

А.Г. Мерзляк
В.Б. Полонский
Е.М. Рабинович
М.С. Якир

Сборник

задач и контрольных работ по алгебре
для 9 класса

*«Схвалено Міністерством освіти і науки України
для використання у загальноосвітніх навчальних закладах»*

Харьков
«Гимназия»
2010

УДК 373:512
ББК 22.141.я721
М52

*«Схвалено Міністерством освіти і науки України
для використання у загальноосвітніх навчальних закладах»*

Мерзляк А. Г., Полонский В. Б., Рабинович Е. М., Якир М. С.
М52 Сборник задач и контрольных работ по алгебре для 9 класса. — Х.: Гимназия, 2010. — 128 с.: илл.

ISBN 978-966-474-056-9.

Пособие представляет собой дидактический материал по алгебре для 9 класса общеобразовательных учебных заведений. Книга является составной частью учебно-методического комплекта и соответствует учебнику по алгебре для 9 класса (авторы А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир). Пособие содержит около 1000 задач. Первая часть «Тренировочные упражнения» разделена на три однотипных варианта по 261 задаче в каждом. Вторая часть содержит контрольные работы (два варианта) для тематического оценивания учебных достижений учащихся по 12-балльной шкале в соответствии с действующей государственной программой по математике.

Для учителей общеобразовательных учебных заведений и учащихся 9 классов.

УДК 373:512
ББК 22.141.я721

ISBN 978-966-474-056-9

© А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский,
Е. М. Рабинович, М. С. Якир, 2009
© ООО ТО «Гимназия», оригинал-макет, 2009

ОТ АВТОРОВ

Ученикам

Дорогие дети! В этом году вы продолжите захватывающее путешествие по волшебной стране Алгебра. Мы уверены, что преодоление трудностей, которые встретятся на вашем пути, не только поможет вам окрепнуть, а и принесет радость от достигнутых побед.

Учителю

Мы очень надеемся, что, приобретя эту книгу не только для себя, но и «на класс», Вы не пожалеете. Даже если Вам повезло и Вы работаете по учебнику, который нравится, все равно задач, как и денег, бывает мало или совсем мало. Мы надеемся, что это пособие поможет ликвидировать «задачный дефицит».

Первая часть — «Тренировочные упражнения» — разделена на три однотипных варианта по 261 номеру в каждом. Ко многим (наиболее сложным) задачам первого и второго вариантов приведены ответы и указания к решению. Отсутствие ответов к заданиям третьего варианта, на наш взгляд, расширяет возможности учителя при составлении самостоятельных и проверочных работ. На стр.4 приведена таблица тематического распределения тренировочных упражнений.

Вторая часть пособия содержит 6 контрольных работ (два варианта). Содержимое заданий для контрольных работ разделим условно на две части. Первая соответствует начальному и среднему уровням учебных достижений учащихся. Задания этой части обозначены символом n° (n — номер задания). Вторая часть соответствует достаточному и высокому уровням. Задания каждого из этих уровней обозначены символами n^* и n^{**} соответственно. Выполнение первой части максимально оценивается в 6 баллов. Правильно решенные задачи уровня n^* добавляют еще 4 балла, то есть ученик может получить отличную оценку 10 баллов. Если ученику удалось еще решить задачу n^{**} , то он получает оценку 12 баллов.

Желаем вам творческого энтузиазма и терпения...

Тематическое распределение тренировочных упражнений

Тема	Номера упражнений
Числовые неравенства	1 – 5
Свойства числовых неравенств. Оценивание значения выражения	6 – 17
Неравенства с одной переменной	18 – 20
Решение линейных неравенств с одной переменной.	21 – 38
Числовые промежутки	
Системы линейных неравенств с одной переменной	39 – 62
Функция	63 – 75
Свойства функции	76 – 78
Четные и нечетные функции	79 – 82
Преобразования графиков функций	83 – 87
Квадратичная функция, ее график и свойства	88 – 112
Решение квадратных неравенств	113 – 132
Решение неравенств методом интервалов	133 – 140
График уравнения с двумя переменными	141; 142
Системы уравнений с двумя переменными	143 – 150
Решение задач с помощью систем уравнений второй степени	151 – 164
Математическое моделирование	165
Процентные расчеты	166 – 178
Случайное событие. Вероятность случайного события	179 – 186
Начальные сведения о статистике	187 – 190
Числовые последовательности	191 – 201
Определение арифметической прогрессии. Формула n -го члена арифметической прогрессии	202 – 217
Сумма n первых членов арифметической прогрессии	218 – 236
Определение геометрической прогрессии. Формула n -го члена геометрической прогрессии	237 – 247
Сумма n первых членов геометрической прогрессии	248 – 255
Сумма бесконечной геометрической прогрессии	256 – 261

ТРЕНИРОВОЧНЫЕ УПРАЖНЕНИЯ

Вариант 1

Числовые неравенства

- Сравните числа a и b , если:
1) $a - b = -0,3$; 2) $a - b = 0,4$; 3) $a = 0,6 + b$; 4) $b = a - 8$.
- Точка $A(a)$ расположена на координатной прямой правее точки $B(-2)$. Какое из утверждений верно: 1) $a > -2$; 2) $a < -2$; 3) $a = -2$; 4) числа a и -2 сравнить невозможно?
- Докажите, что при любом значении переменной верно неравенство:
1) $(a-8)(a+7) > (a+10)(a-11)$;
2) $(a-6)^2 - 2 < (a-5)(a-7)$;
3) $(2a-5)(2a+5) - (3a-2)^2 \leq 3(4a-9) - 2$;
4) $a(a-8) > 2(a-13)$.
- Докажите, что:
1) $a^2 - 6a + 10 > 0$ при всех действительных значениях a ;
2) $12y - 4y^2 - 11 < 0$ при всех действительных значениях y ;
3) $x^2 - 10xy + 26y^2 + 12y + 40 > 0$ при всех действительных значениях x и y ;
4) $x^2 + 4y^2 + 6x + 4y + 10 \geq 0$ при всех действительных значениях x и y ;
5) $ab(a+b) \leq a^3 + b^3$, если $a \geq 0$, $b \geq 0$;
6) $m^3 + m^2 - m - 1 > 0$, если $m > 1$;
7) $\frac{a^2 + 2}{\sqrt{a^2 + 1}} \geq 2$ при всех действительных значениях a ;
8) $x^2 + 10y^2 + 6xy - 8y + 16 \geq 0$ при всех действительных значениях x и y .
- Докажите, что:
1) $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$, если $a > 0$, $b > 0$;
2) $(a+6)(b+3)(c+2) \geq 48\sqrt{abc}$, если $a \geq 0$, $b \geq 0$, $c \geq 0$.

**Свойства числовых неравенств.
Оценивание значения выражения**

6. Дано: $a > b$. Сравните:

- 1) $a+5$ и $b+5$; 3) $1,9a$ и $1,9b$; 5) $-100b$ и $-100a$;
2) $b-10$ и $a-10$; 4) $-a$ и $-b$; 6) $\frac{a}{13}$ и $\frac{b}{13}$.

7. Дано: $a < b$. Сравните:

- 1) $a-3$ и b ; 2) a и $b+4$; 3) $-a+1$ и $-b+1$; 4) $a+5$ и $b-1$.

8. Сравните a и 0 , если:

- 1) $6a > 5a$; 2) $\frac{a}{8} < \frac{a}{9}$; 3) $-7a > -9a$; 4) $-\frac{a}{100} > -\frac{a}{10}$.

9. Верно ли утверждение:

- 1) если $a > 3$ и $b > 10$, то $a+b > 13$;
2) если $a > 3$ и $b > 10$, то $a+b > 12$;
3) если $a > 3$ и $b > 10$, то $a+b > 14$;
4) если $a > 3$ и $b > 10$, то $ab > 30$;
5) если $a > 3$ и $b > 10$, то $a-b > -7$;
6) если $a > 3$ и $b > 10$, то $ab > 28$;
7) если $a > 3$ и $b > 10$, то $2a+4b > 39$;
8) если $a > 3$ и $b < 10$, то $a-b > -7$;
9) если $a < 3$ и $b < 10$, то $ab < 30$;
10) если $0 < a < 3$ и $0 < b < 10$, то $ab < 30$;
11) если $a > 3$, то $a^2 > 9$;
12) если $a < 3$, то $a^2 < 9$;
13) если $a > 3$, то $\frac{1}{a} < \frac{1}{3}$;
14) если $a < 3$, то $\frac{1}{a} > \frac{1}{3}$?

10. Дано: $a > 0$ и $b < 0$. Сравните:

- 1) $a-b$ и 0 ; 2) $b-a$ и a ; 3) $4a-5b$ и b ; 4) $\frac{1}{3b-2a}$ и a .

11. Дано: $-4 < a < 3$. Оцените значение выражения:

- 1) $4a$; 3) $a+5$; 5) $-a$; 7) $2a-6$;
2) $\frac{a}{5}$; 4) $a-7$; 6) $-2a$; 8) $5-3a$.

12. Дано: $3 < a < 9$. Оцените значение выражения $\frac{1}{a}$.

13. Дано: $-5 < a < 5$. Оцените значение выражения $\frac{1}{a}$.

14. Известно, что $3,3 < \sqrt{11} < 3,4$. Оцените значение выражения:

1) $3\sqrt{11}$; 2) $-4\sqrt{11}$; 3) $5 - \sqrt{11}$; 4) $\frac{5 - \sqrt{11}}{2}$.

15. Дано: $4 < a < 7$ и $3 < b < 5$. Оцените значение выражения:

1) $a + b$; 3) ab ; 5) $3a + 7b$; 7) $\frac{4b}{9a}$;
 2) $a - b$; 4) $\frac{a}{b}$; 6) $2a - 5b$; 8) $\frac{0,6b - 0,2a}{0,7a - 0,1b}$.

16. Оцените периметр равнобедренного треугольника с основанием a см и боковой стороной b см, если $11 < a < 15$, $12 < b < 20$.

17. Оцените периметр и площадь прямоугольника со сторонами a см и b см, если $30 < a < 50$, $10 < b < 40$.

Неравенства с одной переменной

18. Какие из чисел -5 ; 4 ; -6 ; 0 ; $\frac{1}{3}$ являются решениями неравенства:

1) $x > \frac{1}{3}$; 3) $2x > x + 1$; 5) $\sqrt{x+1} > 2$;
 2) $x \leq 4$; 4) $x^2 - 4 \leq 0$; 6) $\frac{1}{x} < 1$?

19. Каково множество решений неравенства:

1) $(x-1)^2 > 0$; 3) $(x-1)^2 < 0$; 5) $0x > -1$; 7) $0x > 1$;
 2) $(x-1)^2 \geq 0$; 4) $(x-1)^2 \leq 0$; 6) $0x < -1$; 8) $0x < 1$?

20. Решите неравенство:

1) $\frac{1}{x^2} + 1 > 0$; 4) $\frac{x-1}{x-1} > \frac{1}{2}$; 7) $\left(\frac{x-2}{x-3}\right)^2 > 0$;
 2) $\frac{x-1}{x-1} > 0$; 5) $\frac{x-1}{x-1} \leq 1$; 8) $x + \frac{1}{x} > \frac{1}{x} - 1$.
 3) $\frac{x-1}{x-1} \geq 0$; 6) $\left(\frac{x-2}{x-3}\right)^2 \geq 0$;

Решение линейных неравенств с одной переменной.

Числовые промежутки

21. Изобразите на координатной прямой промежутки:

1) $[-4; +\infty)$; 2) $(-4; +\infty)$; 3) $(-\infty; -4)$; 4) $(-\infty; -4]$.

22. Изобразите на координатной прямой и запишите промежутки, который задается неравенством:

1) $x < 3$; 2) $x > -5$; 3) $x \leq -2$; 4) $x \geq 1$.

23. Найдите наименьшее целое число, принадлежащее промежутку:

1) $(11,2; +\infty)$;

2) $[13; +\infty)$.

24. Решите неравенство:

1) $7x > 14$;

5) $4,7x > 0$;

9) $7x + 3 \leq 30 - 2x$;

2) $-3x \geq 12$;

6) $-2x \leq 0$;

10) $7 - 2x < 3x - 18$;

3) $\frac{1}{3}x > -2$;

7) $1\frac{3}{4}x < -2\frac{1}{3}$;

11) $5,4 - 1,5x \geq 0,3x - 3,6$;

4) $0,1x \leq -5$;

8) $2x > 18 - x$;

12) $\frac{3}{8}x + 15 < \frac{1}{6}x + 10$.

25. Решите неравенство:

1) $5 - 2(x - 1) > 4 - x$;

2) $0,2(7 - 2y) \leq 2,3 - 0,3(y - 6)$;

3) $\frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}\right) \geq 4x + 2\frac{1}{2}$;

4) $x(4x + 1) - 7(x^2 - 2x) < 3x(8 - x) + 6$;

5) $\frac{x - 4}{3} - \frac{x}{2} > 5$;

6) $\frac{x + 14}{6} - \frac{x - 12}{8} \leq 3$;

7) $\frac{7x - 4}{9} - \frac{3x + 3}{4} > \frac{8 - x}{6}$;

8) $(x + 6)(x - 1) - (x + 3)(x - 4) \leq 5x$;

9) $(4x - 1)^2 - (2x - 3)(6x + 5) > 4(x - 2)^2 + 16x$;

10) $2x(3 + 8x) - (4x - 3)(4x + 3) \geq 1,5x$.

26. Найдите наибольшее целое решение неравенства:

1) $2x + 9 > 4x - 7$;

2) $14x^2 - (2x - 3)(7x + 4) \leq 14$;

3) $(2x - 3)^2 + (3 - 4x)(x + 5) \geq 82$;

4) $(x - 1)(x + 1) < 2(x - 5)^2 - x(x - 3)$.

27. Решите неравенство:

1) $3x + 6 > 2(2x - 7) - x$;

2) $6,2(3 - 2x) \geq 20 - (12,4x + 1,4)$;

3) $6x + (x - 2)(x + 2) \geq (x + 3)^2$;

4) $2x(x - 4) - (2x + 5)(x - 10) < 2(3,5x + 50)$.

28. При каких значениях x имеет смысл выражение:

$$\begin{array}{lll} 1) \sqrt{4x-3}; & 3) \frac{7}{\sqrt{4x+16}}; & 5) \sqrt{8-16x} + \frac{5}{x^2-4}; \\ 2) \sqrt{5-11x}; & 4) \sqrt{x+5} + \frac{1}{x-3}; & 6) \frac{10}{\sqrt{3x+36}} + \frac{9}{|x|-1} ? \end{array}$$

29. Решите уравнение:

$$\begin{array}{ll} 1) |x-2| + x = 1; & 3) |x-4| + x = 9; \\ 2) |2x+4| - x = 3; & 4) |x+3| - x = 2. \end{array}$$

30. Постройте график функции:

$$1) y = |x+3|; \quad 2) y = |x-1| + 2; \quad 3) y = |x+2| - x.$$

31. При каких значениях a не имеет корней уравнение:

$$\begin{array}{l} 1) x^2 + 4x - a = 0; \\ 2) (a-1)x^2 + (2a-3)x + a = 0; \\ 3) (a-2)x^2 - 2(a-3)x + a + 1 = 0; \\ 4) 2x^2 + (2a+12)x + a^2 + 2a + 26 = 0 ? \end{array}$$

32. При каких значениях a можно разложить на линейные множители квадратный трехчлен:

$$\begin{array}{ll} 1) 2x^2 + 7x - a; & 3) 3x^2 - 5ax - 1; \\ 2) ax^2 + 4x + 8; & 4) (a-1)x^2 + 6ax + 6 ? \end{array}$$

33. При каких значениях b имеет положительный корень уравнение:

$$1) 5x - 7 = 4b; \quad 2) (b-4)x = 9 ?$$

34. При каких значениях b имеет единственный положительный корень уравнение:

$$1) (b-2)x = b^2 - 4; \quad 2) (4b^2 + 11b)x = b ?$$

35. Для каждого значения a решите неравенство:

$$\begin{array}{lll} 1) (a-3)x < 0; & 4) (a-3)^2 x \geq 0; & 7) (a+1)x > a^2 - 1; \\ 2) (a-3)x > 4; & 5) a-x \leq 2-ax; & 8) (a-5)x \leq a^2 - 25. \\ 3) (a-3)x \leq a-3; & 6) 4(x-a) > 8+ax; & \end{array}$$

36. В саду растут яблони и вишни. Количество яблонь относится к количеству вишен как 3 : 8. Какое наибольшее количество вишен может быть в саду, если всего растет не более 400 деревьев?

37. Стороны треугольника равны 10 см, 18 см и b см, где b — натуральное число. Какое наименьшее значение может принимать b ?

38. Сумма трех последовательных натуральных чисел, кратных 3, не превышает 130. Найдите наибольшее значение, которое может принимать первое число из этой тройки чисел.

Системы линейных неравенств с одной переменной

39. Среди чисел -2 ; $1,5$; 4 укажите решения системы неравенств:

$$1) \begin{cases} x > -3, \\ x < 6; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x \leq 4, \\ x \geq 0; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 2x - 1 > x + 3, \\ 8x + 3 > 7 + x; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} 1 - 3x > 2, \\ 5 - 4x < 1. \end{cases}$$

40. Изобразите на координатной прямой промежутки:

$$1) (-4; 2); \quad 2) [-4; 2]; \quad 3) [-4; 2); \quad 4) (-4; 2].$$

41. Изобразите на координатной прямой и запишите промежуток, который задается неравенством:

$$1) 0 < x < 9; \quad 3) -3,8 < x \leq 6,4;$$

$$2) \frac{1}{3} \leq x \leq 4\frac{1}{8}; \quad 4) 0,1 \leq x < 604.$$

42. Запишите все целые числа, принадлежащие промежутку:

$$1) [4; 8]; \quad 2) (3,7; 9]; \quad 3) [-4,8; 2]; \quad 4) (-3; 3).$$

43. Укажите наибольшее и наименьшее целые числа, принадлежащие промежутку:

$$1) [-10; -5]; \quad 2) (6; 12].$$

44. Изобразите на координатной прямой и запишите пересечение промежутков:

$$1) [-2; 6] \text{ и } [3; 8]; \quad 4) (-\infty; 3,7) \text{ и } (3,9; +\infty);$$

$$2) [4; 7] \text{ и } (4; 9]; \quad 5) [10; +\infty) \text{ и } [13,4; +\infty);$$

$$3) (-\infty; 5,2) \text{ и } (4,3; +\infty); \quad 6) [6; 10] \text{ и } [7,3; 8).$$

45. Изобразите на координатной прямой и запишите объединение промежутков:

$$1) [2; 7,4] \text{ и } [3; 9]; \quad 4) [3; 7) \text{ и } [7; +\infty);$$

$$2) [4; 7] \text{ и } (4; 9]; \quad 5) (-\infty; 10) \text{ и } (6,4; +\infty);$$

$$3) (-\infty; 5) \text{ и } (2; 8,1); \quad 6) (-\infty; 3,7) \text{ и } (3,9; +\infty).$$

46. Решите систему неравенств:

$$1) \begin{cases} 5x > -25, \\ -7x > 14; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 0,3(x - 6) \leq 0,5x + 1, \\ 4x + 7 > 2(x + 6,5); \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 6x - 7 \geq 4x - 3, \\ 3x + 16 \geq 8x - 4; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} 3x(x - 7) - x(4 + 3x) < 5, \\ 12x^2 - (2x - 3)(6x + 4) < 17; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \frac{5x-4}{6} - 1 > \frac{2x+1}{3}, \\ \frac{3x+1}{4} - 2x > 2,5 - \frac{3x-2}{8}; \end{cases} \quad 6) \begin{cases} (5x-1)^2 + 4x \leq (5x-1)(5x+1) - 4x, \\ \frac{2x-7}{6} + \frac{7x+3}{3} \leq 3 - \frac{2-x}{2}. \end{cases}$$

47. Найдите целые решения системы неравенств:

$$1) \begin{cases} 6x-9 < 3x+15, \\ 7-2x > 13-5x; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 5x-1 > 2x+4, \\ 10x-5 \leq 3x+13; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 8x+20 \geq 3x+5, \\ 2x+1 \geq 4x-5; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} \frac{5x+3}{2} - 1 \geq 3x, \\ (x+1)(x-4) - 2 \leq (x+2)(x-3) - x. \end{cases}$$

48. Решите систему неравенств:

$$1) \begin{cases} 2(3x-4) > 6(x+1) - 20, \\ 0,4(5-x) \leq 3(x+1,4) + 1,2; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 1 - \frac{3x-88}{7} > 5x, \\ x(x-4) - (x+1)(x-5) < 2. \end{cases}$$

49. Решите неравенство:

$$1) -2 < x - 5 < 7; \quad 5) 1 \leq \frac{6x+5}{2} \leq 4;$$

$$2) -4,2 \leq 3x + 2,4 \leq 6;$$

$$3) 0,6 \leq 5 - 2x < 0,8; \quad 6) 2,4 < \frac{8-4x}{3} < 2,8.$$

$$4) 7 < \frac{x}{4} - 1 < 7,1;$$

50. Сколько целых решений имеет неравенство:

$$1) -3 \leq 6x - 4 \leq 2; \quad 2) -1 \leq 3 - 10x \leq 5?$$

51. При каких значениях x значения функции $y = x(1 - \sqrt{3})$ принадлежат промежутку $[4 - 4\sqrt{3}; 2 - 2\sqrt{3}]$?

52. Решите систему неравенств:

$$1) \begin{cases} x < 5, \\ x > 3, \\ x < 4,7; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x - 7 > 6, \\ 3 - 4x < 9, \\ 7x - 8 > 2; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 0,6 - 4x \geq 2,2, \\ 2,5x - 2 < 8, \\ 3,1x + 9 < 1,6x + 3. \end{cases}$$

53. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

$$1) \sqrt{7x-8} + \sqrt{3x-14}; \quad 3) \sqrt{2x-5} + \sqrt{2-x};$$

$$2) \sqrt{2x+3} - \frac{1}{\sqrt{9-2x}}; \quad 4) \frac{7}{\sqrt{4-3x}} - \frac{5}{x^2-x}?$$

54. Решите неравенство:

$$1) (x+2)(x-8) \leq 0; \quad 3) \frac{x-9}{x} > 0; \quad 5) \frac{2x-8}{x-5} \leq 0;$$

$$2) (x-3)(x-7) > 0; \quad 4) \frac{3x-1}{x+2} < 0; \quad 6) \frac{6x+2}{x-8} \geq 0.$$

55. Решите неравенство:

1) $|x| < 3$;

3) $|7x + 8| \leq 2$;

2) $|x - 1| \leq 4,2$;

4) $|10 - 3x| < 5$.

56. Решите неравенство:

1) $|x| > 8$;

3) $|0,5x + 6| \geq 1$;

2) $|x + 5| \geq 7,8$;

4) $|11 - 4x| > 6$.

57. Решите уравнение:

1) $|x| + |x - 4| = 5$;

3) $|x| - |x - 5| = 6$;

2) $|x + 1| + |x - 3| = 4$;

4) $|2x - 3| - |x + 2| = 4x + 5$.

58. Решите неравенство:

1) $|x + 2| + 3x \geq 5$;

4) $|x + 3| + |x - 4| > 6$;

2) $|x - 6| - 7x < 18$;

5) $|x + 2,5| - |x - 1,5| \leq 3$;

3) $|x + 1| + |x - 1| \leq 2$;

6) $|3x + 8| - |2x - 7| > 4$.

59. Для каждого значения a решите систему неравенств:

1) $\begin{cases} x < 3, \\ x < a; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x < 2, \\ x > a. \end{cases}$

60. При каких значениях a оба корня уравнения $x^2 - 2ax + a^2 - 1 = 0$ больше числа 3?

61. При каких значениях a оба корня уравнения $x^2 - (3a + 1)x + 2a^2 + 4a - 6 = 0$ принадлежат промежутку $[2; 9]$?

62. При каких значениях a один из корней уравнения $2x^2 - (a + 5)x - a^2 - a + 2 = 0$ меньше -3 , а другой — больше 2?

Функция

63. Функция задана формулой $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x$. Найдите:

1) $f(1)$;

2) $f(0)$;

3) $f(-4)$;

4) $f\left(-\frac{1}{3}\right)$.

64. Даны функции $g(x) = \frac{3}{x} - 4x$ и $\varphi(x) = 2x - 5$. Сравните:

1) $g(1)$ и $\varphi(1)$;

2) $g\left(\frac{1}{2}\right)$ и $\varphi(4)$;

3) $g(-2)$ и $\varphi(1)$.

3) $g(x) = 3 - x^2$;

7) $f(x) = \sqrt{-x^2}$;

4) $f(x) = x^2 + 2$;

8) $f(x) = \sqrt{x-3} - \sqrt{3-x}$;

5) $\varphi(x) = 5 + |x|$;

9) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$;

6) $h(x) = \sqrt{x^2 + 4} - 5$;

10) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$.

69. На рисунке 1 изображен график функции $y = f(x)$, определенной на промежутке $[-3, 5]$. Пользуясь графиком, найдите:

1) $f(-2,5)$; $f(-2)$; $f(-0,5)$; $f(0)$; $f(0,5)$; $f(3)$;

2) значения x , при которых $f(x) = -2,5$; $f(x) = 3$; $f(x) = 1,5$;
 $f(x) = 0$;

3) наибольшее и наименьшее значения функции;

4) область значений функции.

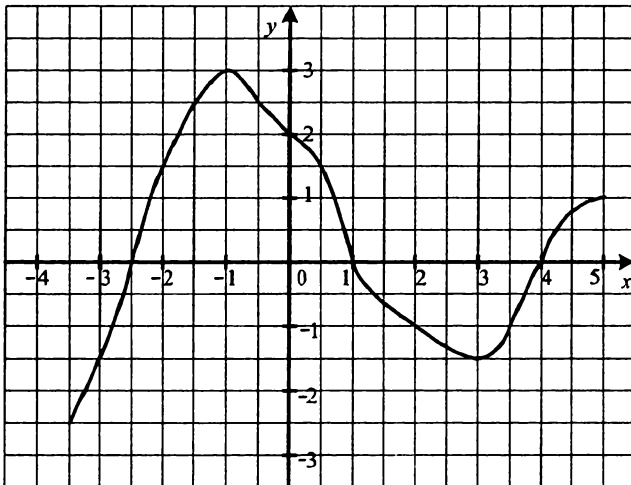


Рис. 1

70. Функция задана формулой $f(x) = x^2 - 4$, где $-3 \leq x \leq 2$.

1) Составьте таблицу значений функции с шагом 1.

2) Постройте график функции, пользуясь составленной таблицей.

3) Пользуясь графиком, найдите, при каких значениях аргумента $f(x) < 0$.

71. Постройте график функции:

1) $f(x) = 2x + 1$;

4) $f(x) = 4$;

2) $f(x) = 6 - \frac{1}{4}x$;

5) $f(x) = \frac{10}{x}$;

3) $f(x) = -2x$;

6) $f(x) = -\frac{8}{x}$.

72. Найдите область определения и постройте график функции:

1) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$;

3) $f(x) = \frac{4x - 20}{x^2 - 5x}$;

2) $f(x) = \frac{x^2 - 6x + 9}{3 - x}$;

4) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 - 1}$.

73. Постройте график функции:

1) $f(x) = \begin{cases} \frac{6}{x}, & \text{если } x \leq -3, \\ \frac{2}{3}x, & \text{если } -3 < x < 3, \\ \frac{6}{x}, & \text{если } x \geq 3; \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} -2x - 3, & \text{если } x \leq -4, \\ x + 1, & \text{если } -4 < x \leq 2, \\ 4, & \text{если } x > 2. \end{cases}$

74. Найдите, не выполняя построения, точки пересечения с осями координат графика функции:

1) $f(x) = \frac{1}{3}x - 8$;

4) $h(x) = x^2 - 8x - 9$;

2) $g(x) = \frac{5 - 3x}{4x + 1}$;

5) $f(x) = 3x^2 - 7x + 2$;

3) $\varphi(x) = 16 - x^2$;

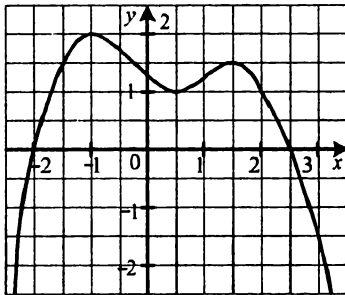
6) $g(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 2}$.

75. Задайте формулой линейную функцию $f(x) = kx + b$, для которой $f(-60) = -23$ и $f(20) = 3\frac{2}{3}$.

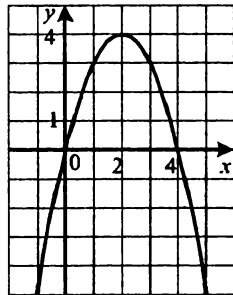
Свойства функции

76. На рисунке 2 изображен график функции $y = f(x)$. Пользуясь графиком, найдите:

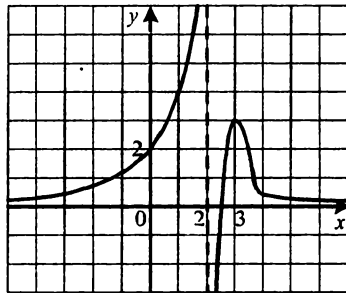
- 1) нули функции;
- 2) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;
- 3) множество решений неравенства $f(x) > 0$.



а)



б)



в)

Рис. 2

77. Найдите нули функции:

- | | |
|--|-------------------------------|
| 1) $f(x) = 0,3x + 7$; | 5) $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$; |
| 2) $f(x) = 0,5x^2 - 3x - 2$; | 6) $f(x) = \sqrt{x^2 + 4}$; |
| 3) $f(x) = \sqrt{x + 2}$; | 7) $f(x) = x\sqrt{x - 2}$. |
| 4) $f(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x - 4}$; | |

78. Какие из линейных функций $y = -15x + 17$; $y = 0,64x - 12$; $y = -0,39x$; $y = 114x + 23$; $y = -x + 4$:

- 1) возрастающие;
- 2) убывающие?

Четные и нечетные функции

79. Известно, что $f(5) = -14$. Найдите $f(-5)$, если функция f : 1) четная; 2) нечетная.
80. Является ли функция $f(x) = x^2$ четной, если ее областью определения является множество:
 1) $[-4; 4]$; 2) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$; 3) $[-5; 5]$; 4) $(-\infty; 6]$?
81. Является ли четной либо нечетной функция, заданная формулой:
 1) $f(x) = 9x^4$; 7) $f(x) = (x+4)(x-1) - 3x$;
 2) $f(x) = 7x^3 - 5x^5$; 8) $f(x) = (x-5)^2 - (x+5)^2$;
 3) $f(x) = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 1}$; 9) $f(x) = \frac{x^2 - 4x}{2x - 8}$;
 4) $f(x) = \sqrt{6 - x^2}$; 10) $f(x) = x|x|$;
 5) $f(x) = x^2 + x - 3$; 11) $f(x) = \frac{11x^2}{(x-1)^2}$;
 6) $f(x) = \frac{1}{x^3 + 2x}$; 12) $f(x) = \frac{x^3 - x^2}{x^3 - x}$?
82. На рисунке 3 изображена часть графика функции $y = g(x)$, определенной на промежутке $[-7; 7]$. Постройте график этой функции, если она является: 1) четной; 2) нечетной.

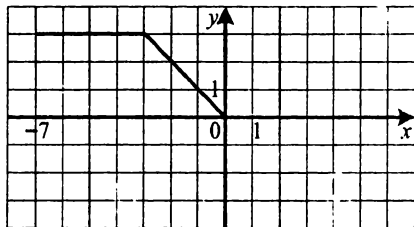


Рис. 3

Преобразования графиков функций

83. Постройте график функции:

1) $y = 2x^2$;

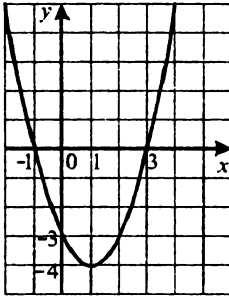
3) $y = -3x^2$;

2) $y = \frac{1}{4}x^2$;

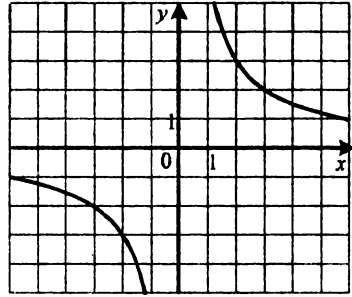
4) $y = -0,2x^2$.

84. На рисунке 4 изображен график функции $y = f(x)$. Постройте график функции:

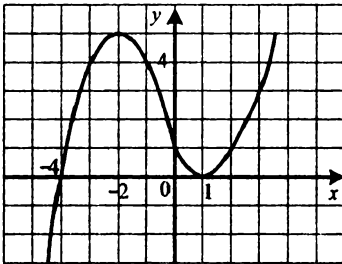
- 1) $y = f(x) + 2$; 3) $y = f(x + 2)$; 5) $y = -f(x)$;
 2) $y = f(x) - 3$; 4) $y = f(x - 3)$; 6) $y = 4 - f(x)$.



