sqrt[6]{\frac{3}{a}}$ или $x = -\sqrt[6]{\frac{3}{a}}$. 86. 4) $\frac{2}{3\sqrt[4]{a}}$;
- 5) $\frac{3(\sqrt[8]{a}+4)}{\sqrt[8]{a}}$; 6) $\frac{2\sqrt[6]{xy}}{2\sqrt[6]{x}+\sqrt[6]{y}}$. 87. Указание. Пусть $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} = a$, $\sqrt[3]{2-\sqrt{5}} = b$. Надо показать, что $x = a + b$ — число рациональное. Имеем: $a^3 + b^3 = 4$; $(a+b)((a+b)^2 - 3ab) = 4$; $x(x^2 + 3) = 4$, откуда $x = 1$.
100. 5) $\frac{36}{25}$; 6) $\frac{1}{9}$. 103. 1) $\frac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}}$; 2) $\frac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}$; 3) 0; 4) $\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{3}}}$;
- 5) $m^{\frac{1}{10}} - 5$. 104. 10) -3; 2. 105. 5) 4; 6) 6; 7) -4; 4; 8) 6; $\frac{22}{9}$; 9) $\frac{11+\sqrt{161}}{4}$;
- 10) 0; 11) 3. 106. 6) 5; -5. Указание. Замена $\sqrt{x^2+11} = t$; 7) 3; -4, 5;

10) 2. Указание. Замена $\sqrt{2x^2 - 8x + 12} = t$. 107. 1) 2; 2) 80; -109; 3) 10; 4) -3,4; 12,6. 108. 1) -2; 5; 2) 4. 109. 7) (3; -2), (24; 12). Указание.

Замена $\sqrt{4 - y + x} = a$, $\sqrt{9 - 2y + x} = b$. Тогда $a^2 + b^2 = 4 - y + x + 9 - 2y + x = 2x - 3y + 13 = 12 + 13 = 25$; 8) (6; 3), (-3; -1,5), $\left(\frac{12+3\sqrt{39}}{23}; 12+3\sqrt{39}\right), \left(\frac{12-3\sqrt{39}}{23}; 12-3\sqrt{39}\right)$; 9) $\left(\frac{2}{3}; -2\right)$; 10) (25; 4).

Указание. $x + y - \sqrt{x} - \sqrt{y} + 2\sqrt{xy} = (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 - (\sqrt{x} + \sqrt{y})$. Далее замена $\sqrt{x} + \sqrt{y} = t$. 111. 2) $[-4; -3] \cup \left[-\frac{1}{3}; 0\right]$; 3) $\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right]$; 4) $[2,5; 3]$;

5) $[-33; 3]$; 6) $(-\infty; -5] \cup [1; +\infty)$. 112. 3) (8; $+\infty$); 4) [9; 10]. 113. Если $a \leq 0$, то $x \geq -1$; если $a > 0$, то $-1 \leq x < \frac{1}{a^2} - 1$. 118. 5) 2.

121. 1) $-3 \leq a \leq -1$; 2) $a = 2$. 122. 1) 6; -4; 2) 5; 4; 3) выражение не принимает ни наибольшего, ни наименьшего значений. Указание.

Данное выражение не определено при $\alpha = \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 123. 1) $\left[\frac{1}{3}; 1\right]$; 2)

$\left(-\infty; -\frac{1}{5}\right] \cup [1; +\infty)$. Указание. Воспользуйтесь тем, что если a и b — числа одного знака и $a < b$, то $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$; 3) $[2; +\infty)$. 133. 1) π ; 2) 7π .

143. 1) 3; -4; 2) выражение не принимает ни наибольшего, ни наименьшего значений. Указание. Области определения данного выражения не принадлежат значения α , при которых $\sin \alpha = 0$ и $\sin^2 \alpha = 1$.

145. 1) $\cos \frac{\alpha}{2} - \sin \frac{\alpha}{2}$; 2) $-2 \operatorname{tg} \alpha$; 3) $\cos \alpha - \sin \alpha$. 146. 1) $\frac{a^2 - 1}{2}$.

Указание. Возведите обе части равенства $\sin \alpha + \cos \alpha = a$ в квадрат; 2) $\frac{a(3 - a^2)}{2}$. Указание. Воспользуйтесь формулой суммы кубов и резу-

льтатом примера (1); 3) $\frac{1 - a^4 + 2a^2}{2}$. Указание. $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)^2 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$; 4) $\frac{1 + 6a^2 - 3a^4}{4}$; 5) $\frac{2}{a^2 - 1}$;

6) $\sqrt{2 - a^2}$ или $-\sqrt{2 - a^2}$. Указание. Обозначив $\sin \alpha - \cos \alpha = x$, возведите обе части полученного равенства в квадрат. 147. 1) $\frac{29}{4}$.

Указание. Разделите числитель и знаменатель данной дроби на $\cos \alpha$;

2) $\frac{24}{13}$. 148. $\frac{13}{3}$; -4. Указание. Представьте данное выражение в виде

$3 - 4 \sin \alpha - 3 \sin^2 \alpha$. Рассмотрите функцию $f(t) = 3 - 4t - 3t^2$ при $t \in [-1; 1]$. 157. 1) 2. Указание. $\sqrt{3} \cos \alpha - \sin \alpha =$

$$= 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha \right) = 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{6} \sin \alpha \right); \quad 2) \quad 5. \quad \text{Указание.}$$

$$3 \sin \alpha + 4 \cos \alpha = \sqrt{3^2 + 4^2} \cdot \left(\frac{3}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \sin \alpha + \frac{4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} \cos \alpha \right) =$$

$$= 5 \left(\frac{3}{5} \sin \alpha + \frac{4}{5} \cos \alpha \right) = 5 \sin(\alpha + \varphi), \text{ где } \cos \varphi = \frac{3}{5}, \sin \varphi = \frac{4}{5}. \quad 170. -\frac{1}{7}$$

174. 4) 1; 5) $\operatorname{tg} 4\alpha$. 175. -2. 176. $-2 \cos \alpha$. 177. Указание. Умножьте и разделите данное произведение на $2 \cos 10^\circ$ и примените формулу синуса двойного аргумента. 183. 3) $-2 \cos 2\alpha$; 4) $\frac{\sin 2\alpha}{\sqrt{2}}$. 195. 1) $a \leq 0$,

или $a \geq \frac{\pi}{2}$, или $a = \frac{\pi}{4}$; 2) $a < -\frac{3\pi}{2}$, или $a > -\pi$, или $a = -\frac{7\pi}{6}$. 196. Если

$-1 < a \leq -\frac{1}{2}$ или $0 \leq a < 1$, то два корня; если $-\frac{1}{2} < a < 0$ или $|a| = 1$, то один корень. Указание. Рассмотрите график функции $y = \sin x$ на

промежутке $\left[0; \frac{11\pi}{6}\right]$. 203. 1) $\frac{\pi}{9}$; 2) $\frac{6\pi}{7}$. Указание. $\arccos\left(\cos \frac{8\pi}{7}\right) =$

$$= \arccos\left(\cos\left(2\pi - \frac{8\pi}{7}\right)\right); \quad 3) 2 - \pi. \quad \text{Указание. } \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} 2) = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}(2 - \pi)).$$

204. 1) $\frac{\sqrt{77}}{9}$; 2) $\frac{\sqrt{7}}{4}$; 3) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. Указание. Обозначим $\operatorname{arctg} 3 = \alpha$,

$$\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right). \text{ Тогда } \operatorname{tg} \alpha = 3, \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{3}, \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{10}{9}; \quad 4) -\frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Указание. $\cos(\operatorname{arctg}(-2)) = \cos(\pi - \operatorname{arctg} 2) = -\cos(\operatorname{arctg} 2)$. Пусть $\operatorname{arctg} 2 = \alpha$, $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Тогда $\operatorname{ctg} \alpha = 2$, $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$, $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha =$

$$= \frac{5}{4}; \quad 5) \frac{\sqrt{6}}{12}; \quad 6) \frac{1}{6}. \quad \text{Указание. } \operatorname{ctg}(\operatorname{arctg} 6) = \frac{1}{\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} 6)}.$$

206. 1) $\frac{1}{2} < x \leq 1$; 2) $-\frac{1}{6} \leq x \leq \frac{1}{3}$. Указание. Данное неравенство равно-