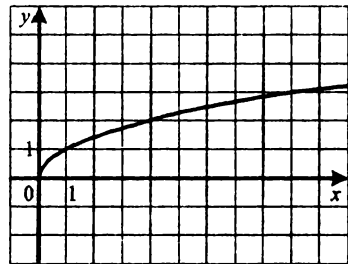
а)



е)



б)



з)

Рис. 4

85. Постройте график функции:

- 1) $y = x^2$; 5) $y = 2 - x^2$; 8) $y = (x+1)^2 + 2$;
 2) $y = x^2 - 4$; 6) $y = (x+4)^2$; 9) $y = (x-3)^2 - 1$;
 3) $y = x^2 + 1$; 7) $y = (x-2)^2$; 10) $y = -(x-1)^2 + 1$.
 4) $y = -x^2$;

86. Постройте график функции:

- 1) $y = \frac{4}{x}$; 3) $y = \frac{4}{x} + 1$; 5) $y = \frac{4}{x+1}$; 7) $y = \frac{2x+4}{x}$;
 2) $y = \frac{4}{x} - 5$; 4) $y = \frac{4}{x-2}$; 6) $y = \frac{4}{x-1} + 2$; 8) $y = \frac{2x-4}{x-3}$.

87. Постройте график функции:

1) $y = \sqrt{x}$;

4) $y = \sqrt{x+4}$;

7) $y = 3 - \sqrt{x+1}$;

2) $y = \sqrt{x} - 4$;

5) $y = -\sqrt{x}$;

8) $y = -1 - \sqrt{x-1}$.

3) $y = \sqrt{x-4}$;

6) $y = 2 - \sqrt{x}$;

Квадратичная функция, ее график и свойства

88. Определите направление ветвей и координаты вершины параболы:

1) $y = x^2 - 10x + 20$;

3) $y = 0,6x^2 + 7,2x + 22,6$;

2) $y = -x^2 + 3x - 4$;

4) $y = -5x^2 - 20x + 6$.

89. Постройте график функции:

1) $y = x^2 - 6x + 5$;

5) $y = 4x + x^2$;

2) $y = -x^2 + 2x + 8$;

6) $y = 4 - x^2$;

3) $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 8$;

7) $y = -0,2x^2 + 2x - 5$;

4) $y = 3x^2 - 6x + 3$;

8) $y = x^2 - 2x + 3$.

90. Постройте график функции $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Пользуясь графиком, найдите:

1) $f(2)$; $f(-1,5)$; $f(2,5)$;

2) значения x , при которых $f(x) = 5$; $f(x) = -4$; $f(x) = -1$;

3) наибольшее и наименьшее значения функции;

4) область значений функции;

5) промежуток возрастания и промежуток убывания функции;

6) множество решений неравенства $f(x) < 0$; $f(x) \geq 0$.

91. Постройте график функции $f(x) = 6x - 2x^2$. Пользуясь графиком, найдите:

1) $f(1)$; $f(0,5)$; $f(-3)$;

2) значения x , при которых $f(x) = 3$; $f(x) = 5$; $f(x) = -4$;

3) наибольшее и наименьшее значения функции;

4) область значений функции;

5) промежуток возрастания и промежуток убывания функции;

6) множество решений неравенства $f(x) > 0$; $f(x) \leq 0$.

92. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \frac{2}{x}$ и $y = x^2 - 4x + 3$. Найдите, пользуясь полученным рисунком, корни уравнения $x^2 - 4x + 3 = \frac{2}{x}$.
93. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \frac{8}{x}$ и $y = -x^2 + 6x - 5$. Определите, пользуясь полученным рисунком, количество корней уравнения $-x^2 + 6x - 5 = \frac{8}{x}$.
94. Пусть Δ — дискриминант квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$. Изобразите схематически график квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$, если:
- 1) $a > 0$, $\Delta > 0$, $c > 0$, $-\frac{b}{2a} < 0$;
 - 2) $a < 0$, $\Delta = 0$, $-\frac{b}{2a} > 0$;
 - 3) $a > 0$, $\Delta < 0$, $-\frac{b}{2a} > 0$.
95. Найдите область значений и промежутки возрастания и убывания функции:
- 1) $f(x) = x^2 + 4x - 16$;
 - 2) $f(x) = -\frac{1}{7}x^2 + 2x + 3$;
 - 3) $f(x) = 20 - 12x - 0,4x^2$;
 - 4) $f(x) = 3x^2 + 7x$.
96. При каких значениях p и q график функции $y = x^2 + px + q$ проходит через точки $A(1; -4)$ и $B(-2; 5)$?
97. При каких значениях a и b парабола $y = ax^2 + bx - 3$ проходит через точки $A(-2; 7)$ и $B(3; -6)$?
98. График квадратичной функции — парабола с вершиной в начале координат, проходящая через точку $(-8; 16)$. Задайте эту функцию формулой.
99. График квадратичной функции — парабола с вершиной в точке $A(0; -5)$, проходящая через точку $B(4; 27)$. Задайте эту функцию формулой.
100. При каких значениях p и q вершина параболы $y = x^2 + px + q$ находится в точке $(4; 7)$?

101. Парабола $y = ax^2 + bx + c$ имеет вершину в точке $M(2;1)$ и проходит через точку $K(-1;5)$. Найдите значения коэффициентов a , b и c .
102. Постройте график функции $y = x^2 + 4x - 5$ при $x \in [-4; 3]$ и найдите, пользуясь графиком, ее область значений.
103. Найдите наименьшее значение функции $y = 3x^2 - 12x + 1$ на промежутке:
1) $[-4; 6]$; 2) $[-7; 1]$; 3) $[4; 10]$.
104. При каком значении c наибольшее значение функции $y = -2x^2 + 8x + c$ равно -4 ?
105. На параболе $y = -x^2 + 5x + 5$ найдите точку, у которой:
1) абсцисса и ордината равны;
2) сумма абсциссы и ординаты равна 13.
106. Постройте график функции:
1) $f(x) = \begin{cases} -2x - 3, & \text{если } x \leq -4, \\ x^2 + 2x - 3, & \text{если } -4 < x < 2, \\ 5, & \text{если } x \geq 2; \end{cases}$
2) $f(x) = \begin{cases} x + 3, & \text{если } x \leq -2, \\ 2x - x^2, & \text{если } -2 < x \leq 3, \\ -2, & \text{если } x > 3. \end{cases}$
107. Постройте график функции:
1) $y = \frac{x}{|x|} \left(\frac{1}{5}x^2 - 2x + 2 \right)$; 3) $y = x^2 - 5x \frac{|x-2|}{x-2} - 14$;
2) $y = x^2 + 4|x| + 3$; 4) $y = x^2 - 4|x+1| + 5x + 4$.
108. При каких значениях a функция $y = 4x^2 + 5x - a$ принимает положительные значения при всех действительных значениях x ?
109. При каких значениях a функция $y = (a-1)x^2 + 6x + 20$ принимает положительные значения при всех действительных значениях x ?
110. При каких значениях a функция $y = (a+2)x^2 + 4x - 5$ принимает неположительные значения при всех действительных значениях x ?

111. При каком значении a график квадратичной функции $y = ax^2 - (a-3)x + 1$ имеет с осью абсцисс одну общую точку?

112. Пусть x_1 и x_2 — нули функции $y = 4x^2 - (3a+2)x + a - 1$. При каких значениях a выполняется неравенство $x_1 < 3 < x_2$?

Решение квадратных неравенств

113. Решите неравенство:

1) $x^2 - 5x - 36 < 0$;

9) $x^2 - 14x + 49 \geq 0$;

2) $x^2 + 7x - 30 \geq 0$;

10) $5x^2 - 2x + 1 > 0$;

3) $-x^2 + 4,6x - 2,4 < 0$;

11) $64x^2 - 16x + 1 \leq 0$;

4) $7x^2 + 19x - 6 \leq 0$;

12) $9x^2 + 30x + 25 < 0$;

5) $-3x^2 + 4x + 4 > 0$;

13) $2x^2 - 5x + 4 \leq 0$;

6) $4x^2 - 16x \leq 0$;

14) $-7x^2 + 3x - 1 < 0$;

7) $9x^2 - 25 > 0$;

15) $-x^2 + 4x - 4 \leq 0$.

8) $4x^2 - 12x + 9 > 0$;

114. Решите неравенство:

1) $x^2 \leq 9$;

3) $7x^2 \leq 3x$;

5) $-3x^2 < -75$;

2) $x^2 > 7$;

4) $-5x^2 \geq -10x$;

6) $0,6x^2 < -18x$.

115. Найдите множество решений неравенства:

1) $(3x+1)(x-2) < 6$;

3) $2x(x-\sqrt{5}) \leq (x+\sqrt{5})^2$;

2) $(x+3)^2 - 16 \geq (1-2x)^2$;

4) $\frac{2x+3}{5} - \frac{x^2-4}{8} \leq -1$;

5) $\frac{3x^2-11}{8} < 10 - \frac{37-x^2}{6}$;

6) $(3x-8)^2 - (4x-6)^2 + (5x-2)(5x+2) > 96$.

116. Найдите область определения функции:

1) $y = \sqrt{x^2 + 3x - 40}$;

3) $y = \sqrt{x^2 - 4x - 21} - \frac{6}{x^2 - 64}$;

2) $y = \frac{x+2}{\sqrt{3x-12x^2}}$;

4) $y = \frac{x-8}{\sqrt{5+19x-4x^2}} + \frac{x-4}{3x^2-x-4}$.

117. Найдите целые решения неравенства:

1) $x^2 + 6x \leq 0$;

2) $x^2 - 8 < 0$;

3) $-6x^2 + 13x - 5 \geq 0;$

5) $-\frac{1}{4}x^2 - 3x + 7 > 0;$

4) $21x^2 - 22x + 5 \leq 0;$

6) $x^2 + 3,5x - 2 \leq 0.$

118. Решите систему неравенств:

1) $\begin{cases} x^2 + x - 6 \leq 0, \\ x > 0; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2 + x - 12 \leq 0, \\ 8 + 2x \leq 0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3x^2 - 8x - 3 > 0, \\ x \leq 10; \end{cases}$

5) $\begin{cases} x^2 + 6x - 40 < 0, \\ x^2 + 3x - 18 \geq 0; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x^2 + 13x - 7 \leq 0, \\ 15 - 3x \leq 0; \end{cases}$

6) $\begin{cases} -3x^2 + 16x + 12 < 0, \\ x^2 - 11x < 0. \end{cases}$

119. Найдите целые решения системы неравенств:

1) $\begin{cases} x^2 + 5x - 6 < 0, \\ x \geq -3; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 - 14x + 45 \geq 0, \\ 3,2 \leq x \leq 11,7; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3x^2 - 5x \leq 0, \\ -0,6x + 1,2 > 0; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2 - (\sqrt{7} - 2)x - 2\sqrt{7} \leq 0, \\ -x^2 + 4,8x + 1 \geq 0. \end{cases}$

120. Найдите, при каких значениях a не имеет корней уравнение:

1) $x^2 + (a+2)x + 4 = 0;$

3) $(10-2a)x^2 - (a-5)x + 1 = 0;$

2) $(a+1)x^2 - 3ax + 4a = 0;$

4) $(a+1)x^2 - 2(a-1)x + 3a - 3 = 0.$

121. При каких значениях b имеет два различных действительных корня уравнение:

1) $x^2 - 4bx + 3b + 1 = 0;$

3) $(b-1)x^2 - 2(b+1)x - 3b + 2 = 0;$

2) $bx^2 - (3b+1)x + b = 0;$

4) $(3b-2)x^2 - (5b+2)x + 5b - 1 = 0?$

122. Найдите, при каких значениях a выполняется при всех действительных значениях x неравенство:

1) $x^2 + 2(a-1)x + 4 - a - a^2 > 0;$

2) $-\frac{1}{3}x^2 + 3ax - 6a^2 - 12 \leq 0;$

3) $ax^2 - 4x + a + 3 < 0;$

4) $(9-a^2)x^2 + 2(a+3)x + 1 \geq 0.$

123. Найдите, при каких значениях m не имеет решений неравенство:

1) $mx^2 + 5mx + 4m + 3 < 0;$

2) $(3m-2)x^2 - 2(2m-1)x + 2m - 1 \geq 0.$

124. Для каждого значения a решите систему неравенств:

$$1) \begin{cases} x^2 - x - 12 > 0, \\ x > a; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x^2 + 7x + 6 \leq 0, \\ x < a. \end{cases}$$

125. Для каждого значения a решите неравенство:

$$1) x^2 - (a+3)x + 3a \leq 0; \\ 2) x^2 + (1-3a)x + 2a^2 - 3a - 2 > 0.$$

126. Решите неравенство:

$$1) |x^2 - x - 3| < 9; \quad 4) x^2 - 4|x| < 12; \\ 2) |x^2 + 5x| > 6; \quad 5) x^2 - 5x + 9 > |x - 6|; \\ 3) |x - 4|(x + 2) \geq 4x; \quad 6) x^2 + 2|x - 1| + 7 \leq 4|x - 2|.$$

127. При каких значениях b один из корней уравнения $x^2 + (b-6)x + b^2 - 24 = 0$ больше 4, а другой — меньше 4?

128. При каких значениях m один из корней квадратного уравнения $(m-5)x^2 - 2(m^2+1)x + m-1 = 0$ больше -1 , а другой — меньше -1 ?

129. При каких значениях a один из корней уравнения $x^2 - (3a+2)x + a^2 = 0$ меньше 2, а другой — больше 2?

130. При каких значениях a корни уравнения $x^2 - 6ax + 9a^2 - 2a + 2 = 0$ больше 3?

131. При каких значениях a корни уравнения $x^2 + 2(a+1)x + 9a - 5 = 0$ меньше -2 ?

132. При каких значениях a корни уравнения $4x^2 - (3a+1)x - a - 2 = 0$ принадлежат промежутку $(-1; 2)$?

Решение неравенств методом интервалов

133. Решите неравенство:

$$1) (x+3,2)(x-4) \geq 0; \\ 2) (x+7)(x-6)(x-14) < 0; \\ 3) (2x+3)(4x-3)(x-10) \geq 0; \\ 4) (5+x)(x+1)(3-x) < 0; \\ 5) (x+6,8)(1-x)(2-x) \geq 0; \\ 6) (5x+20)(2-6x)(6x-12)(9-2x) \leq 0.$$

134. Решите неравенство:

$$\begin{array}{lll} 1) \frac{x+8}{x-7} < 0; & 4) \frac{x+6,2}{x-1,6} \leq 0; & 7) \frac{(x+13)(x+2)}{x-13} \geq 0; \\ 2) \frac{x-9}{x+11} > 0; & 5) \frac{6-x}{x-5} \geq 0; & 8) \frac{x-3,5}{(x+6)(x-12)} \leq 0; \\ 3) \frac{x-3,2}{x-4,8} \geq 0; & 6) \frac{3x+1,8}{1,5-5x} \leq 0; & 9) \frac{x+7,2}{(10-x)(x-3)} \geq 0. \end{array}$$

135. Найдите множество решений неравенства:

$$\begin{array}{ll} 1) (x^2 + 7x)(x^2 - 25) \leq 0; & 3) \frac{x^2 + 10x + 9}{x^2 - 4x + 3} < 0; \\ 2) (x^2 + 6x + 5)(x^2 - 3x) > 0; & 4) \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 64} \geq 0. \end{array}$$

136. Решите неравенство:

$$\begin{array}{l} 1) (x^2 + 4)(x^2 - 4x + 3) \geq 0; \\ 2) (x + 4)^2(x^2 + 8x + 12) < 0; \\ 3) (x + 4)^2(x^2 + 8x + 12) \leq 0; \\ 4) (x + 4)^2(x^2 + 8x + 12) > 0; \\ 5) (x + 4)^2(x^2 + 8x + 12) \geq 0; \\ 6) (x - 5)^2(x^2 - 2x - 3) > 0; \\ 7) (x - 5)^2(x^2 - 2x - 3) \geq 0; \\ 8) (x - 5)^2(x^2 - 2x - 3) < 0; \\ 9) (x - 5)^2(x^2 - 2x - 3) \leq 0; \\ 10) (x - 1)^2(x - 2)^4(x - 3)^3 > 0; \\ 11) (x - 1)^2(x - 2)^4(x - 3)^3 \geq 0; \\ 12) (x - 1)^2(x - 2)^3(x - 3)^4(x - 4)^5 \leq 0; \\ 13) (x^2 + 9x + 18)(x^2 + 4x + 5) \geq 0; \\ 14) (x^2 - 2x - 7)(3x - x^2 - 6) \leq 0. \end{array}$$

137. Решите неравенство:

$$1) \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 4x + 4} > 0; \quad 2) \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 4x + 4} \geq 0;$$

3) $\frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 4x + 4} < 0;$

7) $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 3x - 10} < 0;$

4) $\frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 4x + 4} \leq 0;$

8) $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 3x - 10} \leq 0;$

5) $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 3x - 10} > 0;$

9) $\frac{x^2 + x - 6}{|x - 4|} \geq 0;$

6) $\frac{x^2 + 6x + 9}{x^2 + 3x - 10} \geq 0;$

10) $\frac{|x + 2|}{x^2 - 2x - 63} \geq 0.$

138. Найдите множество решений неравенства:

1) $\frac{x^2 - 6x}{x^2 - 36} \geq 0;$

2) $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 3x - 4} \leq 0.$

139. Решите неравенство:

1) $\frac{x + 2}{x - 2} \geq \frac{4x - 10}{x - 2};$

3) $\frac{x^2 + 5x}{x - 1} \geq \frac{14}{x - 1};$

2) $\frac{3x}{2x - 7} \leq 1;$

4) $\frac{x^2 - 4x}{x - 2} \leq 3.$

140. Для каждого значения a решите неравенство:

1) $(x - 4)(x - a) < 0;$

5) $(x - a)(x + 2)^2 \leq 0;$

2) $(x - 4)(x - a)^2 > 0;$

6) $\frac{x - 7}{x - a} \leq 0;$

3) $(x - 4)(x - a)^2 \geq 0;$

7) $\frac{(x - 5)(x - a)}{x - 5} \geq 0;$

4) $(x - a)(x + 2)^2 < 0;$

8) $\frac{(x - 5)(x - a)}{x - a} \leq 0.$

График уравнения с двумя переменными

141. Постройте график уравнения:

1) $y = 2x - 3;$

6) $x^2 + y^2 = 9;$

11) $|x| = 1;$

2) $5x - 2y + 10 = 0;$

7) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4;$

12) $|y| = 3;$

3) $3y - x = 0;$

8) $(x + 3)^2 + y^2 = 5;$

13) $xy = 6;$

4) $x - 4 = 0;$

9) $y = x^2 - 6x;$

14) $|xy| = 8;$

5) $y + 2 = 0;$

10) $x^2 + y + 4x + 3 = 0;$

15) $y = |x - 3|.$

142. Постройте график уравнения:

1) $x = y^2$;

7) $(x-3)^2 + (y+5)^2 = 0$;

2) $|x+y| = 4$;

8) $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 10 = 0$;

3) $|2x-y| = 5$;

9) $x^2 - 2x + y^2 + 10y + 10 = 0$;

4) $x^2 - y^2 = 0$;

10) $|x| + |y| = 5$;

5) $4x^2 - y^2 = 0$;

11) $|x| - 2|y| = 4$;

6) $x^2 + 7y^2 = 0$;

12) $y = \sqrt{9-x^2}$.

Системы уравнений с двумя переменными

143. Решите графически систему уравнений:

1) $\begin{cases} y = x^2 - 2x + 3, \\ y = 3x - 1; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y = 2x - 5; \end{cases}$

5) $\begin{cases} xy = 8, \\ x + y = 6; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2 - y = 6, \\ x + y = 6; \end{cases}$

4) $\begin{cases} (x+2)^2 + y^2 = 10, \\ x + y + 4 = 0; \end{cases}$

6) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ xy = -6. \end{cases}$

144. Определите графически количество решений системы уравнений:

1) $\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = x - 4; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = x^2 - 2; \end{cases}$

5) $\begin{cases} x^2 + (y+3)^2 = 9, \\ y = -4x^2 + 2; \end{cases}$

2) $\begin{cases} y = x^2 - 5, \\ y = 6 - x^2; \end{cases}$

4) $\begin{cases} xy = 5, \\ y = 0,5x^2 + 1; \end{cases}$

6) $\begin{cases} |y| = |x|, \\ y = x^2 - 6x + 5. \end{cases}$

145. Решите систему уравнений:

1) $\begin{cases} x = 2 + y, \\ y^2 - 2xy = 3; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2 - xy + y = 16, \\ 3y - x = 14; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x + y = 7, \\ xy = 12; \end{cases}$

5) $\begin{cases} 2x + 3y = 3, \\ 3y^2 - 4x = 18; \end{cases}$

3) $\begin{cases} y + 4x = 6, \\ x^2 + 3xy - y^2 = 3; \end{cases}$

6) $\begin{cases} 5x + y = -7, \\ (x+4)(y-5) = -4. \end{cases}$

146. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения:

1) прямой $y = x - 3$ и параболы $y = x^2 - 4x + 3$;

2) прямой $x - 2y + 2 = 0$ и окружности $x^2 + (y-1)^2 = 5$;

3) прямой $x + 2y - 5 = 0$ и окружности $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$;

4) парабол $y = 2x^2 - 3x + 1$ и $y = -x^2 + x - 1$.

147. Решите систему уравнений:

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 - 2xy = 36, \\ x + y = -4; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^2 - 6y^2 = -5, \\ x^2 + 6y^2 = 7; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 + 6xy + 9y^2 = 4, \\ x^2 - xy - 4y^2 = -2; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2x + 3xy = -20, \\ y - 3xy = 28; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^2 + xy = 6, \\ xy + y^2 = 3; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 4x^2 + y^2 = 13, \\ xy = -3. \end{cases}$$

148. Решите систему уравнений:

$$1) \begin{cases} x^2 - 3y^2 = 13, \\ xy = -4; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \frac{2}{x-2y} + \frac{1}{x+2y} = 7, \\ \frac{15}{x-2y} - \frac{2}{x+2y} = 24; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + y - xy = -2, \\ xy(x + y) = 48; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} - \frac{2(x-y)}{x+y} = 1, \\ x^2 - 5xy + 2y^2 = 4. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^3 + y^3 = 7, \\ x^2 - xy + y^2 = 7; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2\frac{1}{2}, \\ 2x - 3y = 3; \end{cases}$$

149. Решите систему уравнений:

$$1) \begin{cases} x^2 - 5xy + 6y^2 = 0, \\ 3x^2 + 2xy - y^2 = 15; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x^2 - 2xy - y^2 = 7, \\ x^2 + xy + 8y^2 = 14. \end{cases}$$

150. Сколько решений в зависимости от значения a имеет система уравнений:

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y = x + a; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ ||x| = 3? \end{cases}$$

**Решение задач с помощью систем уравнений
второй степени**

151. Сумма двух чисел равна 7, а разность чисел, обратных данным, равна $\frac{1}{12}$. Найдите эти числа.

152. Если некоторое двузначное число разделить на сумму его цифр, то в частном получим 7, а если разделить это число на произведение его цифр, то неполное частное будет равно 3, а остаток — 9. Найдите данное число.
153. Диагональ прямоугольника равна 13 см, а площадь — 60 см^2 . Найдите стороны прямоугольника.
154. Площадь прямоугольника равна 300 см^2 . Если его длину увеличить на 5 см, а ширину уменьшить на 5 см, то его площадь станет равной 250 см^2 . Найдите исходные размеры прямоугольника.
155. Из двух городов, расстояние между которыми равно 300 км, выехали одновременно навстречу друг другу легковой и грузовой автомобили, которые встретились через 2,5 ч. Найдите скорость каждого автомобиля, если грузовик потратил на весь путь на 3 ч 45 мин больше, чем легковой автомобиль.
156. Из города в село, расстояние между которыми равно 180 км, выехали одновременно грузовик и велосипедист. Грузовик приехал в село на 8 ч раньше, чем велосипедист. Найдите скорость движения велосипедиста, если за 2 ч грузовик проезжает на 60 км больше, чем велосипедист за это же время.
157. Катер проходит 66 км по течению реки и 54 км против течения за 6 ч. Этот катер проходит 44 км по течению на 3 ч быстрее, чем 90 км против течения. Найдите собственную скорость катера и скорость течения.
158. Из двух сел, расстояние между которыми равно 30 км, вышли навстречу друг другу два пешехода, которые встретились на середине пути, причем один из них вышел на 1 ч 15 мин позже другого. Если бы они вышли одновременно, то встретились бы через 3 ч. Найдите скорость движения каждого пешехода.
159. Если открыть одновременно две трубы, то бассейн будет наполнен за 8 ч. Если сначала первая труба наполнит половину бассейна, а потом вторая труба — вторую его половину, то весь бассейн будет наполнен за 18 ч. За сколько часов может наполнить этот бассейн каждая труба?
160. Два работника, работая вместе, могут выполнить заказ за 12 дней. Они проработали вместе 10 дней, и один из них заболел. После этого второй работник закончил выполнение заказа через 5 дней, работая в одиночку. За сколько дней каждый работник может выполнить данный заказ, работая самостоятельно?
161. Из села A в село B , расстояние между которыми равно 20 км, вышел пешеход. Через 2 ч из села A в том же направлении со ско-

ростью 15 км/ч выехал велосипедист, который догнал пешехода, передал ему пакет и поехал в село A с той же скоростью. Пешеход пришел в B , а велосипедист вернулся в A одновременно. Найдите скорость движения пешехода.

162. Из двух сел, расстояние между которыми равно 9 км, вышли одновременно навстречу друг другу два пешехода. Один из них пришел во второе село через 1 ч 21 мин после встречи, а другой в первое село — через 36 мин после встречи. Найдите, с какой скоростью двигался каждый пешеход и через сколько времени после начала движения состоялась их встреча.
163. Одновременно из одного города в одном направлении выехали два мотоциклиста: первый со скоростью 80 км/ч, а второй — 60 км/ч. Через полчаса из этого города в этом же направлении выехал третий мотоциклист. Найдите скорость движения третьего мотоциклиста, если известно, что он догнал первого мотоциклиста через 1 ч 15 мин после того, как догнал второго.
164. Две точки двигаются по окружности в одном направлении. Первая точка проходит окружность на 2 с быстрее второй и догоняет ее через каждые 12 с. За какое время каждая точка проходит окружность?

Математическое моделирование

165. Решите задачу, построив ее математическую модель.
- 1) Для изготовления 6 приборов требуется 14 кг металла. Сколько металла требуется для изготовления 15 таких приборов?
 - 2) Расстояние между городами A и B на карте равно 4,8 см, а на местности — 120 км. Каково расстояние между городами C и D на этой карте, если на местности расстояние между ними равно 160 км?
 - 3) Из двух городов, расстояние между которыми равно 42 км, одновременно в одном направлении выехали два автомобиля. Первый из них, ехавший сзади, двигался со скоростью 70 км/ч, а второй — 56 км/ч. Через сколько часов после начала движения первый автомобиль догонит второй?
 - 4) Две бригады, работая вместе, могут выполнить некоторый заказ за 6 дней. Одна из бригад может выполнить самостоятельно этот заказ за 10 дней. За сколько дней может выполнить его самостоятельно другая бригада?
 - 5) От села до города легковой автомобиль доехал за 2 ч, а грузовой — за 5 ч. Какова скорость движения каждого авто-

- мобиль, если скорость грузового на 48 км/ч меньше скорости легкового?
- 6) Купили 14 открыток по 80 коп. и по 1 грн. 20 коп., заплатив всего 15 грн. 20 коп. Сколько купили открыток каждого вида?
 - 7) Стену длиной 6 м и высотой 3 м хотят обложить кафелем. Хватит ли для этого 5 ящиков кафеля, если одна плитка кафеля имеет форму квадрата со стороной 15 см, а в один ящик помещается 160 плиток?
 - 8) Токарь планировал за определенное время изготовить 105 деталей. Однако он выполнил это задание на 2 дня раньше срока, так как изготавливал ежедневно на 14 деталей больше, чем планировал. Сколько деталей в день он изготавливал?
 - 9) Дорога между селами A и B сначала идет вверх, а затем спускается. Пешеход на путь из A в B тратит 4 ч, а на обратный — 4 ч 20 мин. На подъеме он движется на 1 км/ч медленнее, чем на спуске. С какой скоростью пешеход идет вверх и с какой — под гору, если расстояние между селами A и B равно 10 км?
 - 10) Два туриста вышли одновременно из двух городов навстречу друг другу и после встречи каждый продолжил движение в первоначальном направлении. Один из них, скорость которого на 3 км/ч больше скорости другого, прибыл в место назначения через 2 ч после встречи, а другой — через 4,5 ч. Найдите скорость движения каждого туриста. Через какое время после начала движения состоялась их встреча?
 - 11) Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу выехали соответственно мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист прибыл в B через 36 мин после встречи с велосипедистом, а велосипедист в A — через 3 ч 45 мин после встречи. За какое время каждый из них проедет расстояние между A и B ?

Процентные расчеты

166. Сколько кислоты содержится в 23 кг девятипроцентного раствора?
167. В магазин завезли 200 кг яблок и груш. Груши составляли 30 % завезенных фруктов. Сколько килограммов яблок завезли в магазин?
168. В первый день турист прошел 16 км, что составляет 40 % длины туристического маршрута. Найдите длину этого маршрута.

169. Руда содержит 70 % железа. Сколько надо взять руды, чтобы получить 84 т железа?
170. Во время сушки яблоки теряют 84 % своей массы. Сколько надо взять свежих яблок, чтобы получить 12 кг сушеных?
171. В автопарке было 180 автомобилей, из них 117 — грузовые. Сколько процентов всех автомобилей составляют грузовики?
172. Цена некоторого товара возросла со 160 грн. до 164 грн. На сколько процентов выросла цена товара?
173. Стоимость некоторого товара сначала снизилась на 10 %, а потом повысилась на 10 %. На сколько процентов изменилась первоначальная цена?
174. Вкладчик положил в банк 40 000 грн. под 8 % годовых. Сколько денег будет на его счете через 3 года?
175. Предприниматель взял в банке кредит в размере 30 000 грн. под некоторый процент годовых. Через два года он вернул в банк 43 200 грн. Под какой процент годовых дает кредиты этот банк?
176. Смешали 50-процентный и 20-процентный растворы кислоты и получили 600 г 30-процентного раствора. Сколько граммов каждого раствора смешали?
177. Вкладчик положил в банк 20 000 грн. За первый год ему начислили некоторый процент годовых, а в следующем году банковский процент был увеличен на 2 %. В конце второго года на счете оказалось 22 048 грн. Сколько процентов составляла банковская ставка в первый год?
178. К сплаву меди и цинка, содержавшему меди на 4 кг больше, чем цинка, добавили 4 кг меди. В результате этого процентное содержание меди в сплаве увеличилось на 7,5 %. Сколько килограммов меди содержал сплав первоначально?

Случайное событие. Вероятность случайного события

179. В коробке лежат 6 белых и 14 красных шариков. Какова вероятность того, что выбранный наугад шарик окажется: 1) белым; 2) красным?
180. В лотерее разыгрывалось 6 автомобилей, 18 мотоциклов и 42 велосипеда. Всего было выпущено 3000 лотерейных билетов. Какова вероятность: 1) выиграть мотоцикл; 2) выиграть какой-нибудь приз; 3) не выиграть никакого приза?

181. Игральный кубик бросили один раз. Какова вероятность того, что выпадет число, кратное 2?
182. Из натуральных чисел от 1 до 16 включительно ученик наугад называет одно. Какова вероятность того, что это число является делителем числа 16?
183. Какова вероятность того, что наугад выбранное двузначное число делится нацело на 12?
184. В коробке лежат 3 белых и 4 синих шарика. Какое наименьшее количество шариков надо выпустить наугад, чтобы вероятность того, что среди них окажется хотя бы один синий, была равной 1?
185. Четыре карточки пронумерованы числами 1, 2, 3 и 4. Какова вероятность того, что произведение номеров двух наугад выбранных карточек будет кратным 3?
186. В коробке лежат красные и желтые шарики. Сколько красных шариков в коробке, если вероятность вынуть из нее наугад красный шарик равна $\frac{3}{8}$, а желтых шариков в коробке 20?

Начальные сведения о статистике

187. Даны 30 чисел, из них число 6 встречается 10 раз, число 10 встречается 12 раз и число 15 — 8 раз. Найдите среднее арифметическое этих 30 чисел.
188. Найдите меры центральной тенденции выборки:
 1) 6, 6, 8, 10, 11, 13, 14, 14, 15, 23;
 2) 1,2; 1,4; 1,5; 1,5; 2,3; 4,4; 4,5.
189. В таблице приведено распределение по стажу водителей, работающих в некотором автопарке:

Стаж работы в годах	2	6	10	15	16	18	19	20	21	22	25	28
Количество водителей	3	8	12	3	15	5	5	8	10	6	2	3

Найдите относительную частоту каждого значения и меру центральной тенденции выборки.

190. Опросили 20 детей, пришедших в кинотеатр, об их возрасте и составили таблицу:

12	14	15	12	16
13	14	16	15	14
14	15	15	16	14
12	13	15	16	14

Составьте частотную таблицу и постройте соответствующую гистограмму. Определите частоту и относительную частоту каждого ее значения.

Числовые последовательности

191. Запишите пять первых членов последовательности:

- 1) двузначных чисел, кратных числу 7, взятых в порядке возрастания;
- 2) правильных обыкновенных дробей со знаменателем 23, взятых в порядке убывания;
- 3) натуральных чисел, дающих при делении на 4 остаток 3, взятых в порядке возрастания.