сильно системе $\begin{cases} \cos(\arccos 3x) \geq \cos \frac{2\pi}{3}, \\ -1 \leq 3x \leq 1; \end{cases}$ 3) $x > -\frac{2+\sqrt{3}}{5}$. 207. 5) Рис. 19;

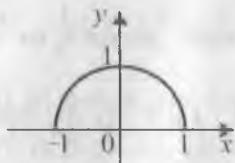


Рис. 19

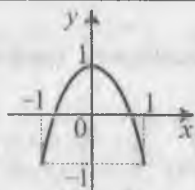


Рис. 20

б) рис. 20. Указание. $y = \cos(2\arcsin x) = 1 - 2\sin^2(\arcsin x)$. Теперь несложно показать, что графиком данной функции является дуга параболы $y = 1 - 2x^2$ при $x \in [-1; 1]$. 208. 1) $\frac{1}{2} \leq a \leq \frac{3}{2}$; 2) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k \leq a \leq \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; 3) a — любое число; 4) $0 \leq a \leq \pi$; 5) $a \neq \frac{\pi}{4}$;

б) $-\frac{\pi}{2} \leq a < 0$. 215. 1) $-\frac{\pi}{4} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; 2) πn , $n \in \mathbb{Z}$; 3) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, или $(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$; 4) $2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. 216. 1) $\pm \frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

2) $\pi + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; 3) $\frac{7\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 217. $-\frac{\pi}{2}$. 218. $\frac{3\pi}{8}$. 219. $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{2}$.

221. $x \in \left\{ \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{5}{2}, \pm 3 \right\}$. Указание. Данное уравнение равносильно

системе $\begin{cases} \cos \pi x = 0, \\ 9 - x^2 = 0, \\ 9 - x^2 \geq 0. \end{cases}$ 222. 1) $-1 \leq a \leq 1$. Указание. Решив данное урав-

нение как квадратное относительно $\sin x$, получим $\begin{cases} \sin x = a, \\ \sin x = 2a + 1. \end{cases}$ То-

гда искомое значение a — решение совокупности $\begin{cases} |a| \leq 1, \\ |2a + 1| \leq 1; \end{cases}$ 2) $a = 1$.

Указание. Данное уравнение может иметь решения только при условии $a^2 - 2a + 3 \leq 2$. Следует убедиться, что при $a = 1$ уравнение имеет решение; 3) $a = \frac{1}{2}$; 4) $-\frac{7}{2} \leq a \leq \frac{3}{2}$. Указание. Запишите данное уравнение в виде $\cos(2x + \varphi) = \frac{2a + 2}{5}$, где $\cos \varphi = \frac{4}{5}$, $\sin \varphi = \frac{3}{5}$; 5) $\frac{1}{2} \leq a \leq 1$.

223. 1) $a > 1$, или $a < -\frac{\sqrt{3}}{2}$, или $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$; 2) $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq a < 0$ или $a = 1$.

Указание. Данное уравнение равносильно совокупности

$\left[\begin{array}{l} \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \sin x = a. \end{array} \right.$ Рассмотрите график функции $y = \sin x$ на промежутке

$\left[0; \frac{4\pi}{3} \right]$. 227. 1) $-\frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{12} + \frac{\pi k}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$; 2) $\frac{\pi}{2} + \frac{4\pi k}{3} \leq x \leq \frac{5\pi}{6} + \frac{4\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$; 3) $-\frac{\pi}{4} + \pi k \leq x \leq \frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; 4) $\frac{\pi}{6} + \pi k \leq x \leq \frac{\pi}{3} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 229. 1) $x = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi(k+2n)}{2}$, $y = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi(k-2n)}{2}$ или $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi(k+2n)}{2}$, $y = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi(k-2n)}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{Z}$; 2) $x = \frac{\pi}{6} + \pi(k+n)$, $y = \frac{\pi}{6} + \pi(k-n)$ или $x = -\frac{\pi}{6} + \pi(k+n)$, $y = -\frac{\pi}{6} + \pi(k-n)$, $k \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{Z}$.

Вариант 2

43. 1) $(-\infty; -5) \cup [0; 5) \cup (5; +\infty)$; 2) $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. 45. 1) Если $a < 2$, то $a < x < 2$; если $a > 2$, то $2 < x < a$; если $a = 2$, то решений нет; 2) если $a \leq 2$, то $x > 2$; если $a > 2$, то $2 < x < a$ или $x > a$; 3) если $a < 2$, то $x = a$ или $x \geq 2$; если $a \geq 2$, то $x \geq 2$; 4) если $a \leq -4$, то $x < a$; если $a > -4$, то $x < -4$ или $-4 < x < a$; 5) если $a < -4$, то $x \leq a$ или $x = -4$; если $a \geq -4$, то $x \leq a$; 6) если $a < 3$, то $x < a$ или $x \geq 3$; если $a > 3$, то $x \leq 3$ или $x > a$; если $a = 3$, то x — любое число, отличное от 3; 7) если $a < -3$, то $a \leq x < -3$ или $x > -3$; если $a = -3$, то $x > -3$; если $a > -3$, то $x \geq a$; 8) если $a < 1$, то $x < a$ или $a < x \leq 1$; если $a = 1$, то $x < 1$; если $a > 1$, то $x \leq 1$. 54. 1) Нечетное; 2) четное; 3) четное; 4) может быть как четным, так и нечетным; 5) четное; 6) нечетное. 56. 1) $a = -1296$; 2) $a = 2$. 61. 1) Четное; 2) нечетное; 3) такое неравенство не может выполняться ни при каком n ; 4) может быть как четным, так и нечетным. 69. Если $a = 1$, то $x \geq 0$; если $a \neq 1$, то $x = 0$; 2) если $a = 0$, то x — любое число; если $a \neq 0$, то $x = 1$; 3) если $a = -2$, то $x \geq 0$; если $a \neq -2$, то $x = 1$; 6) если $a \leq 0$, то корней нет; если $a > 0$, то $x = \sqrt[8]{\frac{6}{a}}$ или $x = -\sqrt[8]{\frac{6}{a}}$. 86. 4) $-\frac{2}{3}$; 5) $\frac{5(\sqrt[19]{a}-3)}{\sqrt[19]{a}}$; 6) $\sqrt[8]{b}-7$. 100. 5) $\frac{196}{9}$; 6) $\frac{1}{32}$. 103. 2) $\frac{x^{\frac{1}{2}}-2y^{\frac{1}{2}}}{x^{\frac{1}{2}}+2y^{\frac{1}{2}}}$;