192. Найдите четыре первых члена последовательности (a_n) , заданной формулой n -го члена:

$$1) a_n = n + 2; \quad 2) a_n = 3n - 4; \quad 3) a_n = \frac{n^2}{n+1}; \quad 4) a_n = \frac{2^n}{n^2}.$$

193. Найдите второй, шестой и сотый члены последовательности (b_n) , заданной формулой n -го члена:

$$1) b_n = \frac{5}{n}; \quad 3) b_n = n^2 - 10n;$$

$$2) b_n = 7 - 3n; \quad 4) b_n = (-1)^n + (-1)^{n+1}.$$

194. Последовательность (c_n) задана формулой n -го члена $c_n = 2n + 3$.

Найдите: 1) c_1 ; 2) c_5 ; 3) c_{12} ; 4) c_{200} ; 5) c_{k+2} .

195. Последовательность (x_n) задана формулой n -го члена

$$x_n = (-1)^{n+1} \cdot 2. \text{ Найдите: 1) } x_1; \text{ 2) } x_6; \text{ 3) } x_{2k}; \text{ 4) } x_{2k+1}; \text{ 5) } x_{k+1}.$$

196. Найдите пять первых членов последовательности (a_n) , если:

$$1) a_1 = -3; a_{n+1} = a_n + 2;$$

$$2) a_1 = 16; a_{n+1} = \frac{a_n}{2};$$

$$3) a_1 = -4; a_2 = 3; a_{n+2} = a_n + 2a_{n+1};$$

$$4) a_1 = 1; a_2 = 4; a_{n+2} = a_n^2 - a_{n+1}.$$

197. Последовательность (y_n) задана формулой n -го члена $y_n = 6n - 1$.

Является ли членом этой последовательности число: 1) 17; 2) 215; 3) 36? В случае утвердительного ответа укажите номер этого члена.

198. Найдите количество положительных членов последовательности (z_n) , заданной формулой n -го члена $z_n = 22 - 4n$.

199. Подберите одну из возможных формул n -го члена последовательности, первыми членами которой являются числа:

- 1) 4, 9, 16, 25, 36, ... ; 3) 1, -1, 1, -1, 1, ... ;
2) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, ... ; 4) 2, 0, $\frac{2}{3}$, 0, $\frac{2}{5}$, 0, $\frac{2}{7}$,

200. Докажите, что последовательность (a_n) , заданная формулой n -го члена, является возрастающей:

- 1) $a_n = 6n - 13$; 2) $a_n = n^2 + n - 1$; 3) $a_n = \frac{n}{n+1}$.

201. Найдите наибольший член последовательности (a_n) , заданной формулой n -го члена:

- 1) $a_n = 30 - n^3$; 2) $a_n = 3n^2 - n^3$; 3) $a_n = \frac{n}{4+n^2}$.

Определение арифметической прогрессии.

Формула n -го члена арифметической прогрессии

202. Найдите четыре первых члена арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = 1,5$; $d = -0,4$.

203. В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = 5$; $d = 0,6$. Найдите:

- 1) a_5 ; 2) a_{26} ; 3) a_{32} .

204. Найдите разность и сто пятьдесят первый член арифметической прогрессии 1,8; 2,2; 2,6;

205. Найдите формулу n -го члена арифметической прогрессии:

- 1) 18, 14, 10, 6, ... ; 3) a^4 , $5a^4$, $9a^4$, $13a^4$, ... ;
2) $2\frac{1}{6}$, $2\frac{1}{3}$, $2\frac{1}{2}$, $2\frac{2}{3}$, ... ; 4) $10 - a$, $8 - a$, $6 - a$, $4 - a$,

206. Найдите разность арифметической прогрессии (x_n) , если:

- 1) $x_1 = 14$, $x_8 = -7$; 2) $x_5 = -4$, $x_{14} = 50$.

207. Найдите первый член арифметической прогрессии (y_n) , если:

- 1) $y_{12} = -23$, $d = -2$; 2) $y_6 = 16$, $y_{18} = 52$.

208. Найдите номер члена арифметической прогрессии (z_n) , равного 3,8, если $z_1 = 10,4$ и $d = -0,6$.

209. Является ли число 25 членом арифметической прогрессии (b_n) , если $b_1 = 8$ и $d = 3,5$? В случае утвердительного ответа укажите номер этого члена.

210. Дана арифметическая прогрессия 5,3; 4,9; 4,5; Начиная с какого номера ее члены будут отрицательными?

211. Найдите количество отрицательных членов арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = -24$, $d = 1,2$.

212. Между числами -6 и 6 вставьте семь таких чисел, чтобы они вместе с данными числами образовали арифметическую прогрессию.

213. Найдите первый член и разность арифметической прогрессии (a_n) , если:

1) $a_4 + a_8 = 35$ и $a_3 + a_{21} = 65$;

2) $a_5 + a_9 = 42$ и $a_3 \cdot a_{10} = 165$.

214. Является ли последовательность (a_n) арифметической прогрессией, если она задана формулой n -го члена:

1) $a_n = -8n - 1$; 3) $a_n = -4,4n$; 5) $a_n = \frac{n-3}{n+2}$;

2) $a_n = 5n^2 - 4n$; 4) $a_n = 25 - 0,16n$; 6) $a_n = \frac{4-3n}{6}$?

В случае утвердительного ответа укажите первый член и разность прогрессии.

215. Даны две бесконечные арифметические прогрессии. Если к каждому члену одной прогрессии прибавить соответствующий член второй прогрессии, то будет ли полученная последовательность арифметической прогрессией?

216. При каком значении m значения выражений $3m$, $m^2 + 2$ и $m + 4$ будут последовательными членами арифметической прогрессии? Найдите члены этой прогрессии.

217. При каком значении n значения выражений n^2 , $2n + 3$, $3n + 4$ и $n^2 + n + 7$ будут последовательными членами арифметической прогрессии? Найдите члены этой прогрессии.

Сумма n первых членов арифметической прогрессии

218. Найдите сумму двадцати четырех первых членов арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = -4,2$, $d = 0,6$.

219. Найдите сумму сорока первых членов арифметической прогрессии $14, 9, 4, \dots$.

220. Арифметическая прогрессия (a_n) задана формулой n -го члена $a_n = 0,4n + 5$. Найдите сумму тридцати шести первых членов прогрессии.

221. Найдите сумму десяти первых членов арифметической прогрессии (a_n) , если:

1) $a_1 = 6$, $a_{13} = 42$;

2) $a_6 = 45$, $a_{14} = -43$.

222. Найдите сумму семнадцати первых членов арифметической прогрессии (a_n) , если $a_{17} = 84$, $d = 6,5$.
223. Найдите сумму двадцати первых членов арифметической прогрессии (a_n) , если $a_7 + a_{13} = 21$ и $a_8 + a_{12} - a_{15} = 3$.
224. При любом n сумму n первых членов некоторой арифметической прогрессии можно вычислить по формуле $S_n = 4n^2 - 5n$. Найдите первый член и разность этой прогрессии.
225. Найдите сумму всех натуральных чисел, которые кратны 11 и не больше 374.
226. Найдите сумму всех натуральных чисел, которые кратны 9 и не больше 192.
227. Найдите сумму всех натуральных чисел, которые при делении на 4 дают в остатке 1 и не превышают 145.
228. Найдите разность и тринадцатый член арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = 9$ и $S_{10} = -15$.
229. В арифметической прогрессии первый член равен -18 , а сумма двадцати четырех первых членов равна 672. Найдите разность и девятнадцатый член прогрессии.
230. Найдите первый и девятый члены арифметической прогрессии, если ее разность равна -4 , а сумма двенадцати ее первых членов равна 336.
231. Найдите сумму членов арифметической прогрессии с восьмого по двадцать второй включительно, если первый член равен 48, а разность равна -4 .
232. Найдите сумму членов арифметической прогрессии (y_n) с десятого по тридцать седьмой включительно, если $y_1 = 8$ и $y_{19} = 16$.
233. Найдите сумму всех отрицательных членов арифметической прогрессии $-5,6; -5; -4,4; \dots$.
234. В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = 16$, $d = -4$. Сколько надо взять первых членов прогрессии, чтобы их сумма была равной -324 ?
235. Найдите первый член и разность арифметической прогрессии, если сумма семи первых ее членов равна 94,5, а сумма пятнадцати первых членов равна 112,5.
236. Решите уравнение:
- 1) $5 + 9 + 13 + \dots + (4n + 1) = 324$, где n — натуральное число;
 - 2) $4 + 10 + 16 + \dots + x = 310$, где x — натуральное число.

**Определение геометрической прогрессии.
Формула n -го члена геометрической прогрессии**

- 237.** Найдите четыре первых члена геометрической прогрессии (b_n) , если $b_1 = -2$, $q = -3$.
- 238.** В геометрической прогрессии (b_n) $b_1 = \frac{1}{625}$, $q = -5$. Найдите:
1) b_2 ; 2) b_4 ; 3) b_7 ; 4) b_k .
- 239.** Найдите знаменатель и пятый член геометрической прогрессии $\frac{1}{256}$, $-\frac{1}{128}$, $\frac{1}{64}$, ...
- 240.** Найдите знаменатель геометрической прогрессии (b_n) , если:
1) $b_1 = 4000$, $b_4 = 256$; 2) $b_2 = 6$, $b_4 = 18$.
- 241.** Найдите первый член геометрической прогрессии (c_n) , если:
1) $c_5 = q = \frac{2}{3}$; 2) $c_4 = 8$, $c_7 = -64$.
- 242.** Число 192 является членом геометрической прогрессии $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{2}$, Найдите номер этого члена.
- 243.** Какие три числа надо вставить между числами 16 и 81, чтобы они вместе с данными числами образовали геометрическую прогрессию?
- 244.** Последовательность (b_n) задана формулой n -го члена $b_n = 4 \cdot 3^{n-1}$. Является ли эта последовательность геометрической прогрессией?
- 245.** Найдите первый член и знаменатель геометрической прогрессии (b_n) , если:
1) $b_{10} = 9b_8$ и $b_3 + b_6 = 168$;
2) $b_3 + b_6 = 1260$ и $b_4 - b_5 + b_6 = 945$.
- 246.** При каком значении x значения выражений $2x + 1$; $x + 2$ и $8 - x$ будут последовательными членами геометрической прогрессии? Найдите члены этой прогрессии.
- 247.** Сумма трех чисел, образующих геометрическую прогрессию, равна 63. Если к этим числам прибавить соответственно 7, 18 и 2, то образуется арифметическая прогрессия. Найдите данные числа.

Сумма n первых членов геометрической прогрессии

- 248.** Найдите сумму четырех первых членов геометрической прогрессии (b_n) , если $b_1 = \frac{1}{216}$, $q = 6$.

249. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии 162, 108, 72,
250. Найдите сумму четырех первых членов геометрической прогрессии (b_n) , если:
- 1) $b_4 = 125$, $q = 2,5$; 3) $b_4 = 10$, $b_7 = 10\,000$.
- 2) $b_1 = \sqrt{5}$, $b_5 = 25\sqrt{5}$, $q < 0$;
251. Геометрическая прогрессия (b_n) задана формулой n -го члена $b_n = 7 \cdot 2^{2n-1}$. Найдите сумму четырех первых ее членов.
252. Найдите первый член геометрической прогрессии (x_n) , если $q = \frac{1}{5}$; $S_4 = 156$.
253. Найдите количество членов геометрической прогрессии (y_n) , если $y_1 = 6$, $q = 4$, $S_n = 2046$.
254. Разность пятого и третьего членов геометрической прогрессии равна 1200, а разность пятого и четвертого членов равна 1000. Найдите сумму пяти первых членов прогрессии.
255. Найдите первый член, знаменатель и количество членов геометрической прогрессии (c_n) , если $c_6 - c_4 = 135$, $c_6 - c_5 = 81$, $S_n = 665$.

Сумма бесконечной геометрической прогрессии, у которой $|q| < 1$

256. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии:
- 1) 36, 20, $11\frac{1}{9}$, ... ; 2) 21, $3\sqrt{7}$, 3,
257. Найдите первый член бесконечной геометрической прогрессии, сумма которой равна 75, а знаменатель равен $\frac{4}{5}$.
258. Найдите пятый член бесконечной геометрической прогрессии, первый член которой равен -24 , а сумма равна -16 .
259. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии (b_n) , если $b_2 = 36$, $b_4 = 16$.
260. Сумма бесконечной геометрической прогрессии равна 27, а сумма трех ее первых членов равна 35. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.
261. Запишите в виде обыкновенной дроби число:
- 1) 0,777... ; 2) 3,(27); 3) 0,2474747... ; 4) 8,3(8).

Вариант 2

Числовые неравенства

- Сравните числа c и d , если:
1) $c - d = 1$; 2) $d - c = 7$; 3) $c = d - 0,9$; 4) $d = c + 0,1$.
- Точка $C(4)$ расположена на координатной прямой левее точки $D(x)$. Какое из утверждений верно: 1) $x > 4$; 2) $x < 4$; 3) $x = 4$; 4) числа x и 4 сравнить невозможно?
- Докажите, что при любом значении переменной верно неравенство:
1) $(a+6)(a-9) > (a+11)(a-14)$;
2) $(a-10)^2 - 12 < (a-7)(a-13)$;
3) $(4a-1)(4a+1) - (5a-7)^2 < 14(5a-1)$;
4) $a(a-10) > 4(a-13)$.
- Докажите, что:
1) $a^2 - 8a + 17 > 0$ при всех действительных значениях a ;
2) $6y - 9y^2 - 4 < 0$ при всех действительных значениях y ;
3) $x^2 - 6xy + 10y^2 - 4y + 7 > 0$ при всех действительных значениях x и y ;
4) $x^2 + 9y^2 + 2x + 6y + 2 \geq 0$ при всех действительных значениях x и y ;
5) $x^2(x-y) \geq y^2(x-y)$, если $x \geq 0$ и $y \geq 0$;
6) $a^3 - 8 > 3a - 6$, если $a > 2$;
7) $\frac{x^4 + 2x^2 + 2}{x^2 + 1} \geq 2$ при всех действительных значениях x ;
8) $5x^2 + 9y^2 + 12xy + 6x + 9 \geq 0$ при всех действительных значениях x и y .
- Докажите, что:
1) $\left(x + \frac{1}{y}\right)\left(y + \frac{1}{x}\right) \geq 4$, если $x > 0$, $y > 0$;
2) $(x+1)(y+2)(z+8) \geq 32\sqrt{xyz}$, если $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.

**Свойства числовых неравенств.
Оценивание значения выражения**

6. Дано: $m < n$. Сравните:

- 1) $m+9$ и $n+9$; 3) $2,7n$ и $2,7m$; 5) $-20m$ и $-20n$;
2) $n-3$ и $m-3$; 4) $-n$ и $-m$; 6) $\frac{m}{8}$ и $\frac{n}{8}$.

7. Дано: $n < m$. Сравните:

- 1) $n-5$ и m ; 2) $m+6$ и n ; 3) $-n+4$ и $-m+4$; 4) $n+3$ и $m-2$.

8. Сравните m и 0, если:

- 1) $9m < 7m$; 2) $\frac{m}{6} > \frac{m}{11}$; 3) $-4m < -13m$; 4) $-\frac{m}{30} < -\frac{m}{15}$.

9. Верно ли утверждение:

- 1) если $x > 2$ и $y > 14$, то $x+y > 16$;
2) если $x > 2$ и $y > 14$, то $x+y > 15$;
3) если $x > 2$ и $y > 14$, то $x+y > 17$;
4) если $x > 2$ и $y > 14$, то $xy > 28$;
5) если $x > 2$ и $y > 14$, то $x-y > -12$;
6) если $x > 2$ и $y > 14$, то $xy > 27$;
7) если $x > 2$ и $y > 14$, то $2x+3y > 46$;
8) если $x < 2$ и $y > 14$, то $y-x > 12$;
9) если $x < 2$ и $y < 14$, то $xy < 28$;
10) если $0 < x < 2$ и $0 < y < 14$, то $xy < 28$;
11) если $x > 2$, то $x^2 > 4$;
12) если $x < 2$, то $x^2 < 4$;
13) если $x > 2$, то $\frac{1}{x} < \frac{1}{2}$;
14) если $x < 2$, то $\frac{1}{x} > \frac{1}{2}$?

10. Дано: $x < 0$ и $y > 0$. Сравните:

- 1) $x-y$ и 0; 2) $x-y$ и y ; 3) $2y-5x$ и x ; 4) $\frac{1}{4x-3y}$ и y .

11. Дано: $-5 < x < 1$. Оцените значение выражения:

- 1) $7x$; 3) $x+3$; 5) $-x$; 7) $3x-2$;
2) $\frac{x}{3}$; 4) $x-8$; 6) $-6x$; 8) $9-5x$.

12. Дано: $2 < x < 7$. Оцените значение выражения $\frac{3}{x}$.

13. Дано: $-2 < x < 7$. Оцените значение выражения $\frac{3}{x}$.

14. Известно, что $2,4 < \sqrt{6} < 2,5$. Оцените значение выражения:

1) $4\sqrt{6}$; 2) $-4\sqrt{6}$; 3) $7-\sqrt{6}$; 4) $\frac{7-\sqrt{6}}{3}$.

15. Дано: $3 < x < 8$ и $2 < y < 7$. Оцените значение выражения:

1) $x+y$; 3) xy ; 5) $2x+5y$; 7) $\frac{5x}{6y}$;

2) $x-y$; 4) $\frac{x}{y}$; 6) $3x-4y$; 8) $\frac{0,6x-0,1y}{0,8x-0,3y}$.

16. Оцените длину средней линии трапеции с основаниями x см и y см, если $9 < x < 13$, $8 < y < 15$.

17. Оцените периметр и площадь квадрата со стороной x см, если $12 < x < 20$.

Неравенства с одной переменной

18. Какие из чисел $-7,5$; 2 ; -1 ; $\frac{1}{2}$; 0 являются решениями неравенства:

1) $x \geq \frac{1}{2}$; 3) $3x > x+5$; 5) $\sqrt{x-1} \geq 2$;

2) $x < 12$; 4) $x^2 - 36 < 0$; 6) $\frac{1}{x} \geq 1$?

19. Каково множество решений неравенства:

1) $(x-2)^2 \geq 0$; 3) $(x-2)^2 > 0$; 5) $0x < -3$; 7) $0x < 3$;

2) $(x-2)^2 \leq 0$; 4) $(x-2)^2 < 0$; 6) $0x \geq -3$; 8) $0x \geq 3$?

20. Решите неравенство:

1) $\frac{1}{(x-2)^2} + 3 > 0$; 4) $\frac{x-2}{x-2} > \frac{1}{4}$; 7) $\left(\frac{x-3}{x-4}\right)^2 > 0$;

2) $\frac{x-2}{x-2} > 0$; 5) $\frac{x-2}{x-2} \leq 1$; 8) $x + \frac{1}{x-3} > \frac{1}{x-3} + 2$.

3) $\frac{x-2}{x-2} \geq 0$; 6) $\left(\frac{x-3}{x-4}\right)^2 \geq 0$;

Решение линейных неравенств с одной переменной.

Числовые промежутки

21. Изобразите на координатной прямой промежутки:

1) $[-3; +\infty)$; 2) $(-1; +\infty)$; 3) $(-\infty; 0)$; 4) $(-\infty; 0]$.

22. Изобразите на координатной прямой и запишите промежутки, который задается неравенством:

1) $x > -2$; 2) $x < -3$; 3) $x \geq 3$; 4) $x \leq 6$.

23. Найдите наименьшее целое число, принадлежащее промежутку:

1) $(-2, 7; +\infty)$; 2) $[9; +\infty)$.

24. Решите неравенство:

1) $2x > 10$; 5) $3,9x > 0$; 9) $9x + 5 \leq 31 - 4x$;
2) $-4x \leq 16$; 6) $-6x \leq 0$; 10) $7 - 4x < 6x - 23$;
3) $\frac{1}{4}x > -3$; 7) $2\frac{3}{4}x \geq -3\frac{2}{3}$; 11) $4,7 - 2,3x \leq 1,2x - 9,3$;
4) $-0,2x \leq -2$; 8) $5x > 24 - x$; 12) $\frac{4}{9}x + 7 < \frac{1}{3}x + 2$.

25. Решите неравенство:

1) $4(x-3) > x+6$;
2) $0,3(8-3y) \leq 3,2-0,8(y-7)$;
3) $\frac{5}{6}\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{5}\right) \geq 3x + 3\frac{1}{3}$;
4) $2x(2x+1) - 5(x^2-3x) < x(2-x) + 3$;
5) $\frac{x-5}{4} - \frac{x+1}{3} > 2$;
6) $\frac{x+4}{3} - \frac{x+2}{6} \leq 4$;
7) $\frac{5x-2}{4} - \frac{3-x}{5} > \frac{1-x}{10}$;
8) $(x+4)(x-2) - (x+5)(x+3) \leq -8x$;
9) $(3x+1)^2 - (x+2)(4x-1) > 5(x-1)^2 + 7x$;
10) $3x(5+12x) - (6x-1)(6x+1) \geq 10x$.

26. Найдите наименьшее целое решение неравенства:

1) $x-4 < 3x+9$;
2) $18x^2 - (3x-2)(6x+5) \leq 20$;
3) $(3x+2)^2 - (9x-1)(x+1) \geq 17$;
4) $(x-3)(x+3) > 2(x-2)^2 - x(x+1)$.

27. Решите неравенство:

1) $5x+7 > 3(2x-5) - x$;
2) $4,5(2-x) \geq 5,4 - 3(1,5x-1,2)$;
3) $8x + (x-3)(x+3) \geq (x+4)^2$;
4) $3x(x-3) - (3x+1)(x+4) > 2 - 2(11x+3)$.

28. При каких значениях x имеет смысл выражение:

1) $\sqrt{3x-5}$;

3) $\frac{2}{\sqrt{7x+35}}$;

5) $\sqrt{9-15x} + \frac{3}{x^2-1}$;

2) $\sqrt{4-13x}$;

4) $\sqrt{x+9} + \frac{1}{x-4}$;

6) $\frac{4}{\sqrt{2x+18}} + \frac{1}{|x|-2}$?

29. Решите уравнение:

1) $|x+3|-x=2$;

3) $|x-2|+x=8$;

2) $|3x-1|+x=2$;

4) $|x+2|-x=6$.

30. Постройте график функции:

1) $y=|x+2|$;

2) $y=|x-4|-2$;

3) $y=|x+1|+2x$.

31. При каких значениях a имеет два различных действительных корня уравнение:

1) $x^2-3x+5a=0$;

2) $(a+3)x^2-(2a-1)x+a=0$;

3) $(a-5)x^2-2(a-6)x+a-4=0$;

4) $x^2+2(a-1)x+2a^2+4a+10=0$?

32. При каких значениях a можно разложить на линейные множители квадратный трехчлен:

1) $3x^2+5x+2a$;

3) $4x^2-2ax+1$;

2) ax^2-3x+3 ;

4) $(a-2)x^2+2ax+2$?

33. При каких значениях b имеет положительный корень уравнение:

1) $4x+5=3b$;

2) $(b+5)x=2$?

34. При каких значениях b имеет единственный положительный корень уравнение:

1) $(b+3)x=b^2-9$;

2) $(5b^2+7b)x=b$?

35. Для каждого значения a решите неравенство:

1) $(a+2)x > 0$;

5) $a+2x \geq 3-ax$;

2) $(a+2)x < 3$;

6) $3(a-x) \leq 9-ax$;

3) $(a+2)x \geq a+2$;

7) $(a-3)x > a^2-9$;

4) $(a+2)^2x \leq 0$;

8) $(a+2)x \leq a^2-4$.

36. В некоторой школе количество мальчиков относится к количеству девочек как 5 : 4. Какое наименьшее количество мальчиков может быть, если всего в школе не менее 600 учащихся?

37. Стороны треугольника равны 11 см, 15 см и x см, где x — натуральное число. Какое наименьшее значение может принимать x ?
38. Сумма трех последовательных нечетных натуральных чисел не превышает 139. Найдите наибольшее значение, которое может принимать третье число из этой тройки чисел.

Системы линейных неравенств с одной переменной

39. Среди чисел -5 ; $3,5$; 8 укажите решения системы неравенств:

$$1) \begin{cases} x > -7, \\ x < 12; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x \leq 6, \\ x \geq 2; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 3x - 2 > x + 4, \\ 7x - 4 > x + 3; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} 4 - 3x > 1, \\ 6 - 3x < -13. \end{cases}$$

40. Изобразите на координатной прямой промежутки:

$$1) (-7; 1); \quad 2) [-1; 6]; \quad 3) [-6; 3]; \quad 4) (-5; 2].$$

41. Изобразите на координатной прямой и запишите промежуток, который задается неравенством:

$$1) 2 < x < 4; \quad 3) -2,1 \leq x < 5,2;$$

$$2) \frac{1}{4} \leq x \leq 2\frac{2}{3}; \quad 4) -0,2 < x \leq 3,3.$$

42. Запишите все целые числа, принадлежащие промежутку:

$$1) [2; 7]; \quad 2) (1,3; 5); \quad 3) [-2,3; 3,4]; \quad 4) (-5,1; 1,4).$$

43. Укажите наибольшее и наименьшее целые числа, принадлежащие промежутку:

$$1) [-6; -2]; \quad 2) (3; 15].$$

44. Изобразите на координатной прямой и запишите пересечение промежутков:

$$1) [-5; 11] \text{ и } [6; 13]; \quad 4) (-\infty; 4,1) \text{ и } (4,7; +\infty);$$

$$2) (3; 8] \text{ и } [3; 10]; \quad 5) [2; +\infty) \text{ и } [5,6; +\infty);$$

$$3) (-\infty; 6,3) \text{ и } (2,5; +\infty); \quad 6) [4; 13] \text{ и } [7,2; 11].$$

45. Изобразите на координатной прямой и запишите объединение промежутков:

$$1) [4; 9,3] \text{ и } [5; 11]; \quad 4) (1; 5] \text{ и } (5; +\infty);$$

$$2) [2; 15] \text{ и } (-1; 15]; \quad 5) (-\infty; 17) \text{ и } (9,1; +\infty);$$

$$3) (-\infty; 8) \text{ и } (6,7; 10); \quad 6) (-\infty; -3) \text{ и } (2; +\infty).$$

46. Решите систему неравенств:

$$1) \begin{cases} -4x > 16, \\ -3x > 4; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 0,4(x-2) \leq 0,6x+1, \\ 5x+3 > 4(x+1,25); \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 4x-3 \geq x+6, \\ 5x+1 \geq 6x-11; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x(x+3) > (x+1)(x-2)-1, \\ (2x+1)(x+2) - (x-2)(x-4) < x^2; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \frac{2x-1}{4} - \frac{4-x}{2} > \frac{3}{4}, \\ \frac{x-1}{2} < \frac{2-x}{3} + \frac{1}{2}; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} (2x+1)^2 + 2x \leq (2x-1)(2x+1) - 4, \\ \frac{2x-1}{2} \geq \frac{x-5}{4} - \frac{x+1}{8}. \end{cases}$$

47. Найдите целые решения системы неравенств:

$$1) \begin{cases} 8x-9 < 5x-7, \\ 2-x > 3-4x; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 6x-2 > 4x+5, \\ 7x-10 \leq 2x+11; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 12x+23 \geq 3x-4, \\ 5x+2 \geq 8x-6; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} \frac{3x+2}{2} - 2 \geq 4x, \\ (x+5)(x-3) \geq x(x-1) - 19. \end{cases}$$

48. Решите систему неравенств:

$$1) \begin{cases} 4(x-1) - 3(x+1) < x, \\ 0,5(x+2) \leq 2(x+1,5) - 4; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 5x+6 < 3(x+2) + 2(x-1), \\ x(x-8) - 2 > (x+7)(x-2). \end{cases}$$

49. Решите неравенство:

$$\begin{array}{ll} 1) -4 < x-9 < 5; & 5) 3 \leq \frac{5x+2}{4} \leq 4; \\ 2) -2,6 < 5x-2 < 3; & 6) 0,3 \leq \frac{3-2x}{6} \leq 0,5. \\ 3) 0,8 < 1-3x < 3,7; & \\ 4) 2 < \frac{x}{3} + 1 < 2,1; & \end{array}$$

50. Сколько целых решений имеет неравенство:

$$1) -4 \leq 2x-5 \leq 6; \quad 2) -2 \leq 4-11x \leq 7?$$

51. При каких значениях x значения функции $y = x(1-\sqrt{5})$ принадлежат промежутку $[2\sqrt{5}-2; 4\sqrt{5}-4]$?

52. Решите систему неравенств:

$$1) \begin{cases} x < 9, \\ x > 6, \\ x < 7,4; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 7x-2 > 13, \\ 5-2x < 8, \\ 6x-5 > 3; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 0,3-5x \geq 2,8, \\ 4,5x+1 \geq 10, \\ 2,2x-1 < 2x-1,3. \end{cases}$$

53. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

$$\begin{array}{ll} 1) \sqrt{3x-10} + \sqrt{4x-11}; & 3) \sqrt{5x-45} + \sqrt{8-x}; \\ 2) \sqrt{4x+5} - \frac{1}{\sqrt{11-2x}}; & 4) \frac{3}{\sqrt{8-5x}} + \frac{5}{x^2+2x}? \end{array}$$

54. Решите неравенство:

$$1) (x+7)(x-1) \geq 0; \quad 3) \frac{x+4}{x-4} < 0; \quad 5) \frac{7x-1}{x-10} \geq 0;$$

$$2) (x+2)(x+1) < 0; \quad 4) \frac{x+9}{3x-9} > 0; \quad 6) \frac{4x-8}{x+5} \leq 0.$$

55. Решите неравенство:

$$1) |x| < 7; \quad 2) |x-1| \leq 3,8; \quad 3) |7x-5| \leq 3; \quad 4) |5-4x| < 6.$$

56. Решите неравенство:

$$1) |x| > 9; \quad 2) |x-4| \geq 3,2; \quad 3) |0,4x+3| \geq 2; \quad 4) |7-8x| > 9.$$

57. Решите уравнение:

$$1) |x| + |x-3| = 4; \quad 3) |x| - |x-3| = 4;$$

$$2) |x-2| + |x+3| = 5; \quad 4) |2x-6| - |x+4| = 4x+10.$$

58. Решите неравенство:

$$1) |x+3| + 4x \geq 6; \quad 4) |x+2| + |x-3| > 4;$$

$$2) |x-4| - 5x < 12; \quad 5) |x+2,2| - |x-1,8| \leq 4;$$

$$3) |x+3| + |x-3| \leq 6; \quad 6) |3x+16| - |2x-14| > 8.$$

59. Для каждого значения a решите систему неравенств:

$$1) \begin{cases} x < -4, \\ x < a; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x > 4, \\ x > a. \end{cases}$$

60. При каких значениях a оба корня уравнения $x^2 - (3a+2)x + 8a - 4a^2 = 0$ больше числа -7 ?

61. При каких значениях a оба корня уравнения $x^2 - (5a-2)x + 6a^2 - 4a = 0$ принадлежат промежутку $[4; 7]$?

62. При каких значениях a один из корней уравнения $2x^2 - (3a+5)x + a^2 + 2a - 3 = 0$ меньше 3, а другой — больше 5?

Функция

63. Функция задана формулой $g(x) = 2x - \frac{1}{3}x^2$. Найдите:

$$1) g(-1); \quad 2) g(0); \quad 3) g(-3); \quad 4) g\left(\frac{1}{2}\right).$$

64. Даны функции $h(x) = 2x - \frac{6}{x}$ и $g(x) = 4x - 3$. Сравните:

$$1) h(-1) \text{ и } g(0); \quad 2) h(2) \text{ и } g\left(-\frac{1}{2}\right); \quad 3) h(3) \text{ и } g(2).$$

65. Дана функция

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \leq -3, \\ 2x + 7, & \text{если } -3 < x \leq -1, \\ 2x^2 + 3, & \text{если } x > -1. \end{cases}$$

Найдите: 1) $f(-3,01)$; 2) $f(-3)$; 3) $f(-2,5)$; 4) $f(0)$.

66. Найдите область определения функции:

1) $f(x) = 2x - 17$;

10) $f(x) = \frac{x+3}{|x|-5}$;

2) $f(x) = \frac{-3}{x+2}$;

11) $f(x) = \frac{-4}{|x|+6}$;

3) $f(x) = \frac{x-7}{2}$;

12) $f(x) = \frac{17}{|x|-x^2}$;

4) $f(x) = \frac{x-3}{2x+3}$;

13) $f(x) = \sqrt{x+2} - \sqrt{x-2}$;

5) $f(x) = \sqrt{3+x}$;

14) $f(x) = \sqrt{2-x} - \frac{x-3}{x+5}$;

6) $f(x) = \frac{-2}{\sqrt{x-3}}$;

15) $f(x) = \sqrt{x-4} + \sqrt{4-x}$;

7) $f(x) = \frac{x}{x^2-3}$;

16) $f(x) = \sqrt{x-3} - \frac{x-2}{\sqrt{2-x}}$;

8) $f(x) = \frac{16}{x^2+16}$;

17) $f(x) = \sqrt{x-4} + \frac{x-12}{x^2-16}$;

9) $f(x) = \frac{6x+19}{3x+x^2}$;

18) $f(x) = \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+5}} + \frac{2x-3}{x^2-x-12}$.

67. При каком значении x значение функции $f(x) = \frac{x^2+7}{x+1}$ равно:

1) 4; 2) 6; 3) -1?

68. Найдите область значений функции:

1) $f(x) = \sqrt{x} + 3$;

7) $f(x) = \sqrt{-|x|}$;

2) $f(x) = \sqrt{x} - 1$;

8) $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{1-x}$;

3) $f(x) = 2 - x^2$;

9) $f(x) = \sqrt{4-x^2}$;

4) $f(x) = x^2 + 3$;

10) $f(x) = \frac{1}{x^2+2}$.

5) $f(x) = |x| + 1$;

6) $f(x) = \sqrt{x^2+1} - 3$;

69. На рисунке 5 изображен график функции $y = f(x)$, определенной на промежутке $[-4; 5]$. Пользуясь графиком, найдите:

- 1) $f(-3,5)$; $f(-1)$; $f(0)$; $f(1,5)$; $f(3)$; $f(4,5)$;
- 2) значения x , при которых $f(x) = -1,5$; $f(x) = 1,5$; $f(x) = 3$;
 $f(x) = 0$;
- 3) наибольшее и наименьшее значения функции;
- 4) область значений функции.

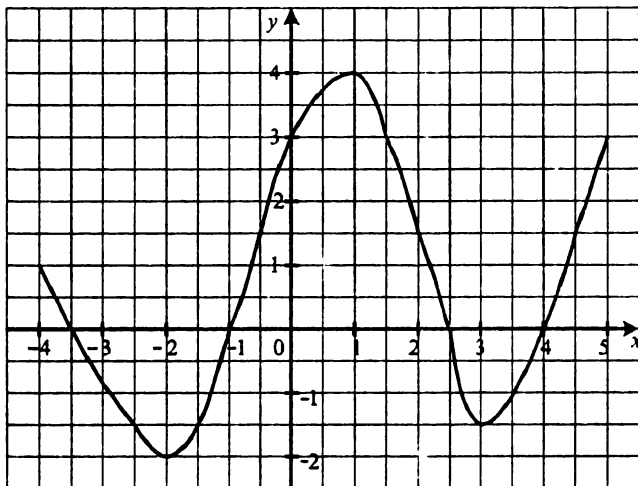


Рис. 5

70. Функция задана формулой $f(x) = -x^2 + 1$, где $-2 \leq x \leq 3$.

- 1) Составьте таблицу значений функции с шагом 1.
- 2) Постройте график функции, пользуясь составленной таблицей.
- 3) Пользуясь графиком, найдите, при каких значениях аргумента $f(x) > 0$.

71. Постройте график функции:

- | | | |
|--------------------------------|-------------------|----------------------------|
| 1) $f(x) = 2x - 1$; | 3) $f(x) = -3x$; | 5) $f(x) = \frac{6}{x}$; |
| 2) $f(x) = 5 + \frac{1}{3}x$; | 4) $f(x) = -2$; | 6) $f(x) = -\frac{4}{x}$. |

72. Найдите область определения и построьте график функции:

- | | |
|-------------------------------------|--|
| 1) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$; | 2) $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{2 - x}$; |
|-------------------------------------|--|

3) $f(x) = \frac{3x-9}{x^2-3x}$;

4) $f(x) = \frac{|x|-1}{|x|-1}$.

73. Постройте график функции:

1) $f(x) = \begin{cases} \frac{12}{x}, & \text{если } x \leq -4, \\ \frac{3}{4}x, & \text{если } -4 < x < 4, \\ \frac{12}{x}, & \text{если } x \geq 4; \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} 3x+2, & \text{если } x \leq -2, \\ -\frac{1}{2}x-3, & \text{если } -2 < x < 0, \\ -5, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$

74. Найдите, не выполняя построения, точки пересечения с осями координат графика функции:

1) $f(x) = 3 - \frac{1}{4}x$;

4) $g(x) = x^2 - 4x + 3$;

2) $h(x) = \frac{2x+3}{x-3}$;

5) $f(x) = 3x^2 + 11x - 4$;

3) $\varphi(x) = x^2 - 25$;

6) $f(x) = \frac{x^2-2}{x^2+2}$.

75. Задайте формулой линейную функцию $f(x) = kx + b$, для которой $f(10) = -15$ и $f(7) = -15\frac{3}{5}$.**Свойства функции**76. На рисунке 6 изображен график функции $y = f(x)$. Пользуясь графиком, найдите:

1) нули функции;

2) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

3) множество решений неравенства $f(x) < 0$.

77. Найдите нули функции:

1) $f(x) = -0,2x + 5$;

5) $f(x) = \sqrt{|x|-2}$;

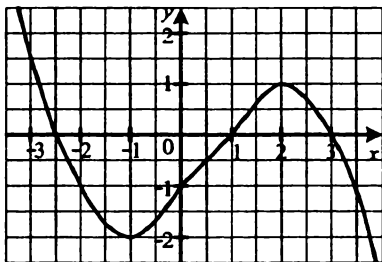
2) $f(x) = 5x^2 - 6x + 1$;

6) $f(x) = \sqrt{|x|+1}$;

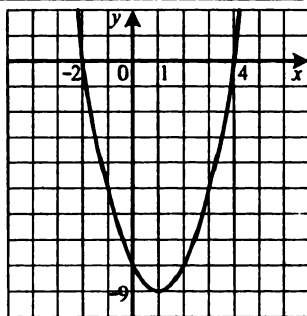
3) $f(x) = \sqrt{3-x}$;

7) $f(x) = (x-2)\sqrt{x-3}$.

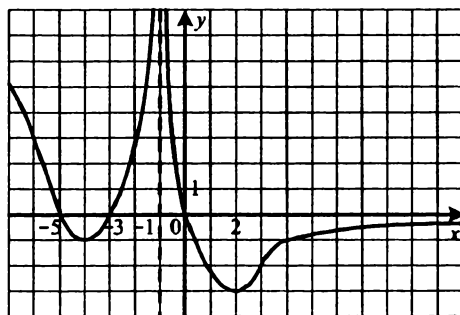
4) $f(x) = \frac{x^2-2x-3}{x+1}$;



а)



б)



в)

Рис. 6

78. Какие из линейных функций $y = 2x + 62$; $y = -0,18x + 1$; $y = 0,25x - 20$; $y = 122x - 1$; $y = 0,04x$; $y = -x - 1$:

- 1) возрастающие; 2) убывающие?

Четные и нечетные функции

79. Известно, что $f(-3) = 7$. Найдите $f(3)$, если функция f : 1) четная; 2) нечетная.

80. Является ли функция $f(x) = x^3$ нечетной, если ее областью определения является множество:

- 1) $(-3; 3)$; 2) $(-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$; 3) $(-10; 10]$; 4) $(-5; +\infty)$?

81. Является ли четной либо нечетной функция, заданная формулой:

- 1) $f(x) = 7x^7$; 3) $f(x) = \frac{3x}{x^2 - 25}$;
 2) $f(x) = 2x^6 - 3x^4$; 4) $f(x) = \sqrt{x^2 - 16}$;

$$5) f(x) = x^3 + x^2 + 4; \quad 9) f(x) = \frac{x^3 - 3x^2}{4x - 12};$$

$$6) f(x) = \frac{4}{x+6}; \quad 10) f(x) = -x^2 |x|;$$

$$7) f(x) = (x-5)(x+4) + x; \quad 11) f(x) = \frac{9x^3}{(x+9)^2};$$

$$8) f(x) = (x+1)^2 + (x-1)^2; \quad 12) f(x) = \frac{x+x^2}{x^3-x}?$$

82. На рисунке 7 изображена часть графика функции $y = g(x)$, определенной на промежутке $[-6; 6]$. Постройте график этой функции, если она является: 1) четной; 2) нечетной.

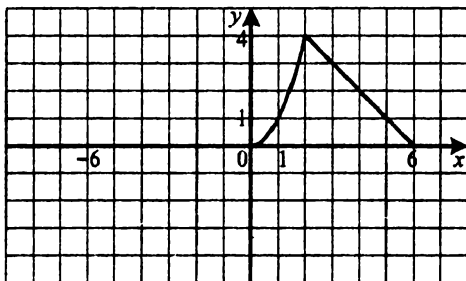


Рис. 7

Преобразования графиков функций

83. Постройте график функции:

$$1) y = -2x^2; \quad 2) y = \frac{1}{2}x^2; \quad 3) y = 3x^2; \quad 4) y = -0,4x^2.$$

84. На рисунке 8 изображен график функции $y = f(x)$. Постройте график функции:

$$1) y = f(x) + 1; \quad 3) y = f(x + 3); \quad 5) y = -f(x);$$

$$2) y = f(x) - 2; \quad 4) y = f(x - 1); \quad 6) y = 2 - f(x).$$

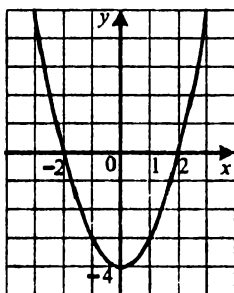
85. Постройте график функции:

$$1) y = x^2; \quad 5) y = 3 - x^2; \quad 8) y = (x + 2)^2 + 2;$$

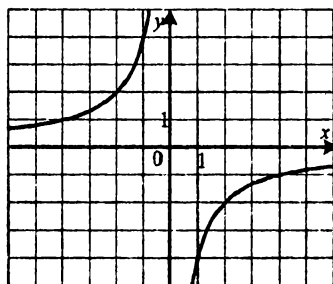
$$2) y = x^2 - 2; \quad 6) y = (x + 3)^2; \quad 9) y = (x - 2)^2 - 1;$$

$$3) y = x^2 + 2; \quad 7) y = (x - 1)^2; \quad 10) y = -(x + 1)^2 - 2.$$

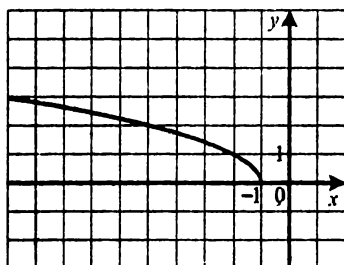
$$4) y = -x^2 - 1;$$



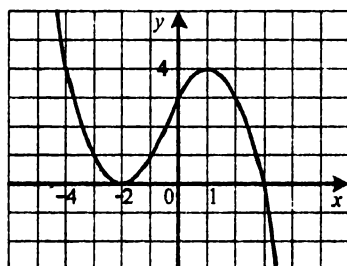
a)



в)



б)



г)

Рис. 8

86. Постройте график функции:

1) $y = \frac{6}{x}$; 3) $y = \frac{6}{x} + 2$; 5) $y = \frac{6}{x+2}$; 7) $y = \frac{x+6}{x}$;

2) $y = \frac{6}{x} - 1$; 4) $y = \frac{6}{x-1}$; 6) $y = \frac{6}{x-1} - 1$; 8) $y = \frac{2x-2}{x+2}$.

87. Постройте график функции:

1) $y = \sqrt{x}$; 4) $y = \sqrt{x-1}$; 7) $y = 2 + \sqrt{x-1}$;

2) $y = \sqrt{x} + 2$; 5) $y = -\sqrt{x}$; 8) $y = -2 - \sqrt{x+1}$.

3) $y = \sqrt{x+3}$; 6) $y = 1 - \sqrt{x}$;

Квадратичная функция, ее график и свойства

88. Определите направление ветвей и координаты вершины параболы:

1) $y = x^2 + 2x - 3$;

3) $y = 0,3x^2 + 3,6x + 11,3$;

2) $y = -x^2 - x + 2$;

4) $y = -3x^2 - 6x + 5$.

89. Постройте график функции:

1) $y = x^2 + 4x + 3$;

5) $y = 3x - x^2$;

2) $y = -x^2 - 2x + 3$;

6) $y = 1 - x^2$;

3) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 4$;

7) $y = -0,1x^2 + 0,4x - 0,4$;

4) $y = 2x^2 - 4x + 1$;

8) $y = x^2 - 4x + 5$.

90. Постройте график функции $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Пользуясь графиком, найдите:

1) $f(4)$; $f(2,5)$; $f(0,5)$;

2) значения x , при которых $f(x) = -1$; $f(x) = -2$; $f(x) = 8$;

3) наибольшее и наименьшее значения функции;

4) область значений функции;

5) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

6) множество решений неравенства $f(x) > 0$; $f(x) \leq 0$.

91. Постройте график функции $f(x) = 6x - 3x^2$. Пользуясь графиком, найдите:

1) $f(1)$; $f(0,5)$; $f(3)$;

2) значения x , при которых $f(x) = 3$; $f(x) = 0$; $f(x) = -9$;

3) наибольшее и наименьшее значения функции;

4) область значений функции;

5) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;

6) множество решений неравенства $f(x) > 0$; $f(x) \leq 0$.

92. Постройте в одной системе координат графики функций $y = -\frac{8}{x}$ и $y = x^2 - x - 2$. Найдите, пользуясь полученным рисунком, корни уравнения $x^2 - x - 2 = -\frac{8}{x}$.

93. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \frac{12}{x}$ и $y = -x^2 - x + 6$. Определите, пользуясь полученным рисунком, количество корней уравнения $-x^2 - x + 6 = \frac{12}{x}$.

94. Пусть D — дискриминант квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$. Изобразите схематически график квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$, если:

1) $a < 0$, $D > 0$, $c < 0$, $-\frac{b}{2a} > 0$;

2) $a > 0, D = 0, -\frac{b}{2a} < 0;$

3) $a < 0, D < 0, -\frac{b}{2a} < 0.$

95. Найдите область значений и промежутки возрастания и убывания функции:

1) $f(x) = 2x^2 - 8x + 1;$

3) $f(x) = 17 - 16x - 0,2x^2;$

2) $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + x - 2;$

4) $f(x) = 5x^2 + 8x.$

96. При каких значениях p и q график функции $y = x^2 + px + q$ проходит через точки $A(1; -1)$ и $B(3; -2)$?

97. При каких значениях a и b парабола $y = ax^2 + bx - 1$ проходит через точки $M(-1; 3)$ и $N(2; 4)$?

98. График квадратичной функции — парабола с вершиной в начале координат, проходящая через точку $(3; -27)$. Задайте эту функцию формулой.

99. График квадратичной функции — парабола с вершиной в точке $A(0; -3)$, проходящая через точку $B(3; 24)$. Задайте эту функцию формулой.

100. При каких значениях p и q вершина параболы $y = x^2 + px + q$ находится в точке $(2; 5)$?

101. Парабола $y = ax^2 + bx + c$ имеет вершину в точке $M(3; 1)$ и проходит через точку $K(1; 3)$. Найдите значение коэффициентов a, b и c .

102. Постройте график функции $y = x^2 - 2x + 3$ при $x \in [0; 3]$ и найдите, пользуясь графиком, ее область значений.

103. Найдите наибольшее значение функции $y = -2x^2 + 12x + 3$ на промежутке:

1) $[0; 2];$

2) $[2,5; 4];$

3) $[5; 12].$

104. При каком значении c наименьшее значение функции $y = 3x^2 - 6x + c$ равно -2 ?

105. На параболе $y = x^2 + 3x - 8$ найдите точку, у которой:

1) абсцисса и ордината равны;

2) сумма абсциссы и ординаты равна 4.

106. Постройте график функции:

$$1) f(x) = \begin{cases} -3x - 5, & \text{если } x \leq 1, \\ x^2 - 4x - 5, & \text{если } 1 < x < 4, \\ -5, & \text{если } x \geq 4; \end{cases}$$

$$2) f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & \text{если } x \leq -1, \\ x - x^2, & \text{если } -1 < x \leq 2, \\ 1, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

107. Постройте график функции:

$$1) y = \frac{|x|}{x}(x^2 - x - 2); \quad 3) y = x^2 + x \frac{|x+1|}{x+1} - 6;$$

$$2) y = x^2 - 2|x| - 3; \quad 4) y = x^2 + 2|x+1| - x - 2.$$

108. При каких значениях a функция $y = -2x^2 - 3x + a$ принимает отрицательные значения при всех действительных значениях x ?

109. При каких значениях a функция $y = (a+1)x^2 - 2x + 3$ принимает положительные значения при всех действительных значениях x ?

110. При каких значениях a функция $y = (a-2)x^2 + 2x + 7$ принимает неотрицательные значения при всех действительных значениях x ?

111. При каком значении a график квадратичной функции $y = ax^2 + (a+2)x + 2$ имеет с осью абсцисс одну общую точку?

112. Пусть x_1 и x_2 — нули функции $y = -2x^2 - (2a-1)x + 3a + 2$.
При каких значениях a выполняется неравенство $x_1 < 2 < x_2$?

Решение квадратных неравенств

113. Решите неравенство:

$$1) x^2 + x - 30 < 0;$$

$$9) x^2 + 10x + 25 \geq 0;$$

$$2) x^2 - 10x + 16 \geq 0;$$

$$10) 2x^2 - 3x + 4 > 0;$$

$$3) -x^2 + 0,8x + 2,4 > 0;$$

$$11) 9x^2 - 6x + 1 \leq 0;$$

$$4) 5x^2 - 4x - 12 \leq 0;$$

$$12) 4x^2 - 20x + 25 < 0;$$

$$5) -2x^2 + 7x - 6 < 0;$$

$$13) 3x^2 - x + 2 \leq 0;$$

$$6) 2x^2 - 50x \geq 0;$$

$$14) -9x^2 + 4x - 2 < 0;$$

$$7) 4x^2 - 49 < 0;$$

$$15) -4x^2 + 4x - 1 \leq 0.$$

$$8) 16x^2 - 8x + 1 > 0;$$

114. Решите неравенство:

1) $x^2 \leq 16$;

4) $-4x^2 \geq -12x$;

2) $x^2 > 5$;

5) $-7x^2 < -28$;

3) $9x^2 \leq 5x$;

6) $0,4x^2 < -10x$.

115. Найдите множество решений неравенства:

1) $(2x-1)(x+3) \geq 4$;

4) $\frac{x^2+x}{2} - \frac{8x-1}{3} < -2$;

2) $(x+2)^2 < 13 - (x-3)^2$;

5) $\frac{x^2-4x}{8} + \frac{x-3}{5} \geq \frac{1-x}{6}$;

3) $x^2 + x(1-\sqrt{5}) < \sqrt{5}$;

6) $(6x-5)^2 + (3x-2)(3x+2) > 36$.

116. Найдите область определения функции:

1) $y = \sqrt{x^2 - 2x - 48}$;

3) $y = \sqrt{x^2 - 5x - 14} - \frac{3}{x^2 - 25}$;

2) $y = \frac{2x-1}{\sqrt{4x-16x^2}}$;

4) $y = \frac{x+3}{\sqrt{14-3x-2x^2}} + \frac{x-1}{2x^2-3x+1}$.

117. Найдите целые решения неравенства:

1) $2x^2 + 8x \leq 0$;

4) $6x^2 - 7x + 2 \leq 0$;

2) $x^2 - 12 < 0$;

5) $-\frac{1}{3}x^2 - 2x + 9 > 0$;

3) $-4x^2 + 13x - 3 \geq 0$;

6) $x^2 - 2,6x + 1,2 \leq 0$.

118. Решите систему неравенств:

1) $\begin{cases} x^2 - 3x - 10 \leq 0, \\ x > 1; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2 - 5x - 14 \leq 0, \\ 3x + 6 \leq 0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3x^2 - 10x - 8 > 0, \\ x \leq 5; \end{cases}$

5) $\begin{cases} x^2 - x - 6 \geq 0, \\ x^2 - x - 30 < 0; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x^2 - 3x - 9 \leq 0, \\ 2x - 7 \geq 0; \end{cases}$

6) $\begin{cases} x^2 - 4x - 12 \leq 0, \\ x^2 - 6x - 7 < 0. \end{cases}$

119. Найдите целые решения системы неравенств:

1) $\begin{cases} x^2 - 7x + 6 < 0, \\ x \geq 2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 - 7x - 18 \geq 0, \\ -3,1 \leq x \leq 15,4; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3x^2 - 4x \leq 0, \\ -0,3x + 0,9 > 0; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2 + (\sqrt{11}-3)x - 3\sqrt{11} \leq 0, \\ -x^2 - 1,5x + 7 \geq 0. \end{cases}$

120. Найдите, при каких значениях a не имеет корней уравнение:

$$1) x^2 + (a+1)x + 1 = 0; \quad 3) (9-3a)x^2 - (a-3)x + 1 = 0;$$

$$2) (a-1)x^2 - 2ax + 3a = 0; \quad 4) (a-2)x^2 - 2(a+1)x + 3a + 3 = 0.$$

121. При каких значениях b имеет два различных действительных корня уравнение:

$$1) x^2 - bx + 2b - 3 = 0; \quad 3) (1-2b)x^2 + 2(2b+1)x + 6b - 2 = 0;$$

$$2) bx^2 + (2b-1)x + b = 0; \quad 4) (2b+10)x^2 + (b-10)x - b + 4 = 0?$$

122. Найдите, при каких значениях a выполняется при всех действительных значениях x неравенство:

$$1) x^2 - 2(a+1)x + 2a^2 - a + 1 > 0;$$

$$2) -\frac{1}{2}x^2 - 2ax + 8a^2 - 4a \leq 0;$$

$$3) ax^2 + 8x - a + 10 > 0;$$

$$4) (4-a^2)x^2 + 2(a-2)x + 1 \leq 0.$$

123. Найдите, при каких значениях m не имеет решений неравенство:

$$1) mx^2 - 2mx + m - 9 > 0;$$

$$2) (3m-4)x^2 + 2(m-2)x + m - 2 \leq 0.$$

124. Для каждого значения a решите систему неравенств:

$$1) \begin{cases} x^2 + x - 6 < 0, \\ x \geq a; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x^2 + 9x + 8 \geq 0, \\ x < a. \end{cases}$$

125. Для каждого значения a решите неравенство:

$$1) x^2 - (a-2)x - 2a \geq 0; \quad 2) x^2 - 3ax + 2a^2 - a - 1 < 0.$$

126. Решите неравенство:

$$1) |x^2 - x - 8| < 12; \quad 4) x^2 - 2|x| < 15;$$

$$2) |x^2 - 2x| \geq 3; \quad 5) x^2 - 7x + 12 > |x-4|;$$

$$3) |x-3|(x+1) \geq 4x; \quad 6) |x| \cdot |x-3| + x - 2 < 0.$$

127. При каких значениях b один из корней уравнения $x^2 - (2b-3)x + b - 4 = 0$ больше 2, а другой — меньше 2?

128. При каких значениях a один из корней квадратного уравнения $(1-2a)x^2 + (a^2-20)x + 2 = 0$ больше 1, а другой — меньше 1?

129. При каких значениях m один из корней уравнения $x^2 + (2m+3)x + m^2 = 0$ меньше -3 , а другой — больше 0?

130. При каких значениях a корни уравнения $x^2 - 4ax + 4a^2 - a + 1 = 0$ больше 2?

131. При каких значениях a корни уравнения $x^2 - 4(a-1)x + 3a - 5 = 0$ меньше 3?

132. При каких значениях a корни уравнения $2x^2 - (3a-2)x - a + 1 = 0$ принадлежат промежутку $(-2; 1)$?

Решение неравенств методом интервалов

133. Решите неравенство:

- 1) $(x-1,8)(x+3) \leq 0$;
- 2) $(x+6)(x-1)(x-7) > 0$;
- 3) $(4x+3)(2x-3)(x-5) \geq 0$;
- 4) $(2+x)(x+7)(2-x) > 0$;
- 5) $(x+7,2)(4-x)(5-x) \leq 0$;
- 6) $(3x+20)(3-6x)(2x-3)(7-3x) \geq 0$.

134. Решите неравенство:

- | | | |
|-----------------------------------|-------------------------------------|---|
| 1) $\frac{x+3}{x-6} < 0$; | 4) $\frac{x+5,8}{x-2,3} \geq 0$; | 7) $\frac{(x+5)(x+7)}{x-11} \leq 0$; |
| 2) $\frac{x-5}{x+7} > 0$; | 5) $\frac{3-x}{x-4} \geq 0$; | 8) $\frac{x-6,5}{(x+3)(x-14)} \geq 0$; |
| 3) $\frac{x-1,4}{x-2,6} \leq 0$; | 6) $\frac{4x+1,2}{1,8-3x} \leq 0$; | 9) $\frac{x+6,8}{(7-x)(x-4)} \leq 0$. |

135. Найдите множество решений неравенства:

- | | |
|-------------------------------------|--|
| 1) $(x^2 + 5x)(x^2 - 16) \geq 0$; | 3) $\frac{x^2 + 6x + 5}{x^2 - 3x + 2} < 0$; |
| 2) $(x^2 - 4x + 3)(x^2 - 2x) < 0$; | 4) $\frac{x^2 + 6x - 7}{x^2 - 25} \geq 0$. |

136. Решите неравенство:

- | | |
|---------------------------------------|------------------------------------|
| 1) $(x^2 + 9)(x^2 + x - 12) \leq 0$; | 6) $(x-4)^2(x^2 + x - 2) > 0$; |
| 2) $(x+2)^2(x^2 + 2x - 3) < 0$; | 7) $(x-4)^2(x^2 + x - 2) \geq 0$; |
| 3) $(x+2)^2(x^2 + 2x - 3) \leq 0$; | 8) $(x-4)^2(x^2 + x - 2) < 0$; |
| 4) $(x+2)^2(x^2 + 2x - 3) > 0$; | 9) $(x-4)^2(x^2 + x - 2) \leq 0$; |
| 5) $(x+2)^2(x^2 + 2x - 3) \geq 0$; | 10) $(x+1)^3(x-1)^2(x-3)^6 > 0$; |

11) $(x+1)^3(x-1)^2(x-3)^6 \geq 0$;

12) $(x+3)^3(x-1)^2(x-3)^6(x-4)^5 \geq 0$;

13) $(x^2+9x+14)(x^2+5x+7) \geq 0$;

14) $(x^2-3x+1)(5x-x^2-9) \leq 0$.

137. Решите неравенство:

1) $\frac{x^2-5x+4}{x^2-6x+9} > 0$;

6) $\frac{x^2+4x+4}{x^2-x-12} \geq 0$;

2) $\frac{x^2-5x+4}{x^2-6x+9} \geq 0$;

7) $\frac{x^2+4x+4}{x^2-x-12} < 0$;

3) $\frac{x^2-5x+4}{x^2-6x+9} < 0$;

8) $\frac{x^2+4x+4}{x^2-x-12} \leq 0$;

4) $\frac{x^2-5x+4}{x^2-6x+9} \leq 0$;

9) $\frac{x^2+2x-3}{|x+1|} \leq 0$;

5) $\frac{x^2+4x+4}{x^2-x-12} > 0$;

10) $\frac{|x-3|}{x^2-5x-36} \geq 0$.

138. Найдите множество решений неравенства:

1) $\frac{x^2-5x}{x^2-25} \leq 0$;

2) $\frac{x^2-4x+4}{x^2-x-2} \geq 0$.

139. Решите неравенство:

1) $\frac{5x-8}{x+1} \leq \frac{x-4}{x+1}$;

3) $\frac{x^2+7x}{x+3} \leq \frac{8}{x+3}$;

2) $\frac{2x}{3x+5} \leq 2$;

4) $\frac{x^2-x}{x+3} \geq 1$.

140. Для каждого значения a решите неравенство:

1) $(x-2)(x-a) < 0$;

5) $(x-a)(x+4)^2 \leq 0$;

2) $(x-2)(x-a)^2 > 0$;

6) $\frac{x-3}{x-a} \geq 0$;

3) $(x-2)(x-a)^2 \geq 0$;

7) $\frac{(x+3)(x-a)}{x+3} \geq 0$;

4) $(x-a)(x+4)^2 < 0$;

8) $\frac{(x-1)(x-a)}{x-a} \leq 0$.

График уравнения с двумя переменными

141. Постройте график уравнения:

- | | | |
|------------------------|------------------------------|---------------------|
| 1) $y = 3x - 1$; | 6) $x^2 + y^2 = 4$; | 11) $ x = 2$; |
| 2) $4x - 3y + 2 = 0$; | 7) $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$; | 12) $ y = 1$; |
| 3) $4y - x = 0$; | 8) $(x-1)^2 + y^2 = 2$; | 13) $xy = 12$; |
| 4) $x + 2 = 0$; | 9) $y = x^2 - 4x$; | 14) $ xy = 6$; |
| 5) $y - 2 = 0$; | 10) $x^2 - y - 3x + 2 = 0$; | 15) $y = x + 2 $. |

142. Постройте график уравнения:

- | | |
|------------------------|------------------------------------|
| 1) $x = 2y^2$; | 7) $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 0$; |
| 2) $ x + y = 2$; | 8) $x^2 + 4x + y^2 - 2y + 5 = 0$; |
| 3) $ x - y = 3$; | 9) $x^2 + 4x + y^2 - 2y + 1 = 0$; |
| 4) $x^2 - 4y^2 = 0$; | 10) $ x + y = 4$; |
| 5) $9x^2 - y^2 = 0$; | 11) $2 x - y = 3$; |
| 6) $2x^2 + 5y^2 = 0$; | 12) $y = \sqrt{4 - x^2}$ |

Системы уравнений с двумя переменными

143. Решите графически систему уравнений:

- | | | |
|--|--|---|
| 1) $\begin{cases} y = x^2 - 4x + 3, \\ y = x - 3; \end{cases}$ | 3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}; \end{cases}$ | 5) $\begin{cases} xy = -8, \\ x + y = -2; \end{cases}$ |
| 2) $\begin{cases} x^2 - y = 2, \\ x + y = 4; \end{cases}$ | 4) $\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 = 5, \\ x - 2y + 2 = 0; \end{cases}$ | 6) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ xy = 3. \end{cases}$ |

144. Установите графически количество решений системы уравнений:

- | | | |
|--|---|--|
| 1) $\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = 3 - x; \end{cases}$ | 3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ y = 3 - x^2; \end{cases}$ | 5) $\begin{cases} (x-2)^2 + y^2 = 4, \\ y = 4 - 3x^2; \end{cases}$ |
| 2) $\begin{cases} y = x^2 + 2, \\ y = 5 - 2x^2; \end{cases}$ | 4) $\begin{cases} xy = 6, \\ y = \frac{1}{3}x^2 - 4; \end{cases}$ | 6) $\begin{cases} y = x, \\ y = -x^2 + 2x + 3. \end{cases}$ |

145. Решите систему уравнений:

- | | |
|--|---|
| 1) $\begin{cases} y = 4 - x, \\ x^2 + 3xy = 18; \end{cases}$ | 2) $\begin{cases} x + y = -5, \\ xy = -14; \end{cases}$ |
|--|---|

3)
$$\begin{cases} x-5y=3, \\ x^2-2xy-y^2=-1; \end{cases}$$

5)
$$\begin{cases} 3x-2y=9, \\ 4x^2+6y=7; \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} x^2+xy-3y=-1, \\ 4x-y=3; \end{cases}$$

6)
$$\begin{cases} 6x+y=5, \\ (x-3)(y+5)=2. \end{cases}$$

146. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения:

1) прямой $y=1-5x$ и параболы $y=x^2+x-6$;

2) прямой $x-y-5=0$ и окружности $(x-3)^2+(y+1)^2=13$;

3) прямой $y=-3x+10$ и окружности $x^2+y^2=10$;

4) парабол $y=4x^2+4x+1$ и $y=-2x^2-4x-3$.