- 3) $\frac{x^{\frac{1}{6}} - 3}{2x^6}$; 4) $-\frac{1}{2}$; 5) $c^{\frac{1}{8}} + 8$. **104.** 10) 5; -4; -5. **105.** 5) 20; 6) 3; 7) -1; 2; 8) 7; 9) корней нет; 10) 4; 11) -1; $-\frac{1}{6}$. **106.** 6) 7; -7; 7) -4; 2; 10) -1; 3. **107.** 1) 1; 2) -15; 13; 3) 1; 2; 10; 4) -79; 1. **108.** 1) -3; 4; 2) 9. **109.** 7) (-10; 26). (4; 5); 8) (-4; 0), $\left(-\frac{40}{41}, -\frac{32}{41}\right)$; 9) (2; 3), $\left(-\frac{14}{9}, \frac{17}{27}\right)$; 10) $(10 + 3\sqrt{11}; 10 - 3\sqrt{11})$, $(10 - 3\sqrt{11}; 10 + 3\sqrt{11})$, (16; 4), (4; 16). **111.** 2) [9; $+\infty$); 3) [-18; -2); 4) [0; 2]; 5) $(-\infty; 2]$; 6) $\left(\frac{24}{19}; +\infty\right)$. **112.** 3) [-3; 1]; 4) (4; $+\infty$). **113.** Если $a \leq -1$, то $x \leq 2$; если $a > -1$, то $2 - \frac{1}{(a+1)^2} < x \leq 2$. **118.5** 2. **121.** 1) $3 \leq a \leq 5$; 2) $0 \leq a \leq 1$ или $2 \leq a \leq 3$. **122.** 4; -10; 2) 5; 4; 3) наибольшее значение равно 1, наименьшего значения не существует. **123.** 1) [-1; 1]; 2) $(-\infty; -3] \cup [1; +\infty)$; 3) $(-\infty; 1]$. **133.** 1) 10π ; 2) $\frac{\pi}{4}$. **143.** 1) 4; 1; 2) наибольшее значение равно 3, наименьшего значения не существует. **145.** 1) $\cos \frac{\beta}{4} - \sin \frac{\beta}{4}$; 2) $2 \operatorname{ctg} \alpha$; 3) $-\cos \beta - \sin \beta$. **146.** 1) $a^2 - 2$; 2) $a(a^2 - 3)$; 3) $a^4 - 4a^2 + 2$; 4) $(a^2 - 2)(a^4 - 4a^2 + 1)$; 5) $\frac{1}{a}$; 6) $\sqrt{a^2 - 4}$ или $-\sqrt{a^2 - 4}$. **147.** 1) $\frac{11}{13}$; 2) $\frac{30}{23}$. **148.** 3; $-\frac{25}{8}$. **157.** 1) $-\sqrt{2}$; 2) $-\sqrt{53}$. **170.** $-\frac{56}{33}$. **174.** 4) 1; 5) $\operatorname{ctg} 2\alpha$. **175.** $-\frac{1}{2} \sin 2\alpha$. **176.** $\sin 2\alpha$. **177.** Указание. Умножьте и разделите данное произведение на $2 \sin \frac{\pi}{7}$ и примените формулу синуса двойного аргумента. **183.** 3) $\operatorname{tg} \alpha$; 4) $\frac{\sqrt{3} \cos 2\alpha}{2}$. **195.** 1) $a \leq -\frac{\pi}{6}$, или $a \geq \frac{\pi}{3}$, или $a = 0$; 2) $a < \pi$, или $a > \frac{3\pi}{2}$, или $a = \frac{4\pi}{3}$. **196.** Если $0 \leq a < 1$, то два корня; если $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq a < 0$ или $a = 1$, то один корень. **203.** 1) $\frac{7\pi}{12}$; 2) $-\frac{\pi}{5}$; 3) $\pi - 4$. **204.** 1) $\frac{4}{5}$; 2) $\frac{\sqrt{65}}{9}$; 3) $\frac{\sqrt{26}}{26}$. Указание. $\sin(\operatorname{arctg}(-5)) = \sin(\pi - \operatorname{arctg} 5) = \sin(\operatorname{arctg} 5)$. Пусть $\operatorname{arctg} 5 = \alpha$,

$\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Тогда $\operatorname{ctg} \alpha = 5$, $\frac{1}{\sin^2 \alpha} = 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = 26$; 4) $\frac{\sqrt{17}}{17}$; 5) $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Указание. Пусть $\arccos \frac{2}{3} = \alpha$, $\alpha \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Тогда $\cos \alpha = \frac{2}{3}$. Отсюда

получаем $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$; 6) $\frac{14}{11}$. 206. 1) $x \leq 1$; 2) $\sqrt{3} < x \leq 2$;

3) $\frac{3}{2} \leq x < 2 - \frac{\sqrt{3}}{4}$. 207. 5) Рис. 19; 6) рис. 21.

Указание. $\cos(2 \arccos x) = 2 \cos^2(\arccos x) - 1$.

208. 1) $-\pi \leq a \leq 0$; 2) a — любое число;

3) $-\arctg \frac{\pi}{2} + \pi k < a < \arctg \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

4) $-\frac{\pi}{2} \leq a < -\frac{\pi}{4}$ или $-\frac{\pi}{4} < a \leq \frac{\pi}{2}$; 5) $a \neq \frac{\pi}{6}$;

6) $-\pi \leq a < -\frac{\pi}{2}$. 215. 1) $\pi + 4\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; 2) $\frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; 3) $\pi + 2\pi k$

или $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; 4) $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 216. 1) $\frac{\pi}{4} + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

2) $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; 3) $\frac{5\pi}{6} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$. 217. $-\frac{2\pi}{3}$. 218. $\frac{\pi}{16}$. 219. $\frac{\pi}{3}$;

$\frac{\pi}{2}$. 221. $x \in \{\pm 3; \pm 1; \pm 3,5\}$. 222. 1) $-2 \leq a \leq -1$ или $3 \leq a \leq 5$; 2) $a = 3$;

3) таких a не существует; 4) $-10,5 \leq a \leq 6,5$; 5) $-2 \leq a \leq -1$.