147. Решите систему уравнений:

1)
$$\begin{cases} x^2+2xy+y^2=49, \\ x-y=3; \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} 5x^2+3y^2=18, \\ 5x^2-3y^2=12; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 4x^2-4xy+y^2=9, \\ 3x^2+2xy-y^2=36; \end{cases}$$

5)
$$\begin{cases} 4xy-y=-40, \\ 5x-4xy=27; \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} x^2-xy=-8, \\ y^2-xy=24; \end{cases}$$

6)
$$\begin{cases} x^2+25y^2=29, \\ xy=2. \end{cases}$$

148. Решите систему уравнений:

1)
$$\begin{cases} 2x^2+y^2=54, \\ xy=-10; \end{cases}$$

5)
$$\begin{cases} \frac{5}{3x-2y} + \frac{2}{2x+y} = 21, \\ \frac{9}{3x-2y} + \frac{8}{2x+y} = 40; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} x-y+xy=-4, \\ xy(x-y)=-21; \end{cases}$$

6)
$$\begin{cases} \frac{2x+y}{x-2y} - \frac{3(x-2y)}{2x+y} = 2, \\ x^2+3xy-y^2=23. \end{cases}$$

3)
$$\begin{cases} x^3-y^3=26, \\ x^2+xy+y^2=13; \end{cases}$$

4)
$$\begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{y}{x} = \frac{15}{4}, \\ 2x-5y=9; \end{cases}$$

149. Решите систему уравнений:

1)
$$\begin{cases} x^2+3xy-10y^2=0, \\ x^2+2xy-y^2=28; \end{cases}$$

2)
$$\begin{cases} 2x^2+xy-3y^2=3, \\ x^2-4xy-3y^2=9. \end{cases}$$

150. Сколько решений в зависимости от значения a имеет система уравнений:

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = x - a; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ |y| = 5? \end{cases}$$

**Решение задач с помощью систем уравнений
второй степени**

151. Разность двух чисел равна 6, а сумма чисел, обратных данным, равна $\frac{7}{20}$. Найдите эти числа.
152. Если некоторое двузначное число, у которого число единиц больше числа десятков, разделить на разность его цифр, то в частном получим 12, а если разделить это число на произведение его цифр, то неполное частное будет равным 1, а остаток — 16. Найдите данное число.
153. Площадь прямоугольника равна 120 см^2 , а периметр — 46 см. Найдите стороны прямоугольника.
154. Площадь прямоугольника равна 180 см^2 . Если одну его сторону увеличить на 2 см, а вторую уменьшить на 3 см, то получим прямоугольник с той же площадью. Найдите первоначальные размеры прямоугольника.
155. Из двух сел, расстояние между которыми равно 50 км, выехали одновременно навстречу друг другу два велосипедиста и встретились через 2 ч. Найдите скорость каждого велосипедиста, если один из них потратил на весь путь из одного села во второе на 1 ч 40 мин меньше, чем другой.
156. От пристани A в направлении пристани B , расстояние между которыми равно 90 км, отправились одновременно два катера. Один из них прибыл в B на 1 ч 15 мин раньше второго. Найдите скорость каждого катера, если второй катер за 3 ч проходит на 30 км больше, чем первый за один час, и скорость каждого катера не превышает 30 км/ч.
157. Чтобы пройти 60 км против течения реки и 54 км в стоячей воде, теплоходу надо 4 ч 30 мин. Для преодоления 162 км в стоячей воде теплоходу надо времени на 3 ч больше, чем для преодоления 72 км против течения этой реки. Найдите собственную скорость теплохода и скорость течения.
158. Из двух городов, расстояние между которыми равно 480 км, отправились навстречу друг другу два автомобиля и встретились посередине дороги, причем один из них выехал на 2 ч раньше

- другого. Если бы автомобили выехали одновременно, то они встретились бы через 4 ч 48 мин. Найдите скорость каждого автомобиля.
159. Две бригады, работая одновременно, могут отремонтировать дорогу за 6 ч. Если же сначала одна бригада самостоятельно отремонтирует $\frac{3}{5}$ дороги, а потом другая — остальное, то весь ремонт будет выполнен за 12 ч. За сколько часов может отремонтировать дорогу каждая бригада, работая самостоятельно?
160. Если открыть одновременно две трубы, то бассейн будет наполнен за 7 ч 12 мин. Когда сначала открыли на 8 ч одну трубу, а потом открыли вторую, то бассейн был заполнен через 4 ч совместной работы. За сколько часов может наполнить этот бассейн каждая труба, работая самостоятельно?
161. Из города A в город B , расстояние между которыми равно 300 км, выехал грузовик со скоростью 40 км/ч. Через 1 ч после этого из города A в город B выехал легковой автомобиль, который догнал грузовик, и водителю грузовика было передано распоряжение вернуться в A . После этого легковой автомобиль продолжил двигаться в B с той же скоростью и прибыл в B одновременно с возвращением грузовика в A . Найдите скорость движения легкового автомобиля.
162. Из двух городов, расстояние между которыми равно 280 км, выехали одновременно навстречу друг другу два автомобиля. Один из них приехал во второй город через 1 ч 30 мин после встречи, а другой в первый город — через 2 ч 40 мин после встречи. Определите, с какой скоростью двигался каждый автомобиль и через сколько времени после начала движения состоялась их встреча.
163. Одновременно из одного села в одном направлении выехали два велосипедиста: один со скоростью 12 км/ч, а другой — 15 км/ч. Через 4 ч из этого села в этом же направлении выехал автомобиль. Найдите скорость движения автомобиля, если известно, что он догнал второго велосипедиста через 20 мин после того, как догнал первого.
164. По двум окружностям равных диаметров равномерно вращаются две точки. Одна из них выполняет полный оборот на 2,5 с быстрее, чем другая, и поэтому успевает сделать за 1 мин на 4 оборота больше. Сколько оборотов в минуту делает каждая точка?

Математическое моделирование

165. Решите задачу, построив ее математическую модель.

- 1) Масса 8 одинаковых деталей равна 18 кг. Чему равна масса 28 таких деталей?
- 2) Расстояние между городами A и B на карте равно 5,6 см, а на местности — 420 км. Каково расстояние на местности между городами C и D , если на этой карте расстояние между ними равно 3,6 см?
- 3) Расстояние между двумя пристанями равно 16 км. От этих пристаней одновременно в одном направлении отправились две моторные лодки. Одна из них двигалась впереди со скоростью 14 км/ч, а вторая — 18 км/ч. Через сколько часов после начала движения вторая лодка догонит первую?
- 4) Мастер и его ученик могут выполнить вместе некоторую работу за 12 ч. За сколько часов может выполнить эту работу мастер, если ученику для этого требуется 28 ч?
- 5) Катер прошел расстояние между двумя портами за 3 ч, а теплоход это же расстояние — за 5 ч. Найдите скорость катера и скорость теплохода, если скорость катера на 16 км/ч больше скорости теплохода.
- 6) Купили 18 карандашей по 40 коп. и по 60 коп., заплатив за всю покупку 9 грн. 60 коп. Сколько купили карандашей каждого вида?
- 7) Пол помещения, длина которого равна 16 м, а ширина — 12 м, хотят замостить плиткой. Хватит ли для этого 15 ящиков плитки, если одна плитка имеет форму прямоугольника со сторонами 80 см и 40 см, а в один ящик помещается 50 плиток?
- 8) Для перевозки 15 т груза вместо машины определенной грузоподъемности взяли другую машину, грузоподъемность которой на 2 т больше, чем первой. Поэтому для перевозки груза понадобилось на 2 рейса меньше, чем планировалось. Какова грузоподъемность машины, которая перевезла груз?
- 9) Чтобы переместить груз из точки A в точку B , его сначала поднимают по наклонной поверхности, а затем опускают также по наклонной поверхности, причем подъем происходит со скоростью на 2 м/с большей, чем спуск. Длина пути, который проходит груз из точки A в точку B , равна 120 м, и длится это перемещение 14 с. Если бы груз перемещали из точки B в точку A , то эта операция длилась бы 13 с. Найдите скорость подъема и скорость спуска груза.

- 10) Два поезда отправились одновременно с двух станций навстречу друг другу и после встречи каждый продолжил движение в первоначальном направлении. Первый из них, скорость которого на 10 км/ч меньше скорости второго, прибыл на вторую станцию через 3 ч 36 мин после встречи, а второй на первую станцию — через 2 ч 30 мин. Найдите скорость, с которой двигался каждый поезд. Через какое время после начала движения состоялась встреча?
- 11) Из двух городов M и N одновременно навстречу друг другу отправились два автомобиля. Один из них прибыл в N через 48 мин после встречи, а другой в M — через 1 ч 15 мин. За какое время каждый автомобиль проедет расстояние между M и N ?

Процентные расчеты

166. Морская вода содержит 6 % соли. Сколько соли содержится в 340 кг морской воды?
167. Строители проложили 480 м путепровода за две недели. За первую неделю они выполнили 45 % работы. Сколько метров путепровода проложили строители за вторую неделю?
168. Работник получил 840 грн. аванса, что составляет 35 % его заработной платы. Какова заработная плата работника?
169. Морская вода содержит 6 % соли. Сколько воды надо взять, чтобы получить 84 кг соли?
170. Во время сушки грибы теряют 92 % своей массы. Сколько свежих грибов надо взять, чтобы получить 24 кг сушеных?
171. В школьном актовом зале 240 мест. Во время спектакля было занято 228 мест. Сколько процентов мест было занято?
172. Скорость автомобиля возросла с 80 км/ч до 82 км/ч. На сколько процентов возросла скорость?
173. Цена некоторого товара сначала выросла на 10 %, а потом снизилась на 10 %. На сколько процентов изменилась начальная цена?
174. Вкладчик положил в банк 24 000 грн. под 5 % годовых. Сколько денег будет на его счете через 3 года?
175. В 2004 году в некотором городе проживало 60 000 жителей, а в 2006 году — 54 150 жителей. На сколько процентов ежегодно уменьшалось население этого города?

176. Сколько килограммов 30-процентного и сколько килограммов 40-процентного сплавов меди надо взять, чтобы получить 50 кг 36-процентного сплава?
177. Вкладчик положил в банк 30 000 грн. За первый год ему был начислен некоторый процент годовых, а во второй год банковский процент был уменьшен на 6%. В конце второго года на счете оказалось 34 320 грн. Сколько процентов составляла банковская ставка в первый год?
178. Водно-солевой раствор содержал 4 кг соли. Через некоторое время 4 кг воды испарилось, вследствие чего концентрация соли в растворе увеличилась на 5%. Какой была первоначальная масса раствора?

Случайное событие. Вероятность случайного события

179. В коробке лежат 9 синих и 18 зеленых шариков. Какова вероятность того, что выбранный наугад шарик окажется: 1) синим; 2) зеленым?
180. В лотерее разыгрывалось 12 денежных призов по 10 000 грн., 25 призов по 5000 грн., 45 призов по 1000 грн. Всего было выпущено 6000 лотерейных билетов. Какова вероятность: 1) выиграть 1000 грн.; 2) выиграть какой-нибудь приз; 3) не выиграть никакого приза?
181. Игральный кубик подбросили один раз. Какова вероятность того, что выпадет число, кратное 3?
182. Из натуральных чисел от 1 до 20 включительно ученик наугад называет одно. Какова вероятность того, что это число является делителем числа 20?
183. Какова вероятность того, что наугад выбранное двузначное число делится нацело на 14?
184. В коробке лежат 6 красных и 5 черных шариков. Какое наименьшее количество шариков надо вынуть наугад, чтобы вероятность того, что среди них окажется хотя бы один красный шарик, была равной 1?
185. Четыре карточки пронумерованы числами 1, 2, 3 и 4. Какова вероятность того, что сумма номеров двух наугад выбранных карточек будет равной четному числу?
186. В коробке лежат белые и черные шарики. Сколько белых шариков в коробке, если вероятность вынуть из нее наугад белый шарик равна $\frac{2}{5}$, а черных шариков в коробке 27?

Начальные сведения о статистике

187. Даны 35 чисел, из них число 8 встречается 17 раз, число 13 встречается 4 раза и число 18 — 14 раз. Найдите среднее арифметическое этих 35 чисел.

188. Найдите меры центральной тенденции выборки:

1) 7, 9, 9, 12, 15, 15, 16, 21, 22, 24;

2) 2,3; 2,8; 3,2; 3,8; 4,1; 4,3; 5,4.

189. В таблице приведено распределение по возрасту отдыхающих в один из летних месяцев в молодежном спортивном лагере:

Возраст в годах	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Количество отдыхающих	12	21	20	32	20	20	19	24	15	7

Найдите относительную частоту каждого значения и меры центральной тенденции выборки.

190. У 24 легковых автомобилей замерили расход топлива на 100 км и составили таблицу:

8	10	7,5	9	8	8,5
9	8,5	9	10	7,5	9
7,5	9	10	7,5	8,5	8
9	8	7,5	8,5	10	7,5

Составьте частотную таблицу и постройте соответствующую гистограмму. Определите частоту и относительную частоту каждого ее значения.

Числовые последовательности

191. Запишите пять первых членов последовательности:

1) двузначных чисел, кратных числу 5, взятых в порядке убывания;

2) неправильных обыкновенных дробей с числителем 18, взятых в порядке возрастания;

3) натуральных чисел, дающих при делении на 3 остаток 2, взятых в порядке возрастания.

192. Найдите четыре первых члена последовательности (a_n) , заданной формулой n -го члена:

1) $a_n = n - 4$; 2) $a_n = 3 - 2n$; 3) $a_n = \frac{n-1}{n^2}$; 4) $a_n = \frac{n^3}{3^n}$.

193. Найдите третий, пятый и сотый члены последовательности (b_n) , заданной формулой n -го члена:

$$1) b_n = \frac{6}{n+1}; \quad 3) b_n = 6n - n^2;$$

$$2) b_n = 0,1n + 0,3; \quad 4) b_n = (-1)^n + (-1)^{n+2}.$$

194. Последовательность (c_n) задана формулой n -го члена $c_n = \frac{1}{2}n - 4$. Найдите: 1) c_1 ; 2) c_8 ; 3) c_{15} ; 4) c_{300} ; 5) c_{k+1} .

195. Последовательность (x_n) задана формулой n -го члена $x_n = \frac{(-1)^{n+2}}{5}$. Найдите: 1) x_1 ; 2) x_{10} ; 3) x_{2k} ; 4) x_{2k-1} ; 5) x_{k+1} .

196. Найдите пять первых членов последовательности (a_n) , если:

$$1) a_1 = 2; a_{n+1} = a_n - 3;$$

$$2) a_1 = 27; a_{n+1} = \frac{81}{a_n};$$

$$3) a_1 = 0,1; a_2 = -0,1; a_{n+2} = 3a_n + a_{n+1};$$

$$4) a_1 = a_2 = 1; a_{n+2} = a_n + a_{n+1}^2.$$

197. Последовательность (y_n) задана формулой n -го члена $y_n = 3 - 5n$. Является ли членом этой последовательности число: 1) 23; 2) -11 ; 3) -24 ? В случае утвердительного ответа укажите номер этого члена.

198. Найдите количество отрицательных членов последовательности (z_n) , заданной формулой n -го члена $z_n = 8n - 43$.

199. Подберите одну из возможных формул n -го члена последовательности, первыми членами которой являются числа:

$$1) 1, 9, 25, 49, 81, \dots; \quad 3) 1, -2, 3, -4, 5, \dots;$$

$$2) \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \dots; \quad 4) 0, 1, 0, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{3}, 0, \frac{1}{4}, \dots.$$

200. Докажите, что последовательность (a_n) , заданная формулой n -го члена, является убывающей:

$$1) a_n = 20 - 3n; \quad 2) a_n = 5 + n - n^2; \quad 3) a_n = \frac{n+1}{2n-1}.$$

201. Найдите наименьший член последовательности (a_n) , заданной формулой n -го члена:

$$1) a_n = n^3 - 10; \quad 2) a_n = n^2 - 4n + 1; \quad 3) a_n = n + \frac{4}{n}.$$

214. Является ли последовательность (a_n) арифметической прогрессией, если она задана формулой n -го члена:

$$\begin{array}{lll} 1) a_n = 7 - 3n; & 3) a_n = 0,8n; & 5) a_n = \frac{n-1}{n+1}; \\ 2) a_n = 2n^2 + 1; & 4) a_n = 0,64n + 23; & 6) a_n = \frac{4n-3}{5} ? \end{array}$$

В случае утвердительного ответа укажите первый член и разность прогрессии.

215. В арифметической прогрессии каждый член прогрессии умножили на 3. Будет ли полученная последовательность арифметической прогрессией?

216. При каком значении a значения выражений $a^2 - 4a$, $2a - 5$ и $a - 4$ будут последовательными членами арифметической прогрессии? Найдите члены этой прогрессии.

217. При каком значении b значения выражений $3b + 1$, $4b - 1$, $b^2 + b$ и $b^2 + b + 1$ будут последовательными членами арифметической прогрессии? Найдите члены этой прогрессии.

Сумма n первых членов арифметической прогрессии

218. Найдите сумму восемнадцати первых членов арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = 3,8$, $d = -1,4$.

219. Найдите сумму двадцати пяти первых членов арифметической прогрессии $-10, -7, -4, \dots$.

220. Арифметическая прогрессия (a_n) задана формулой n -го члена $a_n = -2n + 1$. Найдите сумму тридцати восьми первых членов прогрессии.

221. Найдите сумму сорока первых членов арифметической прогрессии (a_n) , если:

$$1) a_1 = 19, a_{11} = -6; \quad 2) a_7 = 6, a_{17} = 26.$$

222. Найдите сумму девятнадцати первых членов арифметической прогрессии (a_n) , если $a_{19} = 60$, $d = 3,5$.

223. Найдите сумму восемнадцати первых членов арифметической прогрессии (a_n) , если $a_{11} - a_3 - a_8 = 27$ и $a_6 + a_{14} = 86$.

224. При любом n сумму n первых членов некоторой арифметической прогрессии можно вычислить по формуле $S_n = 3n^2 + 7n$. Найдите первый член и разность этой прогрессии.

225. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 7 и не больших 182.
226. Найдите сумму всех натуральных чисел, кратных 8 и не больших 210.
227. Найдите сумму всех натуральных чисел, не больших 188, которые при делении на 5 дают в остатке 3.
228. Найдите разность и шестнадцатый член арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = 8$ и $S_{22} = 484$.
229. В арифметической прогрессии первый член равен -36 , а сумма двадцати восьми первых членов равна 2016. Найдите разность и одиннадцатый член прогрессии.
230. Найдите первый и шестой члены арифметической прогрессии, если ее разность равна 0,6, а сумма десяти ее первых членов равна 39.
231. Найдите сумму членов арифметической прогрессии с седьмого по двадцать шестой включительно, если первый член равен 39, а разность равна -2 .
232. Найдите сумму членов арифметической прогрессии (b_n) с девятого по двадцать третий включительно, если $b_1 = 9$ и $b_{17} = 65$.
233. Найдите сумму всех положительных членов арифметической прогрессии 7,4; 7; 6,6; ...
234. В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = 12$, $d = -2$. Сколько надо взять первых членов прогрессии, чтобы их сумма была равной -264 ?
235. Найдите первый член и разность арифметической прогрессии, если сумма шести первых ее членов равна -51 , а сумма четырнадцати первых членов равна 49.
236. Решите уравнение:
- 1) $11 + 17 + 23 + \dots + (6n + 5) = 528$, где n — натуральное число;
 - 2) $2 + 5 + 8 + \dots + x = 126$, где x — натуральное число.

Определение геометрической прогрессии.

Формула n -го члена геометрической прогрессии

237. Найдите четыре первых члена геометрической прогрессии (b_n) , если $b_1 = 20$, $q = 0,2$.
238. В геометрической прогрессии (b_n) $b_1 = -\frac{1}{27}$, $q = -3$. Найдите:
- 1) b_2 ; 2) b_5 ; 3) b_8 ; 4) b_k .

239. Найдите знаменатель и шестой член геометрической прогрессии 72, 12, 2,

240. Найдите знаменатель геометрической прогрессии (b_n) , если:

1) $b_1 = 0,0001$, $b_8 = -1000$; 2) $b_4 = 4$, $b_6 = 8$.

241. Найдите первый член геометрической прогрессии (y_n) , если:

1) $y_5 = \frac{3}{4}$, $q = -\frac{1}{4}$; 2) $y_3 = 15$, $y_6 = 45\sqrt{3}$.

242. Число 162 является членом геометрической прогрессии $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{3}$, 2, Найдите номер этого члена.

243. Какие два числа надо вставить между числами 64 и 27, чтобы они вместе с данными числами образовали геометрическую прогрессию?

244. Последовательность (b_n) задана формулой n -го члена $b_n = \frac{4^{n+2}}{5} \cdot b$.

Является ли эта последовательность геометрической прогрессией?

245. Найдите первый член и знаменатель геометрической прогрессии (b_n) , если:

1) $b_8 = 25b_6$ и $b_2 + b_4 = -520$;

2) $b_5 - b_2 = -54$ и $b_3 + b_4 + b_5 = -36$.

246. При каком значении x значения выражений $3x - 13$, $x - 3$ и $x - 5$ будут последовательными членами геометрической прогрессии? Найдите члены этой прогрессии.

247. Сумма трех чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 15. Если к этим числам прибавить соответственно 1; 1 и 4, то образуется геометрическая прогрессия. Найдите данные числа.

Сумма n первых членов геометрической прогрессии

248. Найдите сумму четырех первых членов геометрической прогрессии (b_n) , если $b_1 = 625$, $q = \frac{1}{5}$.

249. Найдите сумму шести первых членов геометрической прогрессии 16, 24, 36,

250. Найдите сумму четырех первых членов геометрической прогрессии (b_n) , если:

1) $b_6 = 4$, $q = 2$;

3) $b_3 = 36$, $b_6 = \frac{1}{6}$.

2) $b_1 = \sqrt{3}$, $b_5 = 9\sqrt{3}$, $q > 0$;

251. Геометрическая прогрессия (b_n) задана формулой n -го члена $b_n = 0,4 \cdot 3^{n-1}$. Найдите сумму пяти первых ее членов.

252. Найдите первый член геометрической прогрессии (x_n) , если $q = \frac{1}{4}$, $S_4 = 765$.

253. Найдите количество членов геометрической прогрессии (a_n) , если $a_1 = -8$, $q = 3$, $S_n = -2912$.

254. Разность четвертого и второго членов геометрической прогрессии равна 30, а разность четвертого и третьего членов равна 24. Найдите сумму пяти первых членов прогрессии.

255. Найдите первый член, знаменатель и количество членов геометрической прогрессии (z_n) , если $z_5 - z_1 = 9$, $z_3 + z_1 = 3$, $S_n = 153$.

Сумма бесконечной геометрической прогрессии, у которой $|q| < 1$

256. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии:

1) 80; 30; 11,25; ... ; 2) 10, $2\sqrt{5}$, 2,

257. Найдите первый член бесконечной геометрической прогрессии, сумма которой равна 18, а знаменатель равен $\frac{2}{9}$.

258. Найдите четвертый член бесконечной геометрической прогрессии, первый член которой равен -54 , а сумма равна -81 .

259. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии (b_n) , если $b_4 = 48$, $b_6 = 12$.

260. Сумма бесконечной геометрической прогрессии равна 162, а сумма четырех ее первых членов равна 160. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.

261. Запишите в виде обыкновенной дроби число:

1) 0,222... ; 2) 6,(24); 3) 0,6444...; 4) 5,1(6).

Вариант 3

Числовые неравенства

- Сравните числа m и n , если:
1) $m - n = -2$; 2) $n - m = 0,8$; 3) $m = n + 0,7$; 4) $n = m - 10$.
- Точка $M(m)$ расположена на координатной прямой левее точки $K(1)$. Какое из утверждений верно: 1) $m > 1$; 2) $m = 1$; 3) $m < 1$; 4) числа m и 1 сравнить невозможно?
- Докажите, что при любом значении переменной верно неравенство:
1) $(a-6)(a+4) < (a+2)(a-4)$;
2) $(a-4)^2 - 3 > (a-6)(a-2)$;
3) $(3a-2)(2a+4) - (2a-3)^2 \geq 4(5a-4) - 1$;
4) $a(a-2) > 6(a-3)$.
- Докажите, что:
1) $a^2 - 10a + 26 > 0$ при всех действительных значениях a ;
2) $6y - 9y^2 - 2 < 0$ при всех действительных значениях y ;
3) $x^2 - 4xy + 5y^2 + 2y + 2 > 0$ при всех действительных значениях x и y ;
4) $x^2 - 4x + y^2 + 2y + 5 \geq 0$ при всех действительных значениях x и y ;
5) $a^3 - b^2 \geq ab(b-a)$, если $a \geq b$;
6) $m^3 - 2m^2 + m - 2 \geq 0$, если $m \geq 2$;
7) $\frac{a^2+3}{\sqrt{a^2+2}} \geq 2$ при всех действительных значениях a ;
8) $17y^2 - 40xy + 25x^2 - 4y + 4 \geq 0$ при всех действительных значениях x и y .
- Докажите, что:
1) $(a+2b)\left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$, если $a > 0$ и $b > 0$;
2) $(a+2)(b+8)(c+4) \geq 64\sqrt{abc}$, если $a \geq 0$, $b \geq 0$, $c \geq 0$.

**Свойства числовых неравенств.
Оценивание значения выражения**

6. Дано: $m > n$. Сравните:

- 1) $m+3$ и $n+3$; 3) $2,3m$ и $2,3n$; 5) $-70m$ и $-70n$;
 2) $m-4$ и $n-4$; 4) $-n$ и $-m$; 6) $-\frac{m}{15}$ и $-\frac{n}{15}$.

7. Дано: $a > b$. Сравните:

- 1) $a+1$ и b ; 2) a и $b-4$; 3) $a+2$ и $b-3$; 4) $a-3$ и $b-2$.

8. Сравните a и 0 , если:

- 1) $3a > 6a$; 2) $\frac{a}{7} > \frac{a}{12}$; 3) $-2a > 5a$; 4) $-\frac{a}{10} > -\frac{a}{20}$.

9. Верно ли утверждение:

- 1) если $a > 4$ и $b > 8$, то $a+b > 12$;
 2) если $a > 4$ и $b > 8$, то $a+b > 11$;
 3) если $a > 4$ и $b > 8$, то $a+b > 13$;
 4) если $a > 4$ и $b > 8$, то $ab > 32$;
 5) если $a > 4$ и $b > 8$, то $a-b > -4$;
 6) если $a > 4$ и $b > 8$, то $ab > 30$;
 7) если $a > 4$ и $b > 8$, то $2a+3b > 32$;
 8) если $a > 4$ и $b < 8$, то $a-b > -4$;
 9) если $a < 4$ и $b < 8$, то $ab < 32$;
 10) если $0 < a < 4$ и $0 < b < 8$, то $ab < 32$;
 11) если $a > 4$, то $a^2 > 16$;
 12) если $a < 4$, то $a^2 < 16$;
 13) если $a > 4$, то $\frac{1}{a} < \frac{1}{4}$;
 14) если $a < 4$, то $\frac{1}{a} > \frac{1}{4}$?

10. Дано: $a < 0$ и $b > 0$. Сравните:

- 1) $a-b$ и 0 ; 2) $b-a$ и $-b$; 3) $3a-2b$ и b ; 4) $\frac{1}{a-5b}$ и $\frac{1}{b}$.

11. Дано: $-3 < a < 2$. Оцените значение выражения:

- 1) $3a$; 3) $a+10$; 5) $-5a$; 7) $3a-1$;
 2) $\frac{a}{2}$; 4) $a-2$; 6) $-\frac{a}{3}$; 8) $3-4a$.

12. Дано: $-5 < a < -3$. Оцените значение выражения $\frac{1}{a}$.

13. Дано: $-1 < a < 2$. Оцените значение выражения $\frac{1}{a}$.

14. Известно, что $3,14 < \pi < 3,15$. Оцените значение выражения:

1) 2π ; 2) -3π ; 3) $4 - \pi$; 4) $\frac{\pi-3}{2}$.

15. Дано: $2 < a < 5$ и $1 < b < 3$. Оцените значение выражения:

1) $a+b$; 3) ab ; 5) $3a+2b$; 7) $\frac{2b}{5a}$;
2) $b-a$; 4) $\frac{b}{a}$; 6) $4a-3b$; 8) $\frac{0,4a-0,2b}{0,7a-0,3b}$.

16. Оцените периметр равнобокой трапеции с основаниями a см и b см и боковой стороной c см, если $9 < a < 12$, $10 < b < 14$, $2 < c < 4$.

17. Оцените длину окружности и площадь круга с радиусом r см, если $3 < r < 4$ (число π округлите до десятых).

Неравенства с одной переменной

18. Какие из чисел -3 ; $-\frac{2}{3}$; 0 ; 4 ; $0,8$ являются решениями неравенства:

1) $x > -0,8$; 3) $3x-1 > 2x+3$; 5) $\sqrt{x} > -2$;
2) $x \leq 4$; 4) $x^2 \leq 0$; 6) $\frac{1}{x} > 1$?

19. Каково множество решений неравенства:

1) $(x+4)^2 < 0$; 3) $(x+4)^2 > 0$; 5) $0x < 4$; 7) $0x < -4$;
2) $(x+4)^2 \leq 0$; 4) $(x+4)^2 \geq 0$; 6) $0x > 4$; 8) $0x > -4$?

20. Решите неравенство:

1) $-\frac{1}{(x+3)^2} - 2 < 0$; 5) $\frac{x-3}{3-x} \leq \frac{1}{6}$;
2) $\frac{x-3}{3-x} < 0$; 6) $\left(\frac{x-4}{x-5}\right)^2 \geq 0$;
3) $\frac{x-3}{x-3} \geq 0$; 7) $\left(\frac{x-4}{x-5}\right)^2 > 0$;
4) $\frac{x-3}{x-3} \geq 1$; 8) $x + \frac{1}{x+1} > \frac{1}{x+1} - 3$.

Решение линейных неравенств с одной переменной.

Числовые промежутки

21. Изобразите на координатной прямой промежутки:

1) $[-2; +\infty)$; 2) $(-2; +\infty)$; 3) $(-\infty; -2)$; 4) $(-\infty; -2]$.

22. Изобразите на координатной прямой и запишите промежуток, который задается неравенством:

1) $x < 4$; 2) $x > -3$; 3) $x \leq -1$; 4) $x \geq 2$.

23. Найдите наименьшее целое число, принадлежащее промежутку:

1) $(-12,8; +\infty)$; 2) $[7; +\infty)$.

24. Решите неравенство:

1) $2x > -6$; 5) $8,7x \geq 0$; 9) $5x + 8 \leq 2 - 3x$;
 2) $-5x \leq 20$; 6) $-3x \geq 0$; 10) $5 - 4x \geq 3x + 8$;
 3) $-\frac{2}{3}x > -4$; 7) $2\frac{2}{3}x > \frac{9}{16}$; 11) $2,3x - 0,8 < 1 - 0,4x$;
 4) $-0,2x \leq 2$; 8) $3x + 1 > 4x - 6$; 12) $\frac{2}{3}x + 12 > -\frac{1}{6}x + 9$.

25. Решите неравенство:

1) $9 - 7(x + 3) \geq 5 - 6x$;
 2) $0,4(6 - 4x) < 0,5(7 - 3x) - 1,9$;
 3) $\frac{3}{4}\left(\frac{1}{6}y - \frac{1}{3}\right) > 3x - 11\frac{1}{2}$;
 4) $3x(x + 1) - 2x(5x + 3) < 7x(2 - x) + 4$;
 5) $\frac{x - 3}{4} + \frac{x}{3} \geq 2$;
 6) $\frac{x + 3}{2} - \frac{x - 4}{7} < 1$;
 7) $\frac{5x - 2}{3} + \frac{2x - 1}{5} \leq \frac{4 - x}{4}$;
 8) $8(x^2 - 1) - 3x(x + 2) > 5x^2 - 6x - 5$;
 9) $(4x + 5)^2 + (3 - 2x)(8x + 1) > 7$;
 10) $x(x + 2)(6 - x) < 14 - x(x - 2)^2$.

26. Найдите наименьшее целое решение неравенства:

1) $5(x - 4) > x + 8$;
 2) $3,6 + 5y \geq 7(1,2 - y)$;
 3) $2x(3x - 4) - 3x(2x + 5) < 7$;
 4) $(x + 7)^2 - (x - 2)^2 \geq -15$.

27. Решите неравенство:

- 1) $5x - 2 > 3(3x - 1) - 4x - 4$;
- 2) $2(1,3x - 4) - 5(1 - 3,2x) \geq 3(6,2x - 4) - 1$;
- 3) $(2x + 3)^2 - x(2x - 1) \geq 2x(x + 6) + 10 + x$;
- 4) $-3x(x + 2) + (x + 2)(4 - x) < 9 - (2x + 1)^2$.

28. При каких значениях x имеет смысл выражение:

- 1) $\sqrt{5x - 3}$;
- 3) $\frac{5}{\sqrt{2 - 3x}}$;
- 5) $\sqrt{7x - 9} - \frac{3}{x^2 - 16}$;
- 2) $\sqrt{1 - 4x}$;
- 4) $\sqrt{x - 3} + \frac{2}{x - 7}$;
- 6) $\frac{3}{\sqrt{3x + 4}} + \frac{1}{|x| - 3}$?

29. Решите уравнение:

- 1) $|x - 4| + x = 3$;
- 3) $|x + 2| - x = 3$;
- 2) $|4x - 3| - x = -1$;
- 4) $|x - 5| + x = 7$.

30. Постройте график функции:

- 1) $y = |x - 5|$;
- 2) $y = |x + 4| - 3$;
- 3) $y = |x| + x - 1$.

31. При каких значениях a не имеет корней уравнение:

- 1) $x^2 - 8x - 3a = 0$;
- 2) $(a + 2)x^2 - 2(a - 4)x + a + 1 = 0$;
- 3) $(a + 1)x^2 - (2a + 5)x + a + 3 = 0$;
- 4) $x^2 - 2ax + 2a^2 - 2a + 1 = 0$?

32. При каких значениях a можно разложить на линейные множители квадратный трехчлен:

- 1) $-2x^2 - 3x + a$;
- 3) $2x^2 - 3ax + 1$;
- 2) $ax^2 - x + 2$;
- 4) $(a - 2)x^2 - 2ax + 2$?

33. При каких значениях b имеет отрицательный корень уравнение:

- 1) $3x - 4 = 2b$;
- 2) $(b + 1)x = 7$?

34. При каких значениях b имеет единственный отрицательный корень уравнение:

- 1) $(b + 4)x = b^2 - 16$;
- 2) $(3b^2 + 8b)x = b$?

35. Для каждого значения a решите неравенство:

- 1) $(a - 1)x > 0$;
- 4) $(a - 1)^2 x \leq 0$;
- 7) $(a - 4)x > a^2 - 16$;
- 2) $(a - 1)x < 2$;
- 5) $a - 2x < 1 + ax$;
- 8) $(a + 4)x \leq a^2 - 16$.
- 3) $(a - 1)x \geq a - 1$;
- 6) $2(a - 2x) < 8 - ax$;

36. В лесу растут дубы, березы и клены, количества которых относятся как $3 : 5 : 4$ соответственно. Каким может быть наибольшее количество дубов, если всего деревьев не больше 1000?
37. Стороны треугольника равны 9 см, 12 см и u см, где u — натуральное число. Какое наибольшее значение может принимать u ?
38. Сумма трех последовательных натуральных четных чисел не превышает 98. Найдите наибольшее значение, которое может принимать второе число из этой тройки чисел.