223. 1) $a < -1$, или $a > \frac{\sqrt{3}}{2}$, или $a = \frac{7}{10}$; 2) $a = -1$, или $\frac{1}{2} < a < \frac{7}{10}$,

или $\frac{7}{10} < a < \frac{\sqrt{3}}{2}$. 227. 1) $-\frac{4\pi}{3} + 4\pi k < x < \frac{4\pi}{3} + 4\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$;

2) $-\frac{\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3} \leq x \leq \frac{5\pi}{12} + \frac{2\pi k}{3}$, $k \in \mathbb{Z}$; 3) $\pi k < x \leq \arctg 2 + \pi k$ или

$\frac{\pi}{4} + \pi k \leq x < \pi + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$; 4) $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \leq x \leq \frac{4\pi}{3} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, или

$x = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$. Указание. Данное неравенство равносильно сово-

купности $\begin{cases} \cos x \leq -\frac{1}{2}, \\ \cos x = 1. \end{cases}$ 229. 1) $x = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi(k+2n)}{2}$, $y = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi(k-2n)}{2}$,

$k \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{Z}$; 2) $x = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi(k+2n)}{2}$, $y = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi(k-2n)}{2}$ или

$x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi(k+2n)}{2}$, $y = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi(k-2n)}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{Z}$.



Рис. 21

Бланк ответов
итоговой контрольной работы № _____
по алгебре и началам анализа
 ученика / ученицы 10 _____ класса

 название учебного заведения

 фамилия, имя, отчество ученика (ученицы)

Вариант № _____

Внимание! Отмечайте только один вариант ответа в строке вариантов ответов к каждому заданию. Любые исправления в бланке недопустимы.

Если Вы решили изменить ответ в некоторых заданиях, то правильный ответ можно разместить в специально отведенном месте, расположенном внизу бланка ответов.

В заданиях 1 – 16 правильный ответ отмечайте только так: ☒

А	Б	В	Г	А	Б	В	Г	А	Б	В	Г	А	Б	В	Г
1	☐	☐	☐	5	☐	☐	☐	9	☐	☐	☐	13	☐	☐	☐
2	☐	☐	☐	6	☐	☐	☐	10	☐	☐	☐	14	☐	☐	☐
3	☐	☐	☐	7	☐	☐	☐	11	☐	☐	☐	15	☐	☐	☐
4	☐	☐	☐	8	☐	☐	☐	12	☐	☐	☐	16	☐	☐	☐

В заданиях 17 – 20 впишите ответ.

17. _____ 19. _____

18. _____ 20. _____

Чтобы исправить ответ к заданию, запишите его номер в специально отведенных клеточках, а правильный, по Вашему мнению, ответ — в соответствующем месте.

Задания 1 – 16

номер
задания

А	Б	В	Г
☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐
☐	☐	☐	☐

Задания 17 – 20

номер
задания

☐
☐

Содержание

От авторов	3
Тематическое распределение тренировочных упражнений	6
Тренировочные упражнения	8
Вариант 1	8
Вариант 2	41
Вариант 3	74
Контрольные работы	108
Вариант 1	108
Вариант 2	112
Итоговые контрольные работы	116
Итоговая контрольная работа №1	116
Итоговая контрольная работа №2	128
Ответы и указания к тренировочным упражнениям	136
Вариант 1	136
Вариант 2	140
Бланк ответов итоговой контрольной работы	143

Навчальне видання

**Мерзляк Аркадій Григорович, Полонський Віталій Борисович
Рабінович Юхим Михайлович, Якір Михайло Семенович**

Алгебра і початки аналізу

10 клас

Збірник задач і контрольних робіт

(Російською мовою)

Редактор *Г. Ф. Висоцька*, коректор *Т. С. Цента*, комп'ютерне верстання *О. О. Удалова*

Формат 60х90/16 Гарнітура шкільна. Ум. друк. арк. 9,00.

Тираж 5000 прим. Замовлення № **741**.

ТОВ ТО «Гімназія».

вул. Восьмого Березня, 31, м. Харків 61052

Тел.: (057) 719-17-26, (057) 719-46-80, факс: (057) 758-83-93

Свідцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 644 від 25.10.2001

Надруковано з діагностивів, виготовлених ТОВ ТО «Гімназія», у друкарні ПП «Модем».

вул. Восьмого Березня, 31, м. Харків 61052. Тел. (057) 758-15-80

Свідцтво суб'єкта видавничої справи ХК № 91 від 25.12.2003