Системы линейных неравенств с одной переменной

39. Среди чисел $-3; 2,5; 6$ укажите решения системы неравенств:
- 1) $\begin{cases} x > -5, \\ x < 9; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x \geq -3, \\ x \leq 5; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 4x - 5 > 2x + 7, \\ 5x - 1 > 3 - x; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2 - 5x > 3, \\ 3 - 2x < 4. \end{cases}$
40. Изобразите на координатной прямой промежутки:
- 1) $(-2; 1)$; 2) $[-2; 1]$; 3) $[-2; 1)$; 4) $(-2; 1]$.
41. Изобразите на координатной прямой и запишите промежуток, который задается неравенством:
- 1) $-3 < x < 4$; 3) $-2,5 \leq x < 3,8$;
 2) $-\frac{2}{3} \leq x \leq 2\frac{1}{4}$; 4) $-1,5 < x \leq 2,3$.
42. Запишите все целые числа, принадлежащие промежутку:
- 1) $(2; 4]$; 2) $[-5,4; -0,2)$; 3) $[-2,8; 2,7]$; 4) $(-2; 2)$.
43. Укажите наибольшее и наименьшее целые числа, принадлежащие промежутку:
- 1) $(-7; 3]$; 2) $[3; 8)$.
44. Изобразите на координатной прямой и запишите пересечение промежутков:
- 1) $(0; 5)$ и $[-2; 3]$; 4) $(-\infty; -2,8)$ и $[-2,8; +\infty)$;
 2) $[3; 6]$ и $(3; 6)$; 5) $[6; +\infty)$ и $(6; +\infty)$;
 3) $(-\infty; 2)$ и $[0; +\infty)$; 6) $(3; +\infty)$ и $(3,1; +\infty)$.
45. Изобразите на координатной прямой и запишите объединение промежутков:
- 1) $[2; 3]$ и $[3; 7]$; 4) $[-2,5; 5)$ и $(-1; 5]$;
 2) $[2; 3]$ и $(3; 7]$; 5) $(-\infty; 2]$ и $(-4; 6)$;
 3) $[2; 3)$ и $(3; 7]$; 6) $(-\infty; 7)$ и $(5; +\infty)$.
46. Решите систему неравенств:
- 1) $\begin{cases} -3x > 9, \\ 4x < 1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 7x - 3 \geq 2(x - 6), \\ x + 5 \geq 3x - 11; \end{cases}$

$$3) \begin{cases} 0,2(x-4) \leq 0,3x+2, \\ 3(x+1) > x+5; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} (x+1)(x+2) - (x-1)(x+1) < 4, \\ (x+6)(x-2) > x(x+2) - 13; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \frac{3x+5}{4} < \frac{x+1}{2} + 1, \\ \frac{x-4}{2} > \frac{2-x}{3} - 1; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} (3x+1)^2 - 4x \geq (3x-1)(3x+1) + 6, \\ \frac{3x-1}{2} - \frac{x}{4} \leq 4-x. \end{cases}$$

47. Найдите целые решения системы неравенств:

$$1) \begin{cases} 5x-13 < 2x+7, \\ 4-x > 6-3x; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} \frac{7x+1}{2} + 3 \geq 4x, \\ (x+5)(x-3) \geq (x-1)(x-2) + 3; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 4x+17 \geq x-4, \\ 3x+2 \geq 7x+18; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} 7x-2 > x+20, \\ 6x-1 \leq 4x+7. \end{cases}$$

48. Решите систему неравенств:

$$1) \begin{cases} 3(x-2) > 2(x-1) + x - 6, \\ 0,3(x-1) \leq 2(x+1,2) - 1,4; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2(3x+1) < 6(x-2) - 1, \\ 3 - \frac{4x-5}{9} < 7x. \end{cases}$$

49. Решите неравенство:

$$1) -1 < x - 3 < 7; \quad 5) 2 < \frac{4x+3}{3} \leq 3;$$

$$2) -2,4 \leq 4x + 0,8 \leq 4;$$

$$3) 0,2 \leq 7 - 4x \leq 1,4; \quad 6) 2,5 < \frac{2-5x}{3} < 4,5.$$

$$4) 3 < \frac{x}{5} - 2 < 3;$$

50. Сколько целых решений имеет неравенство:

$$1) -5 \leq 3x - 2 \leq -2; \quad 2) -9 \leq 6x - 7 \leq 4?$$

51. При каких значениях x значения функции $y = x(1 - \sqrt{2})$ принадлежат промежутку $[4 - 4\sqrt{2}; 3 - 3\sqrt{2}]$?

52. Решите систему неравенств:

$$1) \begin{cases} x < 7, \\ x > 5, \\ x < 6,3; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3x - 5 > 11, \\ 4 - 5x < -2, \\ 3x - 2 > 5; \end{cases} \quad 3) \begin{cases} 0,3 - 2x \geq 1,5, \\ 3,5x - 4 < 10, \\ 2,6x + 7 < 1,1x + 1. \end{cases}$$

53. При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

$$1) \sqrt{5x-11} + \sqrt{2x-7}; \quad 3) \sqrt{3x-8} + \sqrt{1-x};$$

$$2) \sqrt{3x+5} + \frac{1}{\sqrt{8-5x}}; \quad 4) \frac{5}{\sqrt{12-11x}} - \frac{2}{x^2+x}?$$

54. Решите неравенство:

1) $(x+6)(x-4) < 0$;

4) $\frac{5x-2}{x+11} > 0$;

2) $(x+3)(x+10) \geq 0$;

5) $\frac{3x-15}{x} \leq 0$;

3) $\frac{x-6}{x-12} < 0$;

6) $\frac{9x+6}{x-14} \geq 0$.

55. Решите неравенство:

1) $|x| < 5$;

3) $|5x-4| \leq 3$;

2) $|x+1| \leq 3,1$;

4) $|18-7x| < 4$.

56. Решите неравенство:

1) $|x| > 2$;

3) $|0,6x+3| \geq 2$;

2) $|x+3| \geq 4,3$;

4) $|13-5x| > 9$.

57. Решите уравнение:

1) $|x+1|+|x-4|=6$;

3) $|x-1|-|x-7|=8$;

2) $|x+2|+|x-5|=7$;

4) $|3x+1|-|x-4|=2x-3$.

58. Решите неравенство:

1) $|x+4|+2x \geq 7$;

4) $|x+4|+|x-2| > 6$;

2) $|x-3|-2x < 9$;

5) $|x+3,5|-|x-2,5| \leq 5$;

3) $|x+5|+|x-3| \leq 8$;

6) $|4x+3|-|x-2| > 3$.

59. Для каждого значения a решите систему неравенств:

1) $\begin{cases} x > 5, \\ x < a; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x < -1, \\ x < -a. \end{cases}$

60. При каких значениях a оба корня уравнения $x^2 - (a+1)x - 2a^2 - a = 0$ меньше числа 5?

61. При каких значениях a оба корня уравнения $x^2 - 4ax + 3a^2 + 2a - 1 = 0$ принадлежат промежутку $[3; 10]$?

62. При каких значениях a один из корней уравнения $3x^2 - (7a+2)x + 2a^2 + 4a = 0$ меньше 0, а второй — больше 1?

Функция

63. Функция задана формулой $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 4x$. Найдите:

1) $f(-3)$;

2) $f(0)$;

3) $f(3)$;

4) $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

64. Даны функции $f(x) = x - \frac{2}{x}$ и $g(x) = 2x + 1$. Сравните:

- 1) $f(1)$ и $g(-1)$; 2) $f(2)$ и $g(0)$; 3) $f(-2)$ и $g(1)$.

65. Дана функция

$$f(x) = \begin{cases} -2, & \text{если } x < -1, \\ x^2 - 3, & \text{если } -1 \leq x < 2, \\ 2x - 3, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$$

Найдите: 1) $f(-1,001)$; 2) $f(-1)$; 3) $f(0)$; 4) $f(3)$.

66. Найдите область определения функции:

- 1) $f(x) = 3x + 5$; 7) $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-6}$;
 2) $f(x) = \frac{-7}{x+8}$; 8) $f(x) = \frac{3}{x^2+9}$;
 3) $f(x) = \frac{x-2}{-3}$; 9) $f(x) = \frac{5x+4}{4x^2-x}$;
 4) $f(x) = \frac{3x+6}{2x-1}$; 10) $f(x) = \frac{x}{|x|-2}$;
 5) $f(x) = \sqrt{5-x}$; 11) $f(x) = \frac{x-2}{|x|+4}$;
 6) $f(x) = \frac{-3}{\sqrt{x+2}}$; 12) $f(x) = \frac{5}{x^2-|x|}$;
 13) $f(x) = \sqrt{x-3} - \sqrt{6-x}$;
 14) $f(x) = \sqrt{x+2} + \frac{x-5}{2x+1}$;
 15) $f(x) = \sqrt{5-x} - \sqrt{x-5}$;
 16) $f(x) = \sqrt{x-5} - \frac{3}{\sqrt{4-x}}$;
 17) $f(x) = \sqrt{x+3} + \frac{x+2}{x^2-9}$;
 18) $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+4}} - \frac{3x-1}{x^2-x-6}$.

67. При каком значении x значение функции $g(x) = \frac{x^2+2}{x+1}$ равно:

- 1) 2; 2) 3; 3) -2?

68. Найдите область значений функции:

1) $f(x) = \sqrt{x} + 2$;

6) $f(x) = \sqrt{x^2 + 9} - 1$;

2) $f(x) = \sqrt{x} - 3$;

7) $f(x) = \sqrt{-|x+1|}$;

3) $f(x) = 4 - x^2$;

8) $f(x) = \sqrt{x-8} - \sqrt{8-x}$;

4) $f(x) = x^2 + 1$;

9) $f(x) = \sqrt{9-x^2}$;

5) $f(x) = |x| - 1$;

10) $f(x) = \frac{1}{x^2 + 3}$.

69. На рисунке 9 изображен график функции $y = f(x)$, определенной на промежутке $[-5; 4]$. Пользуясь графиком, найдите:

1) $f(-4)$; $f(-3,5)$; $f(-1)$; $f(2)$; $f(3)$; $f(4)$;

2) значения x , при которых $f(x) = -2$; $f(x) = -1$; $f(x) = 1$;
 $f(x) = 0$;

3) наибольшее и наименьшее значения функции;

4) область значений функции.

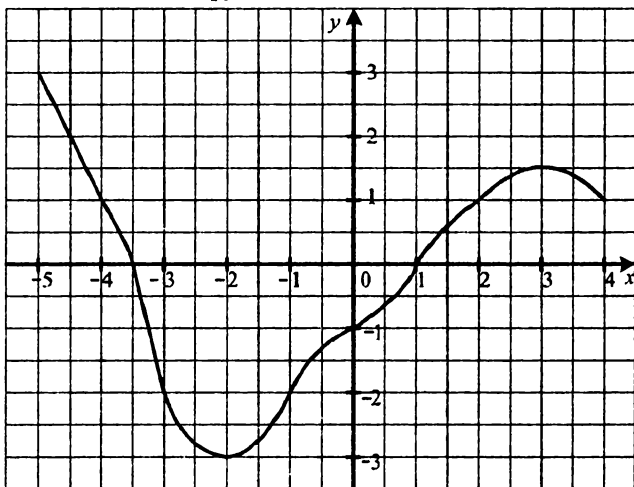


Рис. 9

70. Функция задана формулой $f(x) = -x^2 + 3$, где $-4 \leq x \leq 2$.

1) Составьте таблицу значений функции с шагом 1.

2) Постройте график функции, пользуясь составленной таблицей.

3) Пользуясь графиком, найдите, при каких значениях аргумента $f(x) > 0$.

71. Постройте график функции:

1) $f(x) = 3x + 2$; 3) $f(x) = -4x$; 5) $f(x) = \frac{12}{x}$;

2) $f(x) = 3 - \frac{1}{2}x$; 4) $f(x) = -3$; 6) $f(x) = -\frac{6}{x}$.

72. Найдите область определения и построьте график функции:

1) $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x + 3}$;

2) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$;

3) $f(x) = \frac{2x + 6}{x^2 + 3x}$;

4) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4}$.

73. Постройте график функции:

1) $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x}, & \text{если } x < -2, \\ \frac{x}{2} - 1, & \text{если } -2 \leq x < 4, \\ \frac{4}{x}, & \text{если } x \geq 4; \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} 1 - x, & \text{если } x < -3, \\ x - 1, & \text{если } -3 \leq x < 2, \\ -1, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$

74. Найдите, не выполняя построения, точки пересечения с осями координат графика функции:

1) $f(x) = \frac{2}{5}x - 3$;

4) $\varphi(x) = x^2 - 3x + 2$;

2) $g(x) = \frac{3x - 1}{x + 2}$;

5) $f(x) = 3x^2 - 7x + 4$;

3) $h(x) = x^2 - 9$;

6) $g(x) = \frac{x^2 - 5}{x^2 + 1}$.

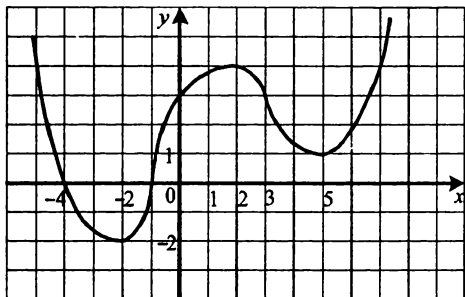
75. Задайте формулой линейную функцию $f(x) = kx + b$, для которой

$f(5) = 15$ и $f(7) = \frac{2}{3}$.

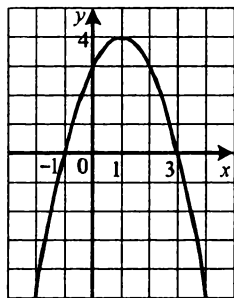
Свойства функции

76. На рисунке 10 изображен график функции $y = f(x)$. Пользуясь графиком, найдите:

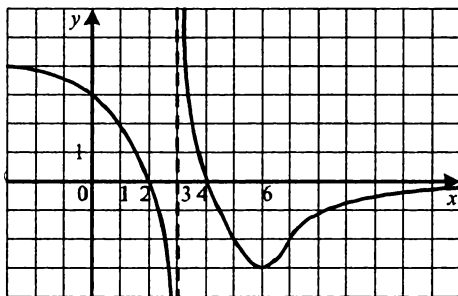
- 1) нули функции;
- 2) промежутки возрастания и промежутки убывания функции;
- 3) множество решений неравенства $f(x) \geq 0$.



а)



б)



в)

Рис. 10

77. Найдите нули функции:

1) $f(x) = 0,4x + 2$;

2) $f(x) = 4x^2 - 5x + 1$;

3) $f(x) = \sqrt{x+4}$;

4) $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$;

5) $f(x) = \sqrt{16 - x^2}$;

6) $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$;

7) $f(x) = (x+1)\sqrt{x}$.

78. Какие из линейных функций $y = 8x - 20$; $y = 0,03x + 5$; $y = 4,02x$; $y = -183x - 1$; $y = x + 5$:

- 1) возрастающие; 2) убывающие?

Четные и нечетные функции

79. Известно, что $f(6) = 10$. Найдите $f(-6)$, если функция f : 1) четная; 2) нечетная.

80. Является ли функция $f(x) = |x|$ четной, если ее областью определения является множество:

- 1) $[-9; 9]$; 2) $(-8; -1] \cup [1; 8)$; 3) $[-4; 4)$; 4) $[8; +\infty)$?

81. Является ли четной либо нечетной функция, заданная формулой:

1) $f(x) = -5x^8$; 7) $f(x) = (x-8)(x+6) + 2x$;

2) $f(x) = 4x^5 + 2x^2$; 8) $f(x) = (x+4)^2 - (x-4)^2$;

3) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 16}$; 9) $f(x) = \frac{x^2 + 8x}{2x + 16}$;

4) $f(x) = \sqrt{3 - |x|}$; 10) $f(x) = \frac{|x|}{x}$;

5) $f(x) = x^7 - 3x^5 + x$; 11) $f(x) = \frac{x^2}{(x+1)^2}$;

6) $f(x) = \frac{5}{x^4 + 4x^2}$; 12) $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2}{x^3 - 4x}$?

82. На рисунке 11 изображена часть графика функции $y = g(x)$, определенной на промежутке $[-5; 5]$. Постройте график этой функции, если она является: 1) четной; 2) нечетной.

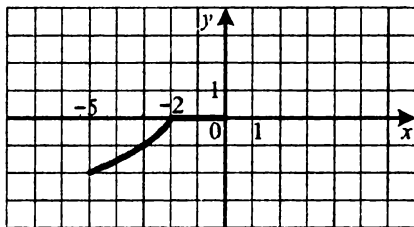


Рис. 11

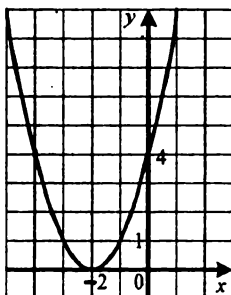
Преобразования графиков функций

83. Постройте график функции:

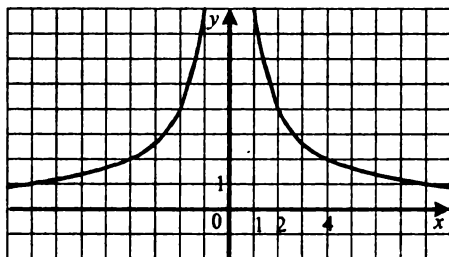
1) $y = -x^2$; 2) $y = -\frac{1}{2}x^2$; 3) $y = 4x^2$; 4) $y = 0,4x^2$.

84. На рисунке 12 изображен график функции $y = f(x)$. Постройте график функции:

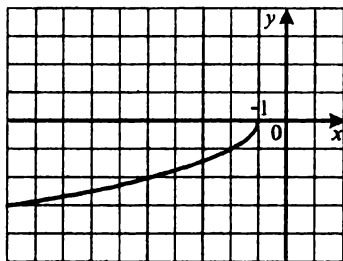
1) $y = f(x) + 3$; 3) $y = f(x+1)$; 5) $y = -f(x)$;
2) $y = f(x) - 1$; 4) $y = f(x-2)$; 6) $y = -1 - f(x)$.



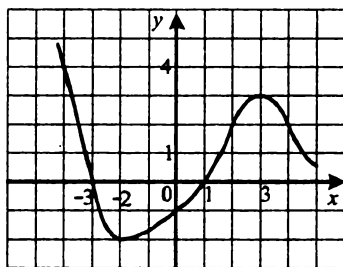
а)



в)



б)



з)

Рис. 12

85. Постройте график функции:

1) $y = x^2$; 5) $y = 1 - x^2$; 8) $y = (x-1)^2 + 1$;
2) $y = x^2 - 1$; 6) $y = (x+2)^2$; 9) $y = (x-2)^2 - 2$;
3) $y = x^2 + 3$; 7) $y = (x-3)^2$; 10) $y = -(x+2)^2 + 1$.
4) $y = -x^2 - 2$;

86. Постройте график функции:

1) $y = \frac{12}{x}$; 3) $y = \frac{12}{x} + 3$; 5) $y = \frac{12}{x+3}$; 7) $y = \frac{3x+12}{x}$;

2) $y = \frac{12}{x} - 2$; 4) $y = \frac{12}{x-3}$; 6) $y = \frac{12}{x+1} + 1$; 8) $y = \frac{2x-16}{x-2}$.

87. Постройте график функции:

1) $y = \sqrt{x}$; 4) $y = \sqrt{x+2}$; 7) $y = 1 + \sqrt{x+1}$;

2) $y = \sqrt{x+1}$; 5) $y = -\sqrt{x}$; 8) $y = 3 - \sqrt{x-2}$.

3) $y = \sqrt{x-2}$; 6) $y = -1 - \sqrt{x}$;

Квадратичная функция, ее график и свойства

88. Определите направление ветвей и координаты вершины параболы:

1) $y = x^2 - 2x - 3$; 3) $y = 0,4x^2 + 0,4x - 0,12$;

2) $y = -x^2 - 2x + 3$; 4) $y = -2x^2 - 8x + 5$.

89. Постройте график функции:

1) $y = x^2 - 5x + 6$; 5) $y = 2x + x^2$;

2) $y = -x^2 + 4x - 3$; 6) $y = 9 - x^2$;

3) $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$; 7) $y = -0,5x^2 + 2x + 2$;

4) $y = 2x^2 - 4x + 2$; 8) $y = x^2 - 6x + 4$.

90. Постройте график функции $f(x) = x^2 + 2x - 3$. Пользуясь графиком, найдите:

1) $f(-2)$; $f(0)$; $f(0,5)$;

2) значения x , при которых $f(x) = -4$; $f(x) = -5$; $f(x) = 5$;

3) наибольшее и наименьшее значения функции;

4) область значений функции;

5) промежуток возрастания и промежуток убывания функции;

6) множество решений неравенства $f(x) \geq 0$; $f(x) < 0$.

91. Постройте график функции $f(x) = 4x - 2x^2$. Пользуясь графиком, найдите:

1) $f(-1)$; $f(1)$; $f\left(\frac{1}{2}\right)$;

2) значения x , при которых $f(x) = 2$; $f(x) = 3$; $f(x) = -6$;

- 3) наибольшее и наименьшее значения функции;
4) область значений функции;
5) промежуток возрастания и промежуток убывания функции;
5) множество решений неравенства $f(x) \leq 0$; $f(x) > 0$.
92. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \frac{8}{x}$ и $y = x^2 + x - 2$. Найдите, пользуясь полученным рисунком, корни уравнения $x^2 + x - 2 = \frac{8}{x}$.
93. Постройте в одной системе координат графики функций $y = \frac{12}{x}$ и $y = -x^2 - 3x + 4$. Определите, пользуясь полученным рисунком, количество корней уравнения $-x^2 - 3x + 4 = \frac{12}{x}$.
94. Пусть D — дискриминант квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$. Изобразите схематически график квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$, если:
- 1) $a > 0$, $c = 0$, $-\frac{b}{2a} > 0$;
 - 2) $a > 0$, $D = 0$, $-\frac{b}{2a} < 0$;
 - 3) $a < 0$, $D < 0$, $-\frac{b}{2a} > 0$.
95. Найдите область значений и промежутки возрастания и убывания функции:
- 1) $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$;
 - 2) $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 10$;
 - 3) $f(x) = 9 - 18x - 0,6x^2$;
 - 4) $f(x) = 11x^2 - 3x$.
96. При каких значениях p и q график функции $y = x^2 + px + q$ проходит через точки $C(-1; -10)$ и $D(2; 5)$?
97. При каких значениях a и b парабола $y = ax^2 + bx + 2$ проходит через точки $M(3; -1)$ и $K(-6; 26)$?
98. График квадратичной функции — парабола с вершиной в начале координат, проходящая через точку $(6; -3)$. Задайте эту функцию формулой.
99. График квадратичной функции — парабола с вершиной в точке $C(0; 4)$, проходящая через точку $D(-5; -46)$. Задайте эту функцию формулой.

100. При каких значениях p и q вершина параболы $y = x^2 + px + q$ находится в точке $(-6; -43)$?
101. Парабола $y = ax^2 + bx + c$ имеет вершину в точке $E(4; 3)$ и проходит через точку $F(2; 1)$. Найдите значения коэффициентов a , b и c .
102. Постройте график функции $y = -x^2 - x + 6$ при $x \in [-2; 3]$ и найдите, пользуясь графиком, ее область значений.
103. Найдите наименьшее значение функции $y = 4x^2 + 8x - 7$ на промежутке:
 1) $[-3; 4]$; 2) $[-4; -2]$; 3) $[-0,5; 3]$.
104. При каком значении c наименьшее значение функции $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + c$ равно 5?
105. На параболы $y = x^2 - 2x - 6$ найдите точку, у которой:
 1) абсцисса и ордината — противоположные числа;
 2) разность абсциссы и ординаты равна -4 .
106. Постройте график функции:
- $$1) f(x) = \begin{cases} 3 - x, & \text{если } x \leq -1, \\ x^2 - 2x + 1, & \text{если } -1 < x < 3, \\ 4, & \text{если } x \geq 3; \end{cases}$$
- $$2) f(x) = \begin{cases} 3x - 4, & \text{если } x \leq 2, \\ 9 - x^2, & \text{если } 2 < x < 4, \\ x, & \text{если } x \geq 4. \end{cases}$$
107. Постройте график функции:
- $$1) y = \frac{|x|}{x} \left(\frac{1}{4}x^2 - x - 3 \right); \quad 3) y = x^2 + 8x \frac{x-3}{|x-3|} - 9;$$
- $$2) y = x^2 + 2|x| - 8; \quad 4) y = x^2 + 3|x-1| - x + 3.$$
108. При каких значениях a функция $y = 3x^2 - 12x + a$ принимает положительные значения при всех действительных значениях x ?
109. При каких значениях a функция $y = (a+5)x^2 - 4x + 2$ принимает отрицательные значения при всех действительных значениях x ?

110. При каких значениях a функция $y = (a-1)x^2 + 10x + 1$ принимает неотрицательные значения при всех действительных значениях x ?
111. При каком значении a график квадратичной функции $y = ax^2 + (a-4)x - 4,5$ имеет с осью абсцисс одну общую точку?
112. Пусть x_1 и x_2 — нули функции $y = 7x^2 - (6a-5)x + 2a+3$. При каких значениях a выполняется неравенство $x_1 < -1 < x_2$?

Решение квадратных неравенств

113. Решите неравенство:

- | | |
|-------------------------------|------------------------------|
| 1) $x^2 - 4x - 96 > 0$; | 9) $x^2 - 16x + 64 \geq 0$; |
| 2) $x^2 + 3x - 28 \leq 0$; | 10) $3x^2 + 2x + 4 > 0$; |
| 3) $-x^2 + 2,8x + 0,6 < 0$; | 11) $4x^2 - 4x + 1 \leq 0$; |
| 4) $9x^2 + 31x - 20 \geq 0$; | 12) $4x^2 - 60x + 225 < 0$; |
| 5) $-3x^2 + 7x + 6 < 0$; | 13) $2x^2 + x + 3 \leq 0$; |
| 6) $3x^2 + 18 \geq 0$; | 14) $10x^2 - 3x - 4 > 0$; |
| 7) $25x^2 - 16 < 0$; | 15) $-x^2 - 6x - 9 \leq 0$; |
| 8) $49x^2 + 14x + 1 > 0$; | |

114. Решите неравенство:

- | | | |
|--------------------|------------------------|----------------------|
| 1) $x^2 \leq 25$; | 3) $4x^2 \leq 9x$; | 5) $-4x^2 > -64$; |
| 2) $x^2 > 13$; | 4) $-6x^2 \geq -24x$; | 6) $-0,6x^2 < 24x$. |

115. Найдите множество решений неравенства:

- | | |
|---|---|
| 1) $(2x+1)(x-4) \leq 5$; | 3) $3x(x+\sqrt{3}) \leq (x-\sqrt{3})^2 - 9$; |
| 2) $(x-4)^2 + 12 \geq (3x-2)^2$; | 4) $\frac{x^2-9}{5} - \frac{x+1}{4} \geq \frac{x-5}{2}$; |
| 5) $\frac{x^2+x}{8} - \frac{3-x}{3} < \frac{2x^2+5}{5} - 2$; | |
| 6) $(2x+3)^2 - (x+6)^2 + (6x-5)(6x+5) < 26$. | |

116. Найдите область определения функции:

- | | |
|---|---|
| 1) $y = \sqrt{x^2 + 7x - 18}$; | 3) $y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2} + \frac{8}{x^2 - 9}$; |
| 2) $y = \frac{3x-7}{\sqrt{5x+10x^2}}$; | 4) $y = \frac{x+14}{\sqrt{12-17x-7x^2}} - \frac{x-14}{3x^2+5x-2}$. |

117. Найдите целые решения неравенства:

1) $x^2 - 7x \leq 0;$

4) $12x^2 - 13x + 3 \leq 0;$

2) $x^2 - 20 < 0;$

5) $-\frac{1}{2}x^2 + x + 24 > 0;$

3) $-8x^2 + 13x + 6 \geq 0;$

6) $x^2 - 4,6x - 2 \leq 0.$

118. Решите систему неравенств:

1) $\begin{cases} x^2 + x - 12 \leq 0, \\ x > 2; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2 + x - 20 \leq 0, \\ 2x + 10 \leq 0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 5x^2 - 16x + 3 > 0, \\ x \leq 7; \end{cases}$

5) $\begin{cases} x^2 - 2x - 80 \leq 0, \\ x^2 - 2x - 24 > 0; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 10x^2 - 9x + 2 \leq 0, \\ 14 - 2x \leq 0; \end{cases}$

6) $\begin{cases} 2x^2 + 11x - 6 \leq 0, \\ x^2 + 8x \leq 0. \end{cases}$

119. Найдите целые решения системы неравенств:

1) $\begin{cases} x^2 + 3x - 18 < 0, \\ x \geq -2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + 4x - 32 \leq 0, \\ -8,5 \leq x \leq 0,3; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 4x^2 - 6x \leq 0, \\ 0,8x - 0,2 > 0; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2 + (\sqrt{6} - 4)x - 4\sqrt{6} \leq 0, \\ -x^2 + 0,5x + 5 \geq 0. \end{cases}$

120. Найдите, при каких значениях a не имеет корней уравнение:

1) $x^2 - (a + 5)x + 9 = 0;$

3) $(6a - 12)x^2 - (6a - 12)x + 5 = 0;$

2) $(a - 2)x^2 + 5ax - 3a = 0;$

4) $(a - 3)x^2 - 2(a + 2)x + 2a - 6,5 = 0.$

121. При каких значениях b имеет два различных действительных корня уравнение:

1) $x^2 - 3bx + 2b + 5 = 0;$

3) $(b + 2)x^2 + (3b + 1)x - b - 1 = 0;$

2) $bx^2 + (7b + 2)x + b = 0;$

4) $(2b + 1)x^2 - (4b + 8)x + 3b = 0?$

122. Найдите, при каких значениях a выполняется при всех действительных значениях x неравенство:

1) $x^2 - 2(a - 6)x - 2a^2 - 2a + 33 > 0;$

2) $-\frac{1}{6}x^2 - 4ax - 18a^2 - 24 \leq 0;$

3) $ax^2 + 6x + 3a - 6 < 0;$

4) $(a^2 - 1)x^2 + 2(1 - a)x + 2 \geq 0.$

123. Найдите, при каких значениях m не имеет решений неравенство:

1) $mx^2 - 8mx + 3m + 7 > 0$;

2) $(2m + 1)x^2 + 2(m + 2)x + m + 5,6 \leq 0$.

124. Для каждого значения a решите систему неравенств:

1) $\begin{cases} x^2 + 5x - 6 > 0, \\ x < a; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2 - 8x - 9 \leq 0, \\ x > a. \end{cases}$

125. Для каждого значения a решите неравенство:

1) $x^2 - (a - 4)x - 4a \geq 0$;

2) $x^2 + (2 - 5a)x + 6a^2 - 3a - 3 < 0$.

126. Решите неравенство:

1) $|x^2 + 2x - 4| < 4$;

4) $x^2 + 9|x| < 10$;

2) $|x^2 - 6x| > 7$;

5) $x^2 - 4x + 6 > |x + 2|$;

3) $|x + 3|(x - 6) \geq 4x$;

6) $x^2 - 3|x - 3| + 8 \leq 5|x + 2|$.

127. При каких значениях b один из корней уравнения $x^2 + (b + 3)x + b^2 - 1 = 0$ больше -2 , а другой — меньше -2 ?

128. При каких значениях m один из корней квадратного уравнения $(m - 2)x^2 + (m^2 + 4m)x + 5m - 11 = 0$ больше 3, а другой — меньше 3?

129. При каких значениях a один из корней уравнения $x^2 - (2a + 3)x + 6a^2 = 0$ меньше 2, а другой — больше 3?

130. При каких значениях a корни уравнения $x^2 - 10ax + 25a^2 - 4a - 5 = 0$ больше 2?

131. При каких значениях a корни уравнения $x^2 + 4(a - 2)x + 6a - 12 = 0$ меньше -1 ?

132. При каких значениях a корни уравнения $x^2 - 2(a - 1)x + 2a + 1 = 0$ принадлежат промежутку $(-4; 4)$?

Решение неравенств методом интервалов

133. Решите неравенство:

1) $(x - 4,6)(x + 5) \leq 0$;

2) $(x + 12)(x - 4)(x - 20) > 0$;

3) $(3x+5)(2x-7)(x-6) \leq 0$;

4) $(7+x)(x-2)(5-x) > 0$;

5) $(x+7,2)(3-x)(6-x) \leq 0$;

6) $(6x+18)(4-16x)(7x-21)(5-2x) \geq 0$.

134. Решите неравенство:

1) $\frac{x-3}{x+5} > 0$;

4) $\frac{x-2,3}{x+7,4} \leq 0$;

7) $\frac{(x-4)(x+6)}{x+4} \geq 0$;

2) $\frac{x+7}{x-10} < 0$;

5) $\frac{9-x}{x-20} \geq 0$;

8) $\frac{x-4,6}{(x+8)(x-15)} \leq 0$;

3) $\frac{x}{x+1,4} \geq 0$;

6) $\frac{4x+2,8}{1,8-0,3x} \leq 0$;

9) $\frac{x+6,1}{(14-x)(x-16)} \geq 0$.

135. Найдите множество решений неравенства:

1) $(x^2 - 10x)(x^2 - 49) \geq 0$;

3) $\frac{x^2 - 7x - 8}{x^2 - 8x + 7} > 0$;

2) $(x^2 - 10x + 9)(x^2 + 4x) < 0$;

4) $\frac{x^2 - x - 20}{x^2 - 36} \leq 0$.

136. Решите неравенство:

1) $(x^2 + 9)(x^2 - 3x - 4) \leq 0$;

2) $(x+9)^2(x^2 - 3x - 4) < 0$;

3) $(x+9)^2(x^2 - 3x - 4) \leq 0$;

4) $(x+9)^2(x^2 - 3x - 4) > 0$;

5) $(x+9)^2(x^2 - 3x - 4) \geq 0$;

6) $(x-2)^2(x^2 - 4x + 3) > 0$;

7) $(x-2)^2(x^2 - 4x + 3) \geq 0$;

8) $(x-2)^2(x^2 - 4x + 3) < 0$;

9) $(x-2)^2(x^2 - 4x + 3) \leq 0$;

10) $(x+2)^2(x-3)^4(x-4)^3 > 0$;

11) $(x+2)^2(x-3)^4(x-4)^3 \geq 0$;

12) $(x+2)^2(x-3)^3(x-4)^4(x-6)^5 \leq 0;$

13) $(x^2+2x-3)(x^2+3x+6) \leq 0;$

14) $(x^2+2x-10)(4x-x^2-5) \geq 0.$

137. Решите неравенство:

1) $\frac{x^2-3x-18}{x^2-10x+25} > 0;$

6) $\frac{x^2+4x+4}{x^2+4x-5} \geq 0;$

2) $\frac{x^2-3x-18}{x^2-10x+25} \geq 0;$

7) $\frac{x^2+4x+4}{x^2+4x-5} < 0;$

3) $\frac{x^2-3x-18}{x^2-10x+25} < 0;$

8) $\frac{x^2+4x+4}{x^2+4x-5} \leq 0;$

4) $\frac{x^2-3x-18}{x^2-10x+25} \leq 0;$

9) $\frac{x^2-6x+8}{|x-8|} \geq 0;$

5) $\frac{x^2+4x+4}{x^2+4x-5} > 0;$

10) $\frac{|x+1|}{x^2+4x-12} \geq 0.$

138. Найдите множество решений неравенства:

1) $\frac{x^2+5x}{x^2-25} \geq 0;$

2) $\frac{x^2-6x+9}{x^2-8x+15} \leq 0.$

139. Решите неравенство:

1) $\frac{x-4}{x-5} \leq \frac{3x+8}{x-5};$

3) $\frac{x^2+8x}{x+6} \leq \frac{20}{x+6};$

2) $\frac{7x}{3x-4} \geq 1;$

4) $\frac{x^2+6x}{x-3} \geq -16.$

140. Для каждого значения a решите неравенство:

1) $(x+6)(x-a) > 0;$

5) $(x-a)(x-1)^2 \leq 0;$

2) $(x+6)(x-a)^2 < 0;$

6) $\frac{x+5}{x-a} \geq 0;$

3) $(x+6)(x-a)^2 \leq 0;$

7) $\frac{(x+2)(x-a)}{x+2} \leq 0;$

4) $(x-a)(x-1)^2 < 0;$

8) $\frac{(x+2)(x-a)}{x-a} \geq 0.$

График уравнения с двумя переменными

141. Постройте график уравнения:

- 1) $y = 3x - 4$; 6) $x^2 + y^2 = 16$; 11) $|x| = 5$;
 2) $3x + 4y - 12 = 0$; 7) $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 25$; 12) $|y| = 2$;
 3) $5y + x = 0$; 8) $x^2 + (y+2)^2 = 8$; 13) $xy = -8$;
 4) $x + 3 = 0$; 9) $y = x^2 + 4x$; 14) $|xy| = 4$;
 5) $y - 6 = 0$; 10) $x^2 - y - 2x - 3 = 0$; 15) $y = |x + 2|$.

142. Постройте график уравнения:

- 1) $x = -y^2$; 7) $(x+4)^2 + (y-4)^2 = 0$;
 2) $|x - y| = 2$; 8) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 = 0$;
 3) $|3x + y| = 2$; 9) $x^2 + 4x + y^2 - 6y - 3 = 0$;
 4) $x^2 - 9y^2 = 0$; 10) $|x| + |y| = 7$;
 5) $16x^2 - y^2 = 0$; 11) $3|x| - 2|y| = 5$;
 6) $5x^2 + 8y^2 = 0$; 12) $y = \sqrt{36 - x^2}$.

Системы уравнений с двумя переменными

143. Решите графически систему уравнений:

- 1) $\begin{cases} y = x^2 + 2x - 2, \\ y = 2 - x; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} (x-3)^2 + (y+1)^2 = 13, \\ x - y - 5 = 0; \end{cases}$
 2) $\begin{cases} x^2 + y = 5, \\ x - y = 7; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} xy = 6, \\ x - y = 5; \end{cases}$
 3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ y = x - 2; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 20, \\ xy = -8. \end{cases}$

144. Определите графически количество решений системы уравнений:

- 1) $\begin{cases} y = -\sqrt{x}, \\ y = x + 1; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ y = x^2 + 5; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x^2 + (y-2)^2 = 16, \\ y = 2x^2 - 2; \end{cases}$
 2) $\begin{cases} y = 3x^2 - 1, \\ y = 1 - 4x^2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} xy = -8, \\ y = 4 - 0,3x^2; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} |y| = -x, \\ y = x^2 + 4x - 1. \end{cases}$

145. Решите систему уравнений:

$$1) \begin{cases} x = 5 - y, \\ y^2 + 4xy = 33; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} y^2 - xy + x = 2, \\ 5y + x = 12; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + y = 8, \\ xy = -20; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 4x - 3y = 4, \\ 5y^2 - 16x = 16; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} y - 7x = 3, \\ y^2 - 6xy - x^2 = -9; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 4y + x = 2, \\ (x-4)(y+3) = 4. \end{cases}$$

146. Не выполняя построения, найдите координаты точек пересечения:

1) прямой $y = 3x - 1$ и параболы $y = x^2 - 2x + 3$;

2) прямой $2x + y + 9 = 0$ и окружности $(x+2)^2 + y^2 = 10$;

3) парабол $y = 2x^2 - 8x + 10$ и $y = 1 + 4x - 2x^2$;

4) прямой $y = -x + 1$ и окружности $x^2 + (y+3)^2 = 8$.

147. Решите систему уравнений:

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 + 2xy = 100, \\ y - x = 6; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2y^2 - 3x^2 = 1, \\ 3x^2 + 2y^2 = 19; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 + 4xy + 4y^2 = 1, \\ 2x^2 - 3xy + y^2 = 6; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 2xy - x = 9, \\ 2xy + 5y = 22; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} xy + x^2 = 30, \\ xy + y^2 = -5; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} x^2 + 16y^2 = 73, \\ xy = -6. \end{cases}$$

148. Решите систему уравнений:

$$1) \begin{cases} 4x^2 - y^2 = 32, \\ xy = 6; \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \frac{3}{2x+5y} - \frac{2}{3x-10y} = 4, \\ \frac{2}{2x+5y} + \frac{3}{3x-10y} = 7; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + y + xy = -19, \\ xy(x+y) = -20; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} \frac{x+3y}{2x-y} + \frac{6(2x-y)}{x+3y} = 5, \\ x^2 - xy - y^2 = 1. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^3 - y^3 = 98, \\ x - y = 2; \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{y}{x} - \frac{x}{y} = \frac{16}{15}, \\ 4y - 5x = 15; \end{cases}$$

149. Решите систему уравнений:

$$1) \begin{cases} x^2 + xy - 12y^2 = 0, \\ 2x^2 - 3xy + y^2 = 90; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 4x^2 - 3xy - y^2 = 14, \\ 2x^2 + xy - 3y^2 = 12. \end{cases}$$

150. Сколько решений в зависимости от значения a имеет система уравнений:

$$1) \begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ y = a - x; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ |y - x| = 3? \end{cases}$$

**Решение задач с помощью систем уравнений
второй степени**

151. Сумма двух целых чисел равна 3, а разность чисел, обратных данным, равна $\frac{7}{10}$. Найдите эти числа.

152. Если некоторое двузначное число разделить на сумму его цифр, то неполное частное будет равным 4, а остаток — 6. Если разделить это число на произведение его цифр, то неполное частное будет равным 1, а остаток — 22. Найдите данное число.

153. Площадь прямоугольника равна 108 дм^2 , а диагональ — 15 дм . Найдите стороны прямоугольника.

154. Площадь прямоугольника равна 180 см^2 . Если одну его сторону уменьшить на 3 см , а другую — на 6 см , то получим прямоугольник, площадь которого равна 72 см^2 . Найдите первоначальные размеры прямоугольника.

155. От двух станций, расстояние между которыми равно 450 км , отправились одновременно навстречу друг другу два поезда и встретились через 5 ч . Найдите скорость каждого поезда, если один из них потратил на путь между станциями на $2 \text{ ч } 15 \text{ мин}$ больше, чем другой.

156. От станции M на станцию N , расстояние между которыми равно 240 км , отправились одновременно два поезда. Один из них прибыл на станцию N на 48 мин позднее другого. Найдите скорость каждого поезда, если известно, что первый поезд за 2 ч проходит на 40 км больше, чем второй за один час.

157. Лодка проходит 54 км по течению реки и 48 км в стоячей воде за 6 ч . Чтобы пройти 64 км в стоячей воде, лодке требуется на 2 ч больше, чем на прохождение 36 км по течению этой же реки. Найдите собственную скорость лодки и скорость течения.

158. Из двух сел A и B , расстояние между которыми равно 108 км , выехали навстречу друг другу два велосипедиста и встретились в

- селе C , расстояние от которого до A составляет $\frac{1}{3}$ расстояния между A и B , причем первый велосипедист выехал из B на 1 ч 48 мин раньше, чем второй велосипедист выехал из A . Если бы велосипедисты выехали одновременно, то они бы встретились через 4 ч. Найдите скорость движения каждого велосипедиста.
159. Два экскаватора, работая одновременно, могут вырыть котлован за 6 ч 40 мин. Если же сначала один экскаватор выроет самостоятельно $\frac{4}{5}$ котлована, а затем второй — остальное, то вся работа будет выполнена за 12 ч. За сколько часов может вырыть этот котлован каждый экскаватор, работая самостоятельно?
160. Если одновременно открыты две трубы, через одну из которых в бассейн будет наливать вода, а через другую выливаться, то бассейн наполнится за 36 ч. Если 6 ч наполнять бассейн через первую трубу, а затем открыть вторую трубу, через которую вода выливается, то бассейн наполнится через 18 ч после открытия второй трубы. За сколько часов через первую трубу можно наполнить бассейн? За сколько часов через вторую трубу можно опорожнить бассейн?
161. Из села на станцию, расстояние до которой равно 24 км, вышел пешеход со скоростью 3 км/ч. Через 2 ч из села в этом же направлении вышел второй пешеход, который догнал первого, передал ему письмо и пошел назад в село с той же скоростью. Первый пешеход пришел на станцию, а второй вернулся в село одновременно. Найдите скорость движения второго пешехода.
162. От двух станций, расстояние между которыми равно 270 км, отправились одновременно навстречу друг другу два поезда. Один из них прибыл на вторую станцию через 2 ч 24 мин после встречи, а другой на первую станцию — через 3 ч 45 мин после встречи. Найдите, с какой скоростью двигался каждый поезд и через сколько времени после начала движения состоялась их встреча.
163. Одновременно от одного причала в одном направлении отплыли плот со скоростью 3 км/ч и лодка со скоростью 24 км/ч. Через 3 ч от этого причала в том же направлении отправился катер. Найдите скорость движения катера, если он догнал лодку через 11 ч 40 мин после того, как догнал плот.
164. По окружности двигаются в одном направлении две точки. Одна из них выполняет полный оборот на 3 с дольше другой, а время

между их последовательными встречами равно 6 с. За какое время каждая точка выполняет один полный оборот?

Математическое моделирование

165. Решите задачу, построив ее математическую модель.

- 1) Для покраски 15 станков требуется 18 кг краски. Сколько краски понадобится для покраски 25 таких станков?
- 2) Расстояние между городами A и B на местности равно 390 км, а на карте — 6,5 см. Каково расстояние между городами C и D на этой карте, если на местности расстояние между ними равно 480 км?
- 3) От двух станций, расстояние между которыми равно 32 км, одновременно в одном направлении отправились два поезда. Сзади шел поезд со скоростью 62 км/ч, который через 4 ч после начала движения догнал второй поезд. С какой скоростью двигался второй поезд?
- 4) Две бригады, работая вместе, могут вспахать поле за 4 ч. За сколько часов может вспахать это поле одна из бригад, если другая может сделать это за 12 ч?
- 5) Велосипедист преодолел расстояние между двумя селами за 2 ч, а пешеход — за 6 ч. Найдите скорость движения каждого из них, если скорость пешехода на 8 км/ч меньше скорости велосипедиста.
- 6) Купили 16 тетрадей по 1 грн. 40 коп. и по 90 коп., заплатив за всю покупку 16 грн. 40 коп. Сколько купили тетрадей каждого вида?
- 7) Длина актового зала школы равна 32 м, а ширина — 20 м. Для установки подвесного потолка используют плиты, имеющие форму квадрата со стороной 80 см. Хватит ли для этого 70 ящиков, если в один ящик помещается 15 плит?
- 8) Двое рабочих должны были изготовить по 90 деталей. Один из них изготавливал ежедневно на 3 детали больше, чем другой, поэтому выполнил заказ на один день раньше. Сколько деталей в день изготавливал каждый рабочий?
- 9) Дорога длиной 30 км, соединяющая село и железнодорожную станцию, идет сначала под гору, а затем вверх. Из села на станцию велосипедист едет 2 ч 12 мин, а со станции — 2 ч 18 мин. С какой скоростью велосипедист едет под гору и с какой вверх, если его скорость на подъеме на 3 км/ч меньше его скорости на спуске?

- 10) Из пунктов A и B одновременно навстречу друг другу выехали два автомобиля и после встречи каждый из них продолжил движение в первоначальном направлении. Первый из них, скорость которого на 15 км/ч больше скорости второго, прибыл в пункт A через 3 ч после встречи, а второй в пункт B — через 5 ч 20 мин. Найдите скорость, с которой двигался каждый автомобиль. Через какое время после начала движения состоялась их встреча?
- 11) От двух пристаней C и D отошли одновременно навстречу друг другу катер и лодка соответственно. Катер прибыл в D через 3 ч 45 мин после встречи с лодкой, а лодка в C — через 1 ч 40 мин. За какое время каждый из них проплывет расстояние между C и D ?

Процентные расчеты

166. Сплав содержит 9 % цинка. Сколько цинка содержится в 270 кг сплава?
167. В двух цехах завода работает 1240 человек. Из них 55 % работает в первом цехе. Сколько человек работает во втором цехе?
168. В районной олимпиаде по математике 42 учащихся стали призерами, что составляет 24 % всех участников олимпиады. Сколько человек участвовало в районной олимпиаде?
169. Банк выплачивает своим вкладчикам 12 % годовых. Какую сумму денег надо положить в банк, чтобы через год получить 54 грн. прибыли?
170. При сушке сливы теряют 88 % своей массы. Сколько надо взять свежих слив, чтобы получить 15 кг сушеных?
171. В кинозале 480 мест, из которых во время сеанса было занято 408. Сколько процентов мест было занято?
172. Цена некоторого товара снизилась с 320 грн. до 256 грн. На сколько процентов снизилась цена?
173. Скорость автомобиля сначала снизилась на 20 %, а потом выросла на 20 %. На сколько процентов изменилась первоначальная скорость автомобиля?
174. Предприниматель взял в банке кредит размером 30 000 грн. под 20 % годовых. Какую сумму ему придется вернуть через два года?

175. В течение года завод дважды увеличивал еженедельный выпуск продукции на одно и то же количество процентов. На сколько процентов увеличивался каждый раз выпуск продукции, если в начале года завод выпускал 1200 изделий в неделю, а в конце года — 1587 изделий?
176. Сколько надо смешать молока с процентным содержанием жира 1 % и молока с процентным содержанием жира 3,5 %, чтобы получить 8 л молока с массовой частью жира 2,5 %?
177. Банк выдал предпринимателю кредит в сумме 100 000 грн. на 2 года под некоторый процент годовых. Через год процентная ставка была увеличена на 4 %. В конце второго года предприниматель вернул банку 148 800 грн. Под какой процент был выдан кредит в первый год?
178. Водно-солевой раствор содержал 3 кг соли, концентрация которой была меньше 20 %. К этому раствору добавили 6 кг соли, после чего концентрация соли увеличилась на 15 %. Какой была первоначальная масса раствора?

Случайное событие. Вероятность случайного события

179. В коробке лежат 10 черных и 25 синих шариков. Какова вероятность того, что выбранный наугад шарик окажется: 1) черным; 2) синим?
180. В лотерее разыгрывалось 20 телевизоров, 30 магнитофонов и 40 фотоаппаратов. Всего было выпущено 5000 лотерейных билетов. Какова вероятность:
- 1) выиграть фотоаппарат;
 - 2) выиграть какой-нибудь приз;
 - 3) не выиграть никакого приза?
181. Игральный кубик подбросили один раз. Какова вероятность того, что выпадет число, которое делится нацело на 2 и на 3?
182. Из натуральных чисел от 1 до 24 включительно ученик наугад называет одно. Какова вероятность того, что это число является делителем числа 24?
183. Какова вероятность того, что наугад выбранное двузначное число делится нацело на 17?
184. В коробке лежат 2 зеленых и 7 синих шариков. Какое наименьшее количество шариков надо вынуть наугад, чтобы вероятность того, что среди них окажется хотя бы один зеленый, была равной 1?

185. Четыре карточки пронумерованы числами 1, 2, 3 и 4. Какова вероятность того, что произведение номеров двух наугад выбранных карточек будет не больше числа 6?
186. В коробке лежат синие и зеленые шарики. Сколько синих шариков в коробке, если вероятность вынуть из нее наугад синий шарик равна $\frac{2}{7}$, а зеленых шариков в коробке 40?

Начальные сведения о статистике

187. Даны 25 чисел, из них число 9 встречается 12 раз, число 8 встречается 9 раз и число 15 — 4 раза. Найдите среднее арифметическое этих 25 чисел.
188. Найдите меры центральной тенденции выборки:
 1) 5, 11, 14, 14, 17, 17, 19, 26, 29, 38;
 2) 3,1; 3,4; 4,2; 4,7; 4,9; 5,3; 6,1.
189. В таблице приведено распределение рабочих одного цеха некоторого завода по количеству изготовленных за смену деталей:

Количество деталей, изготовленных каждым рабочим	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Количество рабочих	5	2	6	6	8	9	6	4	4

Найдите относительную частоту каждого значения и меры центральной тенденции выборки.

190. Среди 40 жителей города провели опрос о количестве комнат в их квартирах и составили таблицу:

2	3	2	4	3	2	1	3
3	1	1	3	2	2	3	2
1	2	4	2	3	1	2	3
3	1	2	3	2	4	3	1
1	2	2	3	3	2	1	4

Составьте частотную таблицу и постройте соответствующую гистограмму. Определите частоту и относительную частоту каждого ее значения.

Числовые последовательности

191. Запишите пять первых членов последовательности:
- двузначных чисел, кратных числу 9, взятых в порядке убывания;
 - правильных обыкновенных дробей с числителем 19, взятых в порядке убывания;

3) натуральных чисел, дающих при делении на 7 остаток 4, взятых в порядке возрастания.

192. Найдите четыре первых члена последовательности (a_n) , заданной формулой n -го члена:

$$1) a_n = 5 - n; \quad 2) a_n = 3n + 1; \quad 3) a_n = \frac{n^2 + 1}{n}; \quad 4) a_n = \frac{5^n}{(n+1)^2}.$$

193. Найдите второй, восьмой и сотый члены последовательности (b_n) , заданной формулой n -го члена:

$$1) b_n = \frac{10}{n+2}; \quad 3) b_n = n^2 + 2n;$$
$$2) b_n = 0,8 - 0,3n; \quad 4) b_n = (-1)^{n-1} + (-1)^{n+1}.$$

194. Последовательность (c_n) задана формулой n -го члена $c_n = 3 + \frac{1}{3}n$.

Найдите: 1) c_1 ; 2) c_9 ; 3) c_{16} ; 4) c_{150} ; 5) c_{k+3} .

195. Последовательность (x_n) задана формулой n -го члена

$$x_n = \frac{(-1)^{n-1}}{4}. \text{ Найдите: 1) } x_1; \text{ 2) } x_8; \text{ 3) } x_{2k}; \text{ 4) } x_{2k+1}; \text{ 5) } x_{k+2}.$$

196. Найдите пять первых членов последовательности (a_n) , если:

$$1) a_1 = 5; a_{n+1} = a_n - 2;$$
$$2) a_1 = \frac{1}{32}; a_{n+1} = 4a_n;$$
$$3) a_1 = 0,5; a_2 = 5; a_{n+2} = a_{n+1} - 4a_n;$$
$$4) a_1 = 2; a_2 = 1; a_{n+2} = 3a_n + a_{n+1}^2.$$

197. Последовательность (y_n) задана формулой n -го члена $y_n = 7n + 1$.

Является ли членом этой последовательности число: 1) 36; 2) 41; 3) 106? В случае утвердительного ответа укажите номер этого члена.

198. Найдите количество положительных членов последовательности (z_n) , заданной формулой n -го члена $z_n = 34 - 4n$.

199. Подберите одну из возможных формул n -го члена последовательности, первыми членами которой являются числа:

$$1) \frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{36}, \frac{1}{64}, \frac{1}{100}, \dots; \quad 3) -1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{5}, \dots;$$
$$2) 2, \frac{4}{3}, \frac{6}{5}, \frac{8}{7}, \frac{10}{9}, \dots; \quad 4) -2, 0, -\frac{2}{3}, 0, -\frac{2}{5}, 0, -\frac{2}{7}, \dots.$$

200. Докажите, что последовательность (a_n) , заданная формулой n -го члена, является убывающей:

$$1) a_n = 17 - 8n; \quad 2) a_n = 4 - 5n - n^2; \quad 3) a_n = \frac{3n}{n^2 + 1}.$$

201. Найдите наименьший член последовательности (a_n) , заданной формулой n -го члена:

$$1) a_n = n^4 - 15; \quad 2) a_n = n^2 - 8n + 17; \quad 3) a_n = \frac{6n + 3}{3n - 4}.$$

Определение арифметической прогрессии.

Формула n -го члена арифметической прогрессии

202. Найдите четыре первых члена арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = 1,4$, $d = -0,2$.

203. В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = 3$, $d = 0,5$. Найдите:

$$1) a_3; \quad 2) a_{11}; \quad 3) a_{24}.$$

204. Найдите разность и сто первый член арифметической прогрессии 2,7; 3,1; 3,5; ...

205. Найдите формулу n -го члена арифметической прогрессии:

$$1) -4, -6, -8, -10, \dots; \quad 3) 2a^2, 5a^2, 8a^2, 11a^2, \dots; \\ 2) 4, 4\frac{1}{3}, 4\frac{2}{3}, 5, \dots; \quad 4) a-1, a-2, a-3, a-4, \dots.$$

206. Найдите разность арифметической прогрессии (b_n) , если:

$$1) b_1 = 7, b_{10} = -11; \quad 2) b_5 = 10, b_{12} = 31.$$

207. Найдите первый член арифметической прогрессии (c_n) , если:

$$1) c_{12} = 17, d = 2; \quad 2) c_4 = 7, c_9 = -8.$$

208. Найдите номер члена арифметической прогрессии (a_n) , равного 30,6, если $a_1 = 12,2$ и $d = 0,4$.

209. Является ли число 24,5 членом арифметической прогрессии (b_n) , если $b_1 = 10$ и $d = 1,5$? В случае утвердительного ответа укажите номер этого члена.

210. Дана арифметическая прогрессия 2; 1,8; 1,6; Начиная с какого номера ее члены будут отрицательными?

211. Найдите количество положительных членов арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = 30$, $d = -1,6$.

212. Между числами -4 и 5 вставьте пять таких чисел, чтобы они вместе с данными числами образовали арифметическую прогрессию.

213. Найдите первый член и разность арифметической прогрессии (a_n) , если:

1) $a_3 + a_5 = -2$ и $a_7 + a_{10} = 4$;

2) $a_2 + a_6 = 24$ и $a_2 \cdot a_3 = 54$.

214. Является ли последовательность (a_n) арифметической прогрессией, если она задана формулой n -го члена:

1) $a_n = -4n + 5$; 3) $a_n = -3,5n$; 5) $a_n = \frac{4}{n+1}$;

2) $a_n = 3n^2 - 2$; 4) $a_n = 7 - 0,8n$; 6) $a_n = \frac{3n+1}{4}$?

В случае утвердительного ответа укажите первый член и разность прогрессии.

215. Из арифметической прогрессии исключили четные по порядку члены. Будут ли оставшиеся члены образовывать арифметическую прогрессию?

216. При каком значении x значения выражений $4x + 5$, $7x - 1$ и $x^2 + 2$ будут последовательными членами арифметической прогрессии? Найдите члены этой прогрессии.

217. При каком значении y значения выражений $y^2 + 2$, $4y + 2$, $3y + 6$ и $y^2 - 4y + 18$ будут последовательными членами арифметической прогрессии? Найдите члены этой прогрессии.

Сумма n первых членов арифметической прогрессии

218. Найдите сумму шестнадцати первых членов арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = 6$, $d = 3$.

219. Найдите сумму тридцати первых членов арифметической прогрессии $-8, -4, 0, \dots$.

220. Арифметическая прогрессия (a_n) задана формулой n -го члена $a_n = 3n - 1$. Найдите сумму сорока семи первых членов прогрессии.

221. Найдите сумму двадцати первых членов арифметической прогрессии (a_n) , если:

1) $a_1 = 7$, $a_{11} = 27$;

2) $a_5 = 58$, $a_{12} = 16$.

222. Найдите сумму пятнадцати первых членов арифметической прогрессии (a_n) , если $a_{15} = 52$, $d = 4$.

223. Найдите сумму шестнадцати первых членов арифметической прогрессии (a_n) , если $a_5 + a_7 - a_{12} = -9$ и $a_3 + a_{20} = 74$.
224. При любом n сумму n первых членов некоторой арифметической прогрессии можно вычислить по формуле $S_n = 5n^2 - 3n$. Найдите первый член и разность этой прогрессии.
225. Найдите сумму всех натуральных чисел, которые кратны 6 и не превышают 234.
226. Найдите сумму всех натуральных чисел, которые кратны 4 и не превышают 182.
227. Найдите сумму всех натуральных чисел, которые не больше 113 и при делении на 3 дают в остатке 2.
228. Найдите разность и восемнадцатый член арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = 10$ и $S_{14} = 1050$.
229. В арифметической прогрессии первый член равен 24, а сумма тридцати трех первых членов равна 1188. Найдите разность и двадцать пятый член прогрессии.
230. Найдите первый и пятый члены арифметической прогрессии, если ее разность равна 8, а сумма восьми ее первых членов равна 200.
231. Найдите сумму членов арифметической прогрессии с шестого по двадцать третий включительно, если первый член равен 28, а разность равна -3 .
232. Найдите сумму членов арифметической прогрессии (x_n) с двенадцатого по двадцать девятый включительно, если $x_1 = 7$ и $x_{15} = 42$.
233. Найдите сумму всех отрицательных членов арифметической прогрессии $-6,8; -6,4; -6; \dots$.
234. В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = -4$, $d = 6$. Сколько надо взять первых членов прогрессии, чтобы их сумма была равной 570?
235. Найдите первый член и разность арифметической прогрессии, если сумма пяти первых ее членов равна 10, а сумма двенадцати первых членов равна -102 .
236. Решите уравнение:
- 1) $9 + 17 + 25 + \dots + (8n + 1) = 125$, где n — натуральное число;
 - 2) $3 + 7 + 11 + \dots + x = 136$, где x — натуральное число.

**Определение геометрической прогрессии.
Формула n -го члена геометрической прогрессии**

237. Найдите четыре первых члена геометрической прогрессии (b_n) , если $b_1 = 0,4$, $q = 5$.
238. В геометрической прогрессии (b_n) $b_1 = \frac{1}{16}$, $q = -2$. Найдите:
1) b_3 ; 2) b_8 ; 3) b_{11} ; 4) b_k .
239. Найдите знаменатель и четвертый член геометрической прогрессии $\frac{1}{81}, \frac{1}{27}, \frac{1}{9}, \dots$.
240. Найдите знаменатель геометрической прогрессии (b_n) , если:
1) $b_1 = 10\,000$, $b_6 = 0,1$; 2) $b_3 = 1$, $b_5 = \frac{1}{4}$. ♣
241. Найдите первый член геометрической прогрессии (x_n) , если:
1) $x_7 = \sqrt{\frac{3}{16}}$, $q = \frac{1}{2}$; 2) $x_3 = 6$, $x_6 = 162$.
242. Число 324 является членом геометрической прогрессии 4, 12, 36, Найдите номер этого члена.
243. Какие три числа надо вставить между числами 256 и 1, чтобы они вместе с данными числами образовали геометрическую прогрессию?
244. Последовательность (b_n) задана формулой n -го члена $b_n = 4 \cdot 3^{n-1}$. Является ли эта последовательность геометрической прогрессией?
245. Найдите первый член и знаменатель геометрической прогрессии (b_n) , если:
1) $b_6 = 4b_4$ и $b_2 + b_5 = 108$;
2) $b_2 + b_5 = 56$ и $b_3 - b_4 + b_5 = 14$.
246. При каком значении x значения выражений $x-1$, $1-2x$ и $x+7$ будут последовательными членами геометрической прогрессии? Найдите члены этой прогрессии.
247. Сумма трех чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 30. Если от второго и третьего чисел отнять соответственно 4 и 5, то будет получена геометрическая прогрессия. Найдите данные числа.

Сумма n первых членов геометрической прогрессии

248. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии (b_n) , если $b_1 = 8$, $q = \frac{1}{2}$.

249. Найдите сумму шести первых членов геометрической прогрессии $\frac{1}{54}, \frac{1}{18}, \frac{1}{6}, \dots$.

250. Найдите сумму четырех первых членов геометрической прогрессии (b_n) , если:

1) $b_4 = 100$, $q = 4$;

3) $b_2 = 12$, $b_5 = 324$.

2) $b_1 = 2\sqrt{2}$, $b_7 = 16\sqrt{2}$, $q > 0$;

251. Геометрическая прогрессия (b_n) задана формулой n -го члена $b_n = 5 \cdot 2^{n+1}$. Найдите сумму семи первых ее членов.

252. Найдите первый член геометрической прогрессии (x_n) , если $q = \frac{1}{3}$, $S_5 = \frac{40}{9}$.

253. Найдите количество членов геометрической прогрессии (c_n) , если $c_1 = -9$, $q = -2$, $S_n = -99$.

254. Сумма второго и третьего членов геометрической прогрессии равна 30, а разность четвертого и второго членов равна 90. Найдите сумму пяти первых членов прогрессии.

255. Найдите первый член, знаменатель и количество членов геометрической прогрессии (y_n) , если $y_4 - y_2 = -24$, $y_3 + y_2 = 6$, $S_n = -182$.

Сумма бесконечной геометрической прогрессии, у которой $|q| < 1$

256. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии:

1) 96, 24, 6, ...;

2) 6, $2\sqrt{3}$, 2, ...

257. Найдите первый член бесконечной геометрической прогрессии, сумма которой равна 21, а знаменатель равен $\frac{2}{7}$.

258. Найдите третий член бесконечной геометрической прогрессии, первый член которой равен -40, а сумма равна -25.

259. Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии (b_n) , если $b_3 = 18$, $b_5 = 2$.

260. Сумма бесконечной геометрической прогрессии равна 125, а сумма трех ее первых членов равна 124. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.

261. Запишите в виде обыкновенной дроби число:

- 1) $0,444\dots$; 2) $2,(36)$; 3) $0,8333\dots$; 4) $3,7(2)$.

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ**Вариант 1****Контрольная работа № 1****Тема. Неравенства**

- 1.° Докажите неравенство $(x-4)(x+9) > (x+12)(x-7)$.
- 2.° Дано: $3 < x < 8$; $2 < y < 6$. Оцените значение выражения:
 1) $2x + y$; 2) xy ; 3) $x - y$.
- 3.° Решите неравенство:
 1) $\frac{2}{7}x \geq -14$; 2) $3x - 8 < 4(2x - 3)$.
- 4.° Решите систему неравенств:
 1) $\begin{cases} 6x - 24 > 0, \\ -2x + 12 < 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x + 7 < 19, \\ 30 - 8x < 6. \end{cases}$
- 5.° Решите неравенство $\frac{2x+3}{3} - \frac{x+1}{4} < -1$.
- 6.° Найдите целые решения системы неравенств:

$$\begin{cases} 2(3x-4) \geq 4(x+1) - 3, \\ x(x-4) - (x+3)(x-5) > -5. \end{cases}$$
- 7.° При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

$$\sqrt{3x-9} + \frac{1}{\sqrt{40-5x}}?$$
- 8.** Докажите, что при всех действительных значениях переменных верно неравенство $10x^2 - 6xy + y^2 - 4x + 6 > 0$.

Контрольная работа № 2**Тема. Функция. Квадратичная функция, ее график и свойства**

- 1.° Функция задана формулой $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3x$. Найдите:
 1) $f(2)$ и $f(-1)$; 2) нули функции.
- 2.° Найдите область определения функции $f(x) = \frac{x^2 + 4}{x^2 - 10x + 24}$.
- 3.° Постройте график функции $f(x) = x^2 + 2x - 3$. Пользуясь графиком, найдите:
 1) промежутки, на которых $f(x) > 0$ и на которых $f(x) < 0$;

- 2) область значений данной функции;
3) промежуток возрастания функции.
- 4.° Постройте график функции:
- 1) $f(x) = \sqrt{x-3}$; 2) $f(x) = \sqrt{x} - 3$.
- 5.° Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{x+5} + \frac{6}{x^2-4}$.
- 6.** При каких значениях p и q вершина параболы $y = x^2 + px + q$ находится в точке $A(-4; 6)$?
-

Контрольная работа № 3

*Тема. Решение квадратных неравенств.
Системы уравнений с двумя переменными*

- 1.° Решите неравенство:
- 1) $x^2 - 7x - 30 < 0$; 3) $x^2 < 25$;
2) $4x^2 + 16x \geq 0$; 4) $x^2 - 6x + 9 \leq 0$.
- 2.° Решите систему уравнений $\begin{cases} x - 4y = 3, \\ xy + 2y = 9. \end{cases}$
- 3.° Найдите область определения функции:
- 1) $y = \sqrt{7x - x^2}$; 2) $y = \frac{9}{\sqrt{15 - 2x - x^2}}$.
- 4.° Решите графически систему уравнений $\begin{cases} y = x^2 - 4x, \\ x - y = 6. \end{cases}$
- 5.° Из двух сел, расстояние между которыми равно 48 км, отправились одновременно навстречу друг другу пешеход и велосипедист и встретились через 3 ч. Найдите скорость движения каждого из них, если велосипедист потратил на весь путь на 8 ч меньше, чем пешеход.
- 6.** Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + 6xy + 9y^2 = 16, \\ x - 3y = -2. \end{cases}$
-

Контрольная работа № 4**Тема. Элементы прикладной математики**

- 1.° Сколько цинка содержится в 24 кг тридцатипятипроцентного сплава?
- 2.° Собрали урожай с 18 га, что составляет 60 % площади поля. Какова площадь всего поля?
- 3.° Вкладчик положил в банк 40 000 грн. под 7 % годовых. Сколько процентных денег он получит через 2 года?
- 4.° Дана выборка: 4, 5, 5, 6, 7, 7, 8, 10, 11. Найдите меры центральной тенденции этой выборки.
- 5.° В коробке лежат 12 карточек, пронумерованных числами от 1 до 12. Какова вероятность того, что на наугад вынутой карточке будет записано число: 1) кратное 3; 2) не кратное ни числу 2, ни числу 5?
- 6.° Есть два сплава, один из которых содержит 40 % цинка, а другой — 30 %. Сколько килограммов каждого из них надо взять, чтобы получить 180 кг сплава, содержащего 34 % цинка?
- 7.° Цену некоторого товара сначала повысили на 20 %, а затем снизили на 10 %. Как и на сколько процентов изменилась первоначальная цена вследствие этих двух переоценок?
- 8.° В коробке лежат 9 синих шариков и несколько зеленых. Сколько в коробке зеленых шариков, если вероятность того, что выбранный наугад шарик окажется зеленым, равна $\frac{4}{7}$?
- 9.** На четырех карточках записаны числа 5, 6, 7 и 8. Какова вероятность того, что сумма чисел, записанных на двух наугад выбранных карточках, будет равной нечетному числу?

Контрольная работа № 5**Тема. Числовые последовательности**

- 1.° Найдите четырнадцатый член и сумму двадцати первых членов арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = 2$ и $a_2 = 5$.
- 2.° Найдите пятый член и сумму четырех первых членов геометрической прогрессии (b_n) , если $b_1 = 27$ и $q = \frac{1}{3}$.
- 3.° Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии 28, -14, 7, ...

- 4.° Найдите номер члена арифметической прогрессии (a_n) , равного 7,3, если $a_1 = 10,3$ и $d = -0,5$.
- 5.° Между числами 2,5 и 20 вставьте два таких числа, чтобы они вместе с данными числами образовали геометрическую прогрессию.
- 6.° Найдите сумму всех натуральных чисел, больших 100 и меньших 200, которые кратны 6.

Контрольная работа № 6

Тема. *Обобщение и систематизация знаний учащихся*

- 1.° Решите неравенство:

$$7(2x - 3) \leq 10x + 19.$$

- 2.° Постройте график функции $y = x^2 - 2x - 3$. Пользуясь графиком, найдите:

- 1) промежуток, на котором функция возрастает;
- 2) множество решений неравенства $x^2 - 2x - 3 \geq 0$.

- 3.° Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x - y = 3, \\ x^2 - xy - 2y^2 = 7. \end{cases}$$

- 4.° Найдите сумму двадцати первых членов арифметической прогрессии (a_n) , если $a_5 = -0,8$, $a_{11} = -5$.
- 5.° Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить некоторое задание за 4 дня. Если треть задания выполнит первый рабочий, а затем его заменит второй, то все задание будет выполнено за 10 дней. За сколько дней может выполнить это задание каждый рабочий, работая самостоятельно?
- 6.° Найдите, при каких значениях a уравнение

$$x^2 + (a + 5)x + 1 = 0$$

имеет два различных действительных корня.

- 7.° При каких значениях a уравнение $(a - 2)x = a^2 - 4$ имеет только один положительный корень?

Вариант 2

Контрольная работа № 1

Тема. *Неравенства*

- 1.° Докажите неравенство $(x+3)(x-10) < (x-5)(x-2)$.
- 2.° Дано: $4 < x < 10$; $5 < y < 8$. Оцените значение выражения:
 1) $4x + y$; 2) $xу$; 3) $y - x$.
- 3.° Решите неравенство:
 1) $\frac{3}{8}x \leq -\frac{3}{4}$; 2) $7x - 4 > 6(3x - 2)$.
- 4.° Решите систему неравенств:
 1) $\begin{cases} 8x - 32 < 0, \\ -3x + 15 > 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 6x - 5 < 13, \\ 28 + 4x > 20. \end{cases}$
- 5.° Решите неравенство $\frac{2x-1}{4} - \frac{x+3}{8} < -4$.
- 6.° Найдите целые решения системы неравенств:

$$\begin{cases} 4(5x-4) \geq 13(x-1) + 18, \\ x(x+5) - (x-2)(x+8) > 9. \end{cases}$$
- 7.° При каких значениях переменной имеет смысл выражение:

$$\sqrt{4x+16} + \frac{1}{\sqrt{6-3x}} ?$$
- 8.** Докажите, что при всех действительных значениях переменных верно неравенство $a^2 - 8ab + 17b^2 - 2b + 3 > 0$.

Контрольная работа № 2

Тема. *Функция. Квадратичная функция, ее график и свойства*

- 1.° Функция задана формулой $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + 2x$. Найдите:
 1) $f(3)$ и $f(-1)$; 2) нули функции.
- 2.° Найдите область определения функции $f(x) = \frac{x^2 - 5}{x^2 - 6x - 16}$.
- 3.° Постройте график функции $f(x) = 3x^2 - x^2$. Пользуясь графиком, найдите:
 1) промежутки, на которых $f(x) > 0$ и на которых $f(x) < 0$;

- 2) область значений данной функции;
3) промежуток возрастания функции.
- 4.* Постройте график функции:
- 1) $f(x) = \sqrt{x+4}$; 2) $f(x) = \sqrt{x} + 4$.
- 5.* Найдите область определения функции $f(x) = \sqrt{x+4} + \frac{8}{x^2-9}$.
- 6.** При каких значениях p и q вершина параболы $y = x^2 + px + q$ находится в точке $B(3; -7)$?

Контрольная работа № 3

*Тема. Решение квадратных неравенств.
Системы уравнений с двумя переменными*

- 1.° Решите неравенство:
- 1) $x^2 + 4x - 21 > 0$; 3) $x^2 > 81$;
2) $3x^2 - 15x \leq 0$; 4) $x^2 + 14x + 49 > 0$.
- 2.° Решите систему уравнений $\begin{cases} 2x + y = 7, \\ x^2 - xy = 6. \end{cases}$
- 3.* Найдите область определения функции:
- 1) $y = \sqrt{4x - x^2}$; 2) $y = \frac{8}{\sqrt{12 + x - x^2}}$.
- 4.* Решите графически систему уравнений $\begin{cases} y = 2x - x^2, \\ y = 3 - 2x. \end{cases}$
- 5.* От станции A в направлении станции B , расстояние между которыми равно 240 км, отправились одновременно два поезда. Первый из них прибыл на станцию B на 1 ч раньше второго. Найдите скорость движения каждого поезда, если второй проходит за 2 ч на 40 км больше, чем первый — за один час.
- 6.** Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 - 4xy + 4y^2 = 25, \\ x + 2y = 3. \end{cases}$

Контрольная работа № 4**Тема. Элементы прикладной математики**

- 1.° Сколько меди содержится в 16 кг сорокапятипроцентного сплава?
- 2.° В доме 68 двухкомнатных квартир, что составляет 17 % всех квартир. Сколько всего квартир в этом доме?
- 3.° Вкладчик положил в банк 60 000 грн. под 8 % годовых. Сколько процентных денег он получит через 2 года?
- 4.° Дана выборка: 3, 3, 4, 5, 5, 8, 8, 8, 10. Найдите меры центральной тенденции этой выборки.
- 5.° В коробке лежат 12 карточек, пронумерованных числами от 1 до 12. Какова вероятность того, что на наугад вынутой карточке будет записано число: 1) кратное 4; 2) не кратное ни числу 2, ни числу 3?
- 6.° Есть два раствора соли, один из которых содержит 10 % соли, а другой — 15 %. Сколько граммов каждого из них надо взять, чтобы получить 150 г раствора, содержащего 12 % соли?
- 7.° Цену некоторого товара сначала снизили на 20 %, а затем повысили на 30 %. Как и на сколько процентов изменилась первоначальная цена вследствие этих двух переоценок?
- 8.° В коробке лежат 16 белых шариков и несколько красных. Сколько в коробке красных шариков, если вероятность того, что выбранный наугад шарик окажется красным, равна $\frac{5}{9}$?
- 9.** На четырех карточках записаны числа 3, 4, 5 и 6. Какова вероятность того, что произведение чисел, записанных на двух наугад выбранных карточках, будет кратным числу 3?

Контрольная работа № 5**Тема. Числовые последовательности**

- 1.° Найдите шестнадцатый член и сумму тридцати первых членов арифметической прогрессии (a_n) , если $a_1 = 10$ и $a_2 = 6$.
- 2.° Найдите шестой член и сумму пяти первых членов геометрической прогрессии (b_n) , если $b_1 = -64$ и $q = \frac{1}{2}$.
- 3.° Найдите сумму бесконечной геометрической прогрессии $-125, 25, -5, \dots$.

- 4.* Найдите номер члена арифметической прогрессии (a_n) , равного 10,9, если $a_1 = 8,5$ и $d = 0,3$.
- 5.* Между числами 2 и -54 вставьте два таких числа, чтобы они вместе с данными числами образовали геометрическую прогрессию.
- 6.** Найдите сумму всех натуральных чисел, больших 50 и меньших 180, которые кратны 8.
-

Контрольная работа № 6

Тема. *Обобщение и систематизация знаний учащихся*

- 1.° Решите неравенство:

$$3(2x + 3) \leq 49 - 2x.$$

- 2.° Постройте график функции $y = 8 + 2x - x^2$. Пользуясь графиком, найдите:

1) промежуток, на котором функция убывает;

2) множество решений неравенства $8 + 2x - x^2 \leq 0$.

- 3.* Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 2, \\ 2x^2 + xy + y^2 = 16. \end{cases}$$

- 4.* Найдите сумму шестнадцати первых членов арифметической прогрессии (a_n) , если $a_6 = 1$, $a_9 = 2,8$.

- 5.* Аркадий и Марина, работая вместе, могут выполнить компьютерный набор некоторой книги за 4 дня. Если Марина наберет $\frac{1}{6}$ книги, а затем ее сменил Аркадий, то вся книга будет набрана за 7 дней. За сколько дней может выполнить эту работу каждый из них, работая самостоятельно?

- 6.* Найдите, при каких значениях a уравнение

$$x^2 - (a - 6)x + 4 = 0$$

не имеет корней.

- 7.** При каких значениях a уравнение $(a + 3)x = a^2 - 9$ имеет только один отрицательный корень?

ОТВЕТЫ И УКАЗАНИЯ
К ТРЕНИРОВОЧНЫМ УПРАЖНЕНИЯМ

Вариант 1

14. 4) $0,8 < \frac{5-\sqrt{11}}{2} < 0,85$. 15. 7) $\frac{4}{21} < \frac{4b}{9a} < \frac{5}{9}$; 8) $\frac{2}{23} < \frac{0,6b-0,2a}{0,7a-0,1b} < \frac{22}{23}$.
25. 6) $(-\infty; -20]$; 7) $(13; +\infty)$; 8) $(-\infty; -6]$; 9) решений нет; 10) $[-2; +\infty)$.
27. 3) Решений нет; 4) $(-\infty; +\infty)$. 28. 4) $x \geq -5$ и $x \neq 3$; 5) $x \leq \frac{1}{2}$ и $x \neq -2$; 6) $x > -12$, $x \neq 1$ и $x \neq -1$. 29. 1) Корней нет; 2) -1 ; $-2\frac{1}{3}$.
31. 3) $a > 2,2$; 4) $a \neq 4$. 35. 3) Если $a > 3$, то $x \leq 1$; если $a < 3$, то $x \geq 1$; если $a = 3$, то x — любое число; 4) если $a \neq 3$, то $x \geq 0$; если $a = 3$, то x — любое число; 5) если $a > 1$, то $x \leq \frac{2-a}{a-1}$; если $a < 1$, то $x \geq \frac{2-a}{a-1}$; если $a = 1$, то x — любое число; 6) если $a < 4$, то $x > \frac{4a+8}{4-a}$; если $a > 4$, то $x < \frac{4a+8}{4-a}$; если $a = 4$, то решений нет; 7) если $a > -1$, то $x > a-1$; если $a < -1$, то $x < a-1$; если $a = -1$, то решений нет.
46. 4) $\left(-\frac{1}{5}; \frac{1}{2}\right)$; 5) решений нет; 6) 1. 53. 4) $x \in (-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup \left(1; \frac{4}{3}\right)$. 57. 2) $-1 \leq x \leq 3$; 3) корней нет; 4) $-\frac{4}{7}$. 58. 3) $[-1; 1]$; 4) $(-\infty; +\infty)$; 5) $(-\infty; 1]$; 6) $(-\infty; -19) \cup (0,6; +\infty)$. 96. $p = -2$, $q = -3$.
98. $y = \frac{1}{4}x^2$. 99. $y = 2x^2 - 5$. Указание. Искомая парабола задается формулой вида $y = ax^2 + b$. 100. $p = -8$, $q = 23$. 101. $a = \frac{4}{9}$, $b = -\frac{16}{9}$,

$c = \frac{25}{9}$. 104. $c = -12$. 105. 1) (5; 5), (-1; -1); 2) (2; 11), (4; 9). 108.

$a < -\frac{25}{16}$. 109. $a > \frac{29}{20}$. 110. $a \leq -2,8$. 111. $a = 9$ или $a = 1$. 112. $a > \frac{29}{8}$.

Указание. Так как ветви данной параболы направлены вверх, то значения функции на межкоренном промежутке $(x_1; x_2)$ отрицательны.

Поэтому достаточно решить неравенство $y(3) < 0$. 120. 1) $-6 < a < 2$;

2) $a < -\frac{16}{7}$ или $a > 0$; 3) $-3 < a \leq 5$; 4) $a < -2$ или $a > 1$. 121.

1) $b < -\frac{1}{4}$ или $b > 1$; 2) $b < -1$, или $-\frac{1}{5} < b < 0$, или $b > 0$. *Указание.*

При $b = 0$ уравнение становится линейным и имеет один действительный корень;

3) $b < 1$ или $b > 1$. 122. 1) $-1 < a < \frac{3}{2}$; 2) $-4 \leq a \leq 4$; 3)

$a < -4$; 4) $-3 \leq a \leq 0$. 123. 1) $0 \leq m \leq \frac{4}{3}$; 2) $m < \frac{1}{2}$. 124. 1) Если $a < -3$,

то $a < x < -3$ или $x > 4$; если $-3 \leq a \leq 4$, то $x > 4$; если $a > 4$, то

$x > a$; 2) если $a \leq -6$, то решений нет; если $-6 < a \leq -1$, то

$-6 \leq x < a$; если $a > -1$, то $-6 \leq x \leq -1$. 125. 1) Если $a = 3$, то $x = 3$;

если $a < 3$, то $a \leq x \leq 3$; если $a > 3$, то $3 \leq x \leq a$; 2) если $a = -3$, то

$x < -5$ или $x > -5$; если $a > -3$, то $x < a - 2$ или $x > 2a + 1$; если

$a < -3$, то $x < 2a + 1$ или $x > a - 2$. 127. $-8 < b < 4$. *Указание.* Доста-

точно решить неравенство $y(4) < 0$. 128. $1 < m < 5$ или $m < -2$.

Указание. Сделайте уравнение приведенным. 129. $6 - 2\sqrt{7} < a < 6$.

130. $a > \frac{11}{9}$. 131. $a \geq 6$. 132. $-1,5 < a < 1\frac{5}{7}$. 140. 1) Если $a = 4$, то

решений нет; если $a < 4$; то $a < x < 4$; если $a > 4$, то $4 < x < a$; 2) если

$a \leq 4$, то $x > 4$; если $a > 4$, то $4 < x < a$ или $x > a$; 3) если $a < 4$, то

$x \geq 4$ или $x = a$; если $a \geq 4$, то $x \geq 4$; 4) если $a \leq -2$, то $x < a$; если $a > -2$, то $x < -2$ или $-2 < x < a$; 5) если $a < -2$, то $x \leq a$ или $x = -2$; если $a \geq -2$, то $x \leq a$; 6) если $a = 7$, то решений нет; если $a < 7$, то $a < x \leq 7$; если $a > 7$, то $7 \leq x < a$; 7) если $a = 5$, то $x > 5$; если $a < 5$, то $a \leq x < 5$ или $x > 5$; если $a > 5$, то $x \geq a$; 8) если $a = 5$, то $x < 5$; если $a > 5$, то $x \leq 5$; если $a < 5$, то $x < a$ или $a < x \leq 5$. 147. 2) $(-1; 1)$; $(1; -1)$; $\left(-\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right)$; $\left(\frac{1}{4}; -\frac{3}{4}\right)$; 3) $(2; 1)$; $(-2; -1)$; 4) $(1; 1)$; $(1; -1)$; $(-1; 1)$; $(-1; -1)$; 5) $(5; -2)$; $\left(-\frac{2}{3}; \frac{28}{3}\right)$; 6) $(1; -3)$; $(-1; 3)$; $(1,5; -2)$; $(-1,5; 2)$. 148. 4) $(6; 3)$; $\left(-\frac{3}{4}; -\frac{3}{2}\right)$; 5) $\left(\frac{5}{12}; -\frac{1}{24}\right)$; 6) $(0; \sqrt{2})$; $(0; -\sqrt{2})$. 149. 1) $(2; 1)$; $(-2; -1)$; $\left(\frac{3\sqrt{30}}{8}; \frac{\sqrt{30}}{8}\right)$; $\left(-\frac{3\sqrt{30}}{8}; -\frac{\sqrt{30}}{8}\right)$; 2) $\left(-\frac{\sqrt{7}}{2}; \frac{\sqrt{7}}{2}\right)$; $\left(\frac{\sqrt{7}}{2}; -\frac{\sqrt{7}}{2}\right)$; $(2; 1)$; $(-2; -1)$. 150. 1) Если $|a| > \sqrt{2}$, то решений нет; если $|a| = \sqrt{2}$, то одно решение; если $|a| < \sqrt{2}$, то 2 решения; 2) если $|a| < 3$, то решений нет; если $|a| = 3$, то 2 решения; если $|a| > 3$, то 4 решения. 151. 28; -21 или 3; 4. 152. 63. 153. 5 см, 12 см. 154. 20 см, 15 см. 155. 80 км/ч, 40 км/ч. 156. 15 км/ч. 157. 20 км/ч, 2 км/ч. 158. 6 км/ч, 4 км/ч. 159. 24 ч, 12 ч. 160. 20 дней, 30 дней. 161. 5 км/ч. 162. 4 км/ч, 6 км/ч, 54 мин. 163. 100 км/ч. 164. 6 с, 4 с. 165. 8) 35 деталей; 9) 2 км/ч, 3 км/ч; 10) 6 км/ч, 9 км/ч; 3 ч; 11) 5 ч 15 мин, 2 ч 6 мин. 175. 20%. 176. 200 г, 400 г. 177. 4 %. 178. 10 кг или

$5\frac{1}{3}$ кг. 199. 1) $a_n = (n+1)^2$; 2) $a_n = \frac{n}{n+1}$; 3) $a_n = (-1)^{n+1}$; 4)

$a_n = \frac{1+(-1)^{n+1}}{n}$. 213. 1) $a_1 = 5$; $d = 2,5$; 2) $a_1 = -3$, $d = 4$ или $a_1 = 55,5$,

$d = -5,75$. 216. При $m = 0$ имеем: 0, 2, 4; при $m = 2$ имеем: 6, 6, 6.

217. $n = 2$; $a_1 = 4$, $a_2 = 7$, $a_3 = 10$, $a_4 = 13$. 224. $a_1 = -1$, $d = 8$.

Указание. $a_1 = S_1$, $S_2 = a_1 + a_2$. 226. 2079. 227. 2701. 228. $d = -2\frac{1}{3}$;

$a_{13} = -19$. 231. -120. 233. -29. 234. 18. 236. 1) $n = 12$; 2) $x = 58$.

245. 1) $b_1 = \frac{2}{3}$, $q = 3$ или $b_1 = -\frac{28}{39}$, $q = -3$; 2) $b_1 = 5$, $q = 3$. 246. При

$x = 4$ имеем: 9, 6, 4; при $x = -\frac{1}{3}$ имеем: $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{25}{3}$. 247. 3, 12, 48.

252. 125. 258. $-\frac{3}{2}$.

Вариант 2

14. 4) $1,5 < \frac{7-\sqrt{6}}{3} < 1\frac{8}{15}$. 15. 7) $\frac{5}{14} < \frac{5x}{6y} < \frac{10}{3}$; 8) $\frac{11}{58} < \frac{0,6x-0,1y}{0,8x-0,3y} < 15\frac{1}{3}$.

25. 6) $(-\infty; 18]$; 7) $(\frac{24}{31}; +\infty)$; 8) $(-\infty; 11,5]$; 9) $(1; +\infty)$; 10) $[-0,2; +\infty)$.

27. 3) Решений нет; 4) $(-\infty; +\infty)$. 28. 4) $x \geq -9$ и $x \neq 4$; 5) $x \leq 0,6$ и

$x \neq -1$; 6) $x > -9$, $x \neq 2$ и $x \neq -2$. 29. 1) Корней нет; 2) $\frac{3}{4}$; $-\frac{1}{2}$. 31. 3)

$a < 5\frac{1}{3}$ и $a \neq 5$; 4) таких значений не существует. 35. 5) Если $a > -2$,

то $x \geq \frac{3-a}{a+2}$; если $a < -2$, то $x \leq \frac{3-a}{a+2}$; если $a = -2$, то решений нет;

6) если $a > 3$, то $x \leq -3$; если $a < 3$, то $x \geq -3$; если $a = 3$, то x —

любое число; 7) если $a > 3$, то $x > a+3$; если $a < 3$, то $x < a+3$;

- если $a = 3$, то решений нет. 46. 4) $\left(-\frac{3}{4}; \frac{6}{11}\right)$; 5) решений нет; 6) -1.
53. 4) $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 0) \cup \left(0; \frac{8}{5}\right)$. 57. 2) $-3 \leq x \leq 2$; 3) корней нет;
- 4) $-\frac{8}{7}$. 58. 3) $[-3; 3]$; 4) $(-\infty; +\infty)$; 5) $(-\infty; +\infty)$; 6) $(-\infty; -38) \cup$
 $\cup (1, 2; +\infty)$. 96. $p = -\frac{9}{2}$, $q = \frac{5}{2}$. 98. $y = -3x^2$. 99. $y = 3x^2 - 3$.
100. $p = -4$, $q = 9$. 101. $a = 0,5$, $b = -3$, $c = 5,5$. 104. $c = 1$. 105. 1)
 $(2; 2)$, $(-4; -4)$; 2) $(-6; 10)$, $(2; 2)$. 108. $a < -\frac{9}{8}$. 109. $a > -\frac{2}{3}$.
110. $a \geq \frac{15}{7}$. 111. $a = 2$. 112. $a < -4$. 120. 1) $-3 < a < 1$; 2) $a < 0$ или
 $a > \frac{3}{2}$; 3) $-9 < a \leq 3$; 4) $a < -1$ или $a > \frac{7}{2}$. 121. 1) $b < 2$ или $b > 6$;
 2) $b < 0$ или $0 < b < \frac{1}{4}$; 3) $b \neq \frac{1}{2}$; 4) $b < -5$, или $-5 < b < -2$, или
 $b > \frac{10}{3}$. 122. 1) $a < 0$ или $a > 3$; 2) $0 \leq a \leq 0,4$; 3) $2 < a < 8$; 4) таких
 значений a не существует. 123. 1) $m \leq 0$; 2) $m > 2$. 124. 1) Если
 $a \leq -3$, то $-3 < x < 2$; если $-3 < a < 2$, то $a \leq x < 2$; если $a \geq 2$, то
 решений нет; 2) если $a \leq -8$, то $x < a$; если $-8 < a \leq -1$, то $x \leq -8$;
 если $a \geq -1$, то $x \leq -8$ или $-1 \leq x < a$. 125. 1) Если $a < -2$, то $x \leq a$
 или $x \geq -2$; если $a = -2$, то x — любое число; если $a > -2$, то $x \leq -2$
 или $x \geq a$; 2) если $a < -2$, то $2a + 1 < x < a - 1$; если $a > -2$, то
 $a - 1 < x < 2a + 1$; если $a = -2$, то решений нет. 127. $b > 2$.
128. $1 - 3\sqrt{2} < a < \frac{1}{2}$ или $a > 1 + 3\sqrt{2}$. 129. Таких значений m не
 существует. 130. $a > \frac{5}{4}$. 131. $a < \frac{16}{9}$. 132. $-1 < a \leq \frac{2 - \sqrt{40}}{9}$ или

- $\frac{2+\sqrt{40}}{9} \leq a < \frac{5}{4}$. 140. 1) Если $a < 2$, то $a < x < 2$; если $a > 2$, то $2 < x < a$; если $a = 2$, то решений нет; 2) если $a \leq 2$, то $x > 2$; если $a > 2$, то $2 < x < a$ или $x > a$; 3) если $a < 2$, то $x = a$ или $x \geq 2$; если $a \geq 2$, то $x \geq 2$; 4) если $a \leq -4$, то $x < a$; если $a > -4$, то $x < -4$ или $-4 < x < a$; 5) если $a < -4$, то $x < a$ или $x = -4$; если $a \geq -4$, то $x \leq a$; 6) если $a < 3$, то $x < a$ или $x \geq 3$; если $a > 3$, то $x \leq 3$ или $x > a$; если $a = 3$, то x — любое число, не равное 3; 7) если $a < -3$, то $a \leq x < -3$ или $x > -3$; если $a = -3$, то $x > -3$; если $a > -3$, то $x \geq a$; 8) если $a < 1$, то $x < a$ или $a < x \leq 1$; если $a = 1$, то $x < 1$; если $a > 1$, то $x \leq 1$. 147. 2) (3; 3), (-3; -3), (-5; -13), (5; 13); 3) (2, 6), (-2; -6); 4) $(\sqrt{3}; 1)$, $(-\sqrt{3}; 1)$, $(\sqrt{3}; -1)$, $(-\sqrt{3}; -1)$; 5) (-1; 8), $\left(-\frac{27}{20}; \frac{25}{4}\right)$; 6) (2; 1), (-2; -1), $\left(5; \frac{2}{5}\right)$, $\left(-5; -\frac{2}{5}\right)$. 148. 4) (12; 3), $\left(\frac{9}{22}; -\frac{18}{11}\right)$; 5) $\left(\frac{17}{28}; \frac{11}{14}\right)$; 6) $(\sqrt{23}; 3\sqrt{23})$, $(-\sqrt{23}; -3\sqrt{23})$, $\left(\frac{7}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$, $\left(-\frac{7}{\sqrt{3}}; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$. 149. 1) (4; 2), (-4; -2), $(-5\sqrt{2}; \sqrt{2})$, $(5\sqrt{2}; -\sqrt{2})$; 2) (-2; 1), (2; -1). 150. 1) Если $|a| > 2\sqrt{2}$, то решений нет; если $|a| = 2\sqrt{2}$, то одно решение; если $|a| < 2\sqrt{2}$, то 2 решения; 2) если $|a| < 5$, то решений нет; если $|a| = 5$, то 2 решения; если $|a| > 5$, то 4 решения. 151. 4; 10 или $-\frac{30}{7}$; $\frac{12}{7}$. 152. 24 или 48. 153. 15 см, 8 см. 154. 10 см, 18 см. 155. 10 км/ч, 15 км/ч. 156. 24 км/ч, 18 км/ч. 157. 27 км/ч, 3 км/ч. 158. 40 км/ч, 60 км/ч. 159. 10 ч, 15 ч или 12 ч,

- 12 ч. 160. 18 ч, 12 ч. 161. 60 км/ч. 162. 80 км/ч, 60 км/ч, 2 ч.
163. 60 км/ч. 164. 12 об/мин, 8 об/мин. 165. 8) 5 т; 9) 10 м/с, 8 м/с;
10) 50 км/ч, 60 км/ч, 3 ч; 11) 1 ч 48 мин, 2 ч 15 мин. 175. 5%.
176. 20 кг, 30 кг. 177. 10%. 178. 20 кг. 199. 1) $a_n = (2n-1)^2$; 2)
 $a_n = \frac{n}{n+2}$; 3) $a_n = (-1)^{n+1}n$; 4) $a_n = \frac{(-1)^n + 1}{n}$. 213. 1) $a_1 = 7$, $d = 1,5$;
2) $a_1 = -4$, $d = 2$ или $a_1 = -37,6$, $d = 7,6$. 216. При $a = 6$ имеем: 12, 7,
2; при $a = 1$ имеем: -3, -3, -3. 217. $b = 3$; $a_1 = 10$, $a_2 = 11$,
 $a_3 = 12$, $a_4 = 13$. 224. $a_1 = 10$, $d = 6$. 226. 2808. 227. 3629. 228. $d = \frac{4}{3}$,
 $a_{16} = 28$. 231. 160. 233. 72,2. 234. 24. 236. 1) $n = 12$; 2) $x = 26$. 245. 1)
 $b_1 = -4$, $q = 5$ или $b_1 = 4$, $q = -5$; 2) $b_1 = -3$, $q = -2$. 246. При $x = 4$
имеем: -1, -1, -1; при $x = 7$ имеем: 8, 4, 2. 247. 2, 5, 8 или 11, 5, -1.
252. 576. 258. -2.

Содержание

От авторов	3
Тематическое распределение тренировочных упражнений	4
Тренировочные упражнения	5
Вариант 1	5
Вариант 2	40
Вариант 3	75
Контрольные работы	112
Вариант 1	112
Вариант 2	116
Ответы и указания к тренировочным упражнениям	120
Вариант 1	120
Вариант 2	123

Навчальне видання

МЕРЗЛЯК Аркадій Григорович
ПОЛОНСЬКИЙ Віталій Борисович
РАБІНОВИЧ Юхим Михайлович
ЯКІР Михайло Семенович

Збірник

**задач і контрольних робіт
з алгебри для 9 класу**

Російською мовою

Редактор *Г. Ф. Висоцька*
Комп'ютерна верстка *О. О. Удалов*
Коректор *Т. Є. Цента*

Підписано до друку 05.05.2010. Формат 60×90/16.
Гарнітура шкільна. Папір офсетний. Друк офсетний.
Умовн. друк. арк. 8,00. Обл.-вид. арк. 5,38.
Тираж 3000 прим. Замовлення № *698*

ТОВ ТО «Гімназія»,
вул. Восьмого Березня, 31, м. Харків 61052
Тел.: (057) 719-17-26, 758-83-93, 719-46-80, факс: (057) 758-83-93

Свідоцтво ДК № 644 від 25.10.2001 р.

Віддруковано з готових діапозитивів
у друкарні ПП «Модем»
Тел. (057) 758-15-80, 758-15-90

А. Г. Мерзляк
В. Б. Полонский
Е. М. Рабинович
М. С. Якир

АЛГЕБРА

СБОРНИК ЗАДАЧ И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